1. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (i) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ii) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (i), (ii)는 배반이므로,
> $\therefore {}_nP_r = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$

위의 과정에서 $\boxed{(가)}$, $\boxed{(나)}$에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i)에서 ${}_{n-1}P_r$←(가)
(ii) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
(${}_{n-1}P_{r-1}$), 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$←(나)

2. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{(\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$ ② $5{}_9P_4,\ {}_9P_5$ ③ ${}_9P_4,\ {}_8P_5$

④ ${}_8P_4,\ 4{}_9P_5$ ⑤ $4{}_9P_4,\ {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

3. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 12 가지

해설

${}_4P_2 = 12$

4. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$\Rightarrow 4! = 24$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$

5. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

① 705 ② 720 ③ 735 ④ 750 ⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \dfrac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$\therefore \dfrac{6!}{3!} \times 3! = 720$

6. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답:** ______ 가지

▷ **정답:** 12 가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$\Rightarrow 3! = 6$

여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.

$\therefore\ 6 \times 2 = 12$

7. $POWER$의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, P와 R가 이웃하는 경우의 수는?

① 36 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

P와 R을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.
$\Rightarrow 4! = 24$
여기에 P와 R가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.
$\therefore 24 \times 2 = 48$

8. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

9. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760　② 800　③ 840　④ 880　⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7P_4 = 840$

10. 6 개의 문자 a, b, c, d, e, f를 일렬로 배열할 때, 모음 a, e가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 480 가지

해설

a, e를 제외한 나머지 b, c, d, f 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 $4!$ 가지가 있다.
이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 a, e를 늘어 놓으면, a, e는 이웃할 수 없다.
즉, $\square\, b\, \square\, c\, \square\, d\, \square\, f\, \square$의 다섯 개의 $\square$중에 두 개를 골라 a, e를 배열한다.
따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times {}_5P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

11. 남자 4명, 여자 4명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 576 ② 872 ③ 1152 ④ 1680 ⑤ 2304

해설

남자 4명을 먼저 줄 세운 다음 사이 사이에 여자 4명을 배치하는 경우와
여자 4명을 먼저 줄 세우고 사이 사이에 남자 4명을 배치하는 경우
$4! \times 4! \times 2 = 1152$

12. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개를 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 20의 배수가 되는 경우의 수는?

① 12　　② 14　　③ 16　　④ 18　　⑤ 20

해설

4 의 배수와 5 의 배수 판별법을 이용한다. 즉 끝자리가 0 이고 끝의 두 자리가 4 의 배수가 되어야 한다.

$\Rightarrow$ $\boxed{}\boxed{}$20 또는 $\boxed{}\boxed{}$40

$2 \times {}_3P_2 = 12$

13. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______개

▷ 정답 : 60개

해설

$_{5}P_{3} = 5 \times 4 \times 3 = 60$(개)

14. '*korea*' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$

15. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

2	5	7	3	6

① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는

$1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.

이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서

3개를 택하여 나열하는 방법의수는

${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

16. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$\Rightarrow 4! \times {}_5P_3 = 1440$

17. 2010년 대선에 남자 4명, 여자 3명의 후보자가 나왔다. 후보자들의 합동 토론회가 끝난 후 기념 촬영을 할 때, 다음 두 조건을 만족하도록 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

(가) 특정한 남자 후보 2명을 양쪽 끝에 세운다. (나) 남자 후보끼리 나란하지 않도록 세운다.

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 24 가지

해설

양쪽 끝에 특정한 2명의 남자 후보를 세우는 방법의 수는 2가지이고, 나머지 남자 후보 2명과 여자 후보 3명을 남자 후보가 나란하지 않도록 세우는 방법은 $2! \times 3!$ 이므로
구하는 방법의 수는 $2 \times 2! \times 3! = 24$ (가지)

18. a, b, c, d, e, f 의 여섯 문자로 만든 순열 중 모음의 순서가 알파벳의 순서와 같은 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 360 개

해설

모음 a 와 e 의 순서는 항상 a 가 먼저 오는 경우로 고정되어 있으므로,

a, e 를 a, a 로 보면

a, a, b, c, d, f 로 만드는 순열의 수는

$\frac{6!}{2!} = 360$ (개)

19. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$ ② $n!$ ③ $(n-1)!$

④ $\frac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $2(n-1)!$

해설

특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우기 위해서는 A와 B의 순서가 항상 고정되어 있어야 한다.

$\times\times \mathrm{A} \times \cdots \times \mathrm{B} \times \cdots \times$

즉, A와 B의 순서가 바뀔 수 없으므로 A, B를 같은 A로 놓고, 일렬로 나열하는

$\times\times \mathrm{A} \times \cdots \times \mathrm{A} \times \cdots \times$방법의 수를 구하는 것과 같다.

따라서, 특정한 A가 특정한 B보다 항상 앞에 오도록 세우는 방법의 수는 $\frac{n!}{2!} = \frac{n!}{2}$

20. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 를 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 1 과 2 사이에 다른 숫자가 2 개 이상 들어가 있는 자연수의 개수는?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 52 ⑤ 64

해설

5 개의 숫자로 만들 수 있는 자연수의 개수는 $5!$ (개)
1, 2 가 이웃하는 자연수의 개수는 $2 \times 4!$ (개)
1 과 2 사이에 다른 숫자가 한 개 들어가 있는 자연수의 개수는 $3 \times 2! \times 3!$ (개)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
$5! - (2 \times 4! + 3 \times 2! \times 3!) = 36$ (개)

21. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7 이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

① 250 ② 270 ③ 272 ④ 336 ⑤ 384

해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가지	가지	가지	가지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는

$7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

22. '국회의사당' 의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$

23. 남학생 3 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 여학생 3 명 중 적어도 2 명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$
여학생 3 명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3 명을 세우고, 남학생 3 명 사이 및 양끝 4 개의 자리에 여학생 3 명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$
따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

24. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 모두 사용하여 여섯 자리의 정수를 만들 때, 100번째로 큰 수는?

① 510234 ② 504321 ③ 504312

④ 504231 ⑤ 504213

해설

10^5 자리의 숫자가 5로 시작하는 수부터 차례로 따져보면

$54\square\square\square\square$: $4! = 24$개

$53\square\square\square\square$: $4! = 24$개

$52\square\square\square\square$: $4! = 24$개

$51\square\square\square\square$: $4! = 24$개

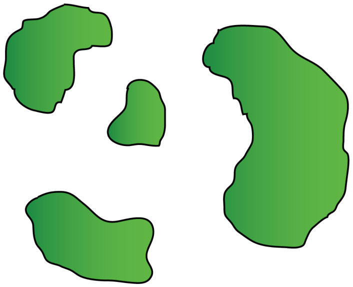
여기까지의 수가 $24 \times 4 = 96$(개) 이므로

97번째 큰 수부터 차례로 나열하면

504321, 504312, 504231, 504213, $\cdots$

따라서 100번째로 큰 수는 504213이다.

25. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D라 하자.

(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$

$\vdots$

$D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

$B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$

$\vdots$

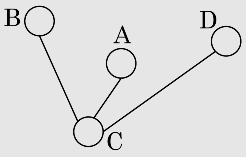
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$와 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$와 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$는 같은 방법이므로

$\dfrac{24}{2} = 12$ (가지)

(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)