

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle ABE = 120^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

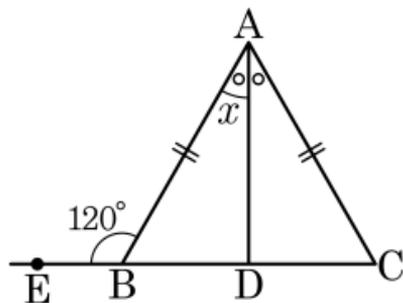
① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°



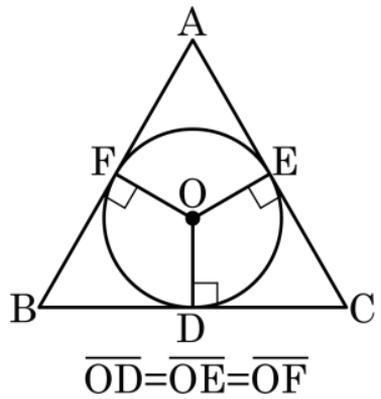
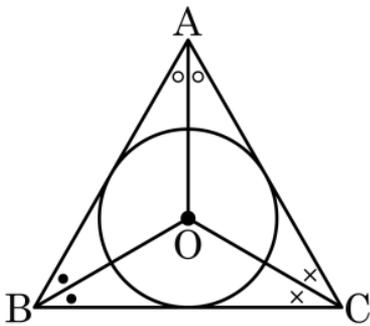
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\angle ADB = 90^\circ$

$\triangle ADB$ 에서 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $\angle x + 90^\circ = 120^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = 30^\circ$ 이다.

2. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?



① 외심

② 내심

③ 무게중심

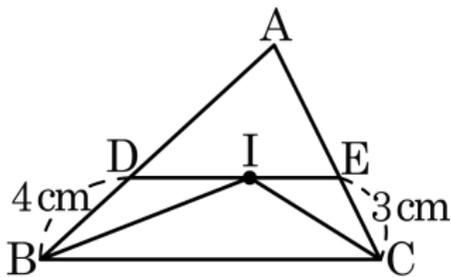
④ 방심

⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

3. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 \overline{DE} 는 내심을 지나면서 \overline{BC} 에 평행일 때, \overline{DI} 의 길이는?



① 1 cm

② 2 cm

③ 3 cm

④ 4 cm

⑤ 5 cm

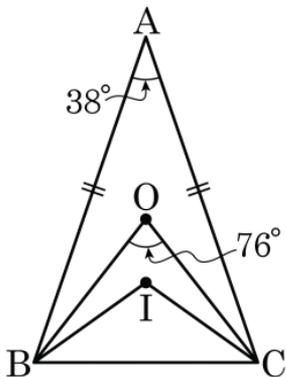
해설

점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$, $\angle CBI = \angle DIB$ (엇각)

즉, $\angle DBI = \angle DIB$

따라서 $\overline{BD} = \overline{DI} = 4 \text{ cm}$

4. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$, $\angle O = 76^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14°

② 15.2°

③ 16.5°

④ 17°

⑤ 17.5°

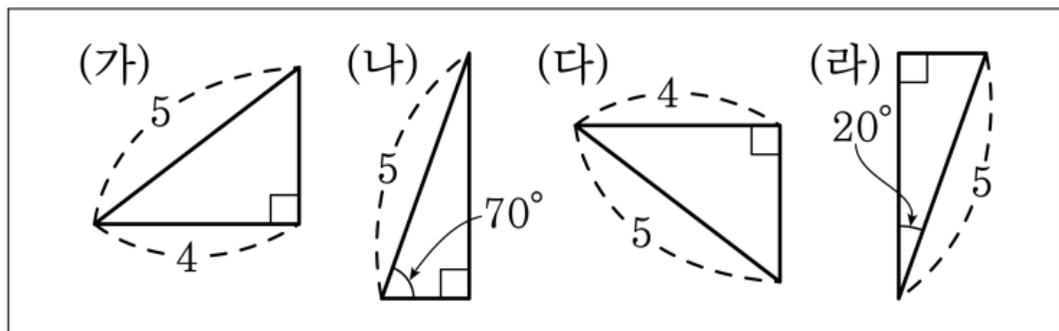
해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 109^\circ$$

$$\angle OBC = 52^\circ, \angle IBC = 35.5^\circ$$

$$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52^\circ - 35.5^\circ = 16.5^\circ$$

5. 다음 중 서로 합동인 것끼리 바르게 짝지어진 것은? (정답 2 개)



① (가)와 (라)

② (가)와 (다)

③ (나)와 (라)

④ (가)와 (나)

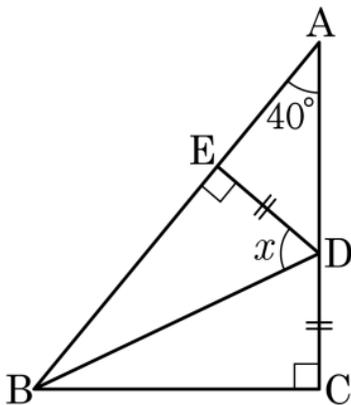
⑤ (나)와 (다)

해설

(가)와 (다) \Rightarrow RHS 합동

(나)와 (라) \Rightarrow RHA 합동

6. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 45°

② 50°

③ 65°

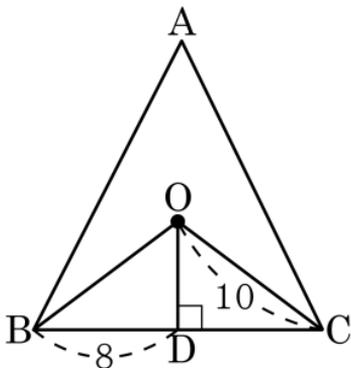
④ 70°

⑤ 75°

해설

$\triangle BDE \cong \triangle BDC$ (RHS합동) 이므로,
 $\angle EBD = \angle CBD = 25^\circ$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65^\circ$

7. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, \overline{OB} 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

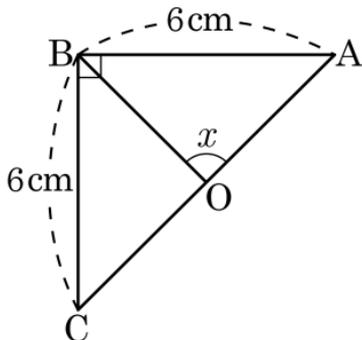
⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

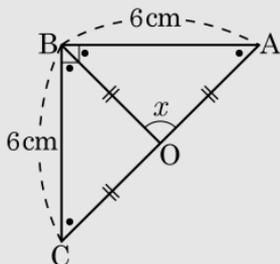
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90^\circ$ 이므로

$\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$

직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

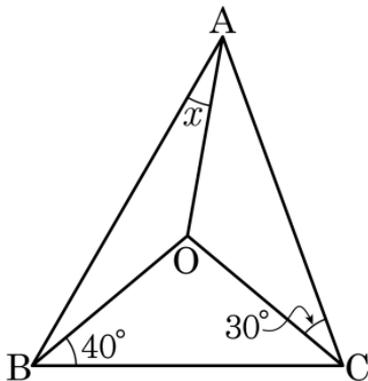
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$

$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$

따라서 $\angle AOB = 90^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OBC = 40^\circ$, $\angle ACO = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15°

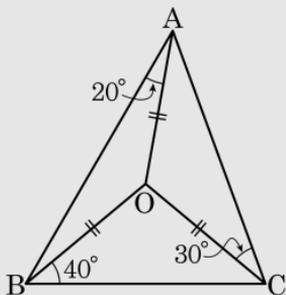
② 20°

③ 25°

④ 30°

⑤ 40°

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = 40^\circ$, $\angle OAC = 30^\circ$,

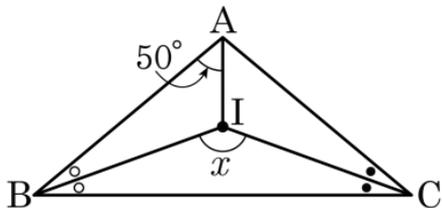
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$ 이므로

$$2\angle x + 40^\circ \times 2 + 30^\circ \times 2 = 180^\circ,$$

$$2\angle x + 140^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle x = 20^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120°

② 130°

③ 140°

④ 150°

⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$ 이므로 $\angle BAC = 100^\circ$ 이다.

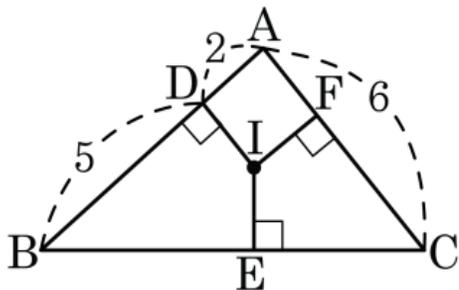
$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle BAC + 2 \bullet + 2x = 180^\circ$ 이다.

$$\therefore \bullet + x = 40^\circ$$

$\triangle IBC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + \bullet + x = 180^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle x = 140^\circ$$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. \overline{BC} 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

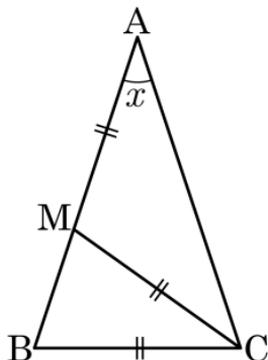
해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$ 이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$ 이다.

$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$ 이므로

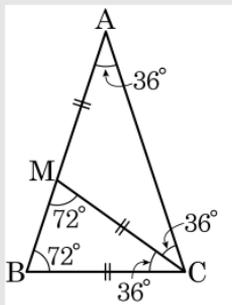
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

12. 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고, $x = 36^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



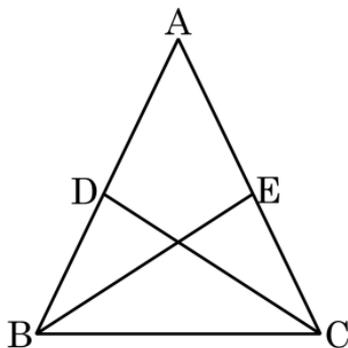
- ① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
 ② 직각삼각형
 ③ $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형
 ④ 정삼각형
 ⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

해설



$\angle B = \angle C = 72^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

13. 다음은 「 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{㉠}}$

[결론] $\overline{DC} = \boxed{\text{㉡}}$

[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \boxed{\text{㉢}}$,

$\overline{AE} = \boxed{\text{㉣}}$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{\text{㉤}}$ 합동)

$\therefore \overline{DC} = \boxed{\text{㉡}}$

① ㉠ : \overline{AE}

② ㉡ : \overline{EB}

③ ㉢ : \overline{AC}

④ ㉣ : \overline{AD}

⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$

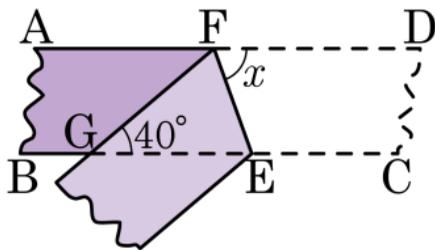
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DC} = \overline{EB}$

14. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

⑤ 70°

해설

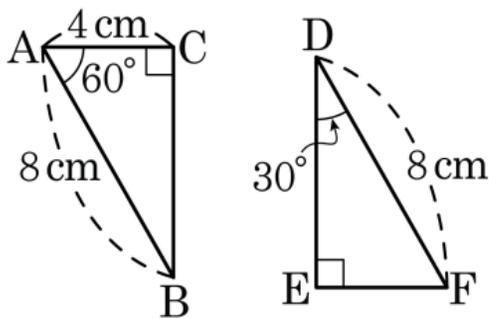
종이 테이프를 접으면 $\angle DFE = \angle GFE = \angle x$ 이고

$\angle DFE = \angle GEF = \angle x$ (엇각)

$\angle GFE = \angle GEF = \angle x$

$$\angle x = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

15. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, \overline{EF} 의 길이는?



① 5cm

② 4.5cm

③ 4cm

④ 3.5cm

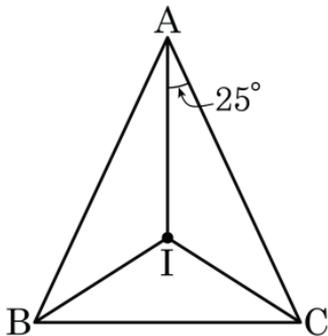
⑤ 3cm

해설

$\triangle ABC, \triangle FDE$ 는 RHA 합동

$\therefore \overline{EF} = \overline{CA} = 4\text{cm}$

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



- ① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

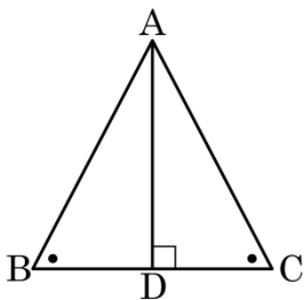
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle CAI = 25^\circ$ 이면 $\angle BAI = 25^\circ$ 이다.

$$\angle A = \angle BAC = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

17. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\angle B = \angle C$$

$$\angle ADB = \angle ADC \dots \textcircled{㉠}$$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle BAD = \angle CAD \dots \textcircled{㉡}$$

\overline{AD} 는 공통 $\dots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에 의하여

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

- ① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
- ② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
- ③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
- ④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.
- ⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

18. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm

② 6 cm

③ 9cm

④ 12cm

⑤ 18cm

해설

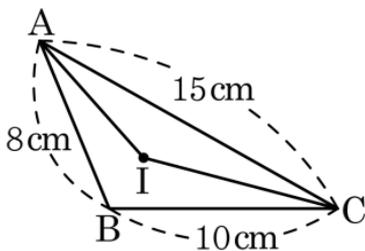
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로

$\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.

외접원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm이다.

따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
 ④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

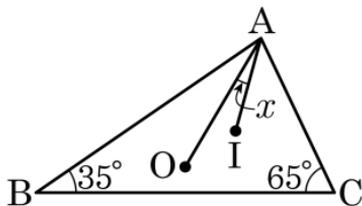
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°

② 12°

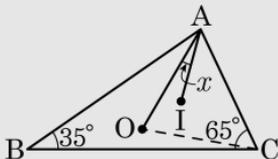
③ 15°

④ 18°

⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,



i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$
 $\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$