1. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A, 50 원을 B 라 하면,

(1) 500 원 1 개 :

$(A, B) = (6, 2),\ (5, 4),\ (4, 6),$
$(3, 8),\ (2, 10),\ (1, 12)$

(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$

$\therefore$ 총 7가지

2. $1, 2, 3, 4$ 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i $(1 \le i \le 4)$ 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 9 가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3)$, $(2, 3, 4, 1)$, $(2, 4, 1, 3)$,
$(3, 1, 4, 2)$, $(3, 4, 1, 2)$, $(3, 4, 2, 1)$,
$(4, 1, 2, 3)$, $(4, 3, 1, 2)$, $(4, 3, 2, 1)$

$\therefore$ 9 가지

3. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (ⅰ) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅱ) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅰ), (ⅱ)는 배반이므로,
> $\therefore {}_{n}P_{r} = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$

위의 과정에서 $\boxed{(가)}$, $\boxed{(나)}$에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n}P_{r-1}$

③ (가): ${}_{n}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_{r} \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(ⅰ)에서 ${}_{n-1}P_{r}$←(가)
(ⅱ) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
(${}_{n-1}P_{r-1}$), 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$←(나)

4. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

$_5C_3 \times _4C_2 \times 5! = 7200$

5. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 12 가지

해설

${}_4P_2 = 12$

6. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$5! \times 3! = 720$

7. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

① 72 ② 84 ③ 96 ④ 120 ⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$4! \times 2! \times 2 = 96$ (가지)
초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$5! \times 2 = 240$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$(가지)

8. 그림과 같은 직사각형의 틀에 숫자 1, 1, 2, 3을 제 1행의 각 칸에 1개씩 나열하고 제 2행에도 숫자 1, 1, 2, 3 을 각 칸에 1개씩 나열할 때, 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 경우의 수는?

1행				
2행				

① 15 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

숫자 1, 1, 2, 3을 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 방법의 수는 (1 2), (1 3), (2 1), (3 1)을 일렬로 나열하는 방법의 수와 일치하므로 $4! = 24$

9. 경찰관 7 명과 소방관 5 명 중에서 3 명을 뽑을 때, 3 명의 직업이 같은 경우는 몇 가지인가?

① 45　　② 50　　③ 55　　④ 60　　⑤ 65

해설

경찰관만 뽑힐 경우와 소방관만 뽑힐 경우를 더한다.
$\therefore\ {}_7C_3 + {}_5C_3 = 45$

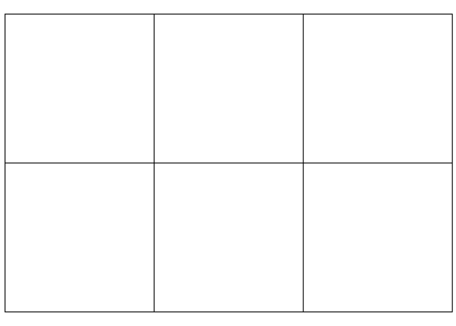
10. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$
$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$
$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

11. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)



▶ 답 : ____ 가지

▷ 정답 : 57 가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지) 이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

12. ${}_nP_r = 360,\ {}_nC_r = 15$ 일 때, $n + r$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}\,{}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$\Rightarrow r! = 24, r = 4$

$${}_nP_4 = \frac{n!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) = 360$$

$\Rightarrow 360 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$\therefore n = 6$

따라서 $n + r = 10$

13. H고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이 때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a ,특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=75$

해설

라면 요리 4 가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3 가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5\mathrm{C}_3$ 이므로

$a = {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_5\mathrm{C}_3$

$= \frac{4\times 3}{2\times 1} \times \frac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1} = 60$

또, 특정한 라면 요리 1 가지와 특정한 튀김 요리 2 가지를 포함하여 5 가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1 가지와 튀김 요리 2 가지를 제외하고 나머지 6 가지의 요리 중에서 2 가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b = {}_6\mathrm{C}_2 = \frac{6\times 5}{2\times 1} = 15$

따라서 $a+b=60+15=75$

14. 서로 다른 책이 11 권 꽂혀 있는 책장에서 3 권의 책을 꺼낼 때, 읽은 책이 적어도 한 권 포함되는 경우의 수가 130 이라면 읽은 책은 몇 권인가?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

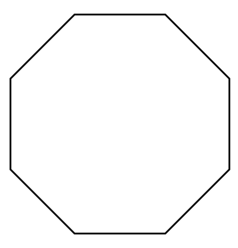
전체의 경우의 수에서 읽은 책이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼준다. 읽은 책의 권수를 x 라 하면,

${}_{11}C_3 - {}_{11-x}C_3 = 130$

${}_{11-x}C_3 = 35$

$11 - x = 7, x = 4$

15. 그림과 같은 팔각형에서 대각선의 개수는?

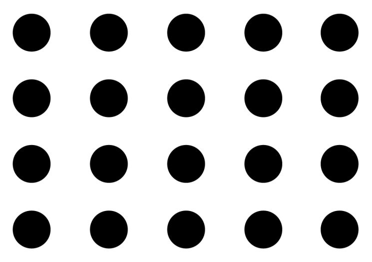


① 14 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

8 개점 중 2 개를 선택하는 방법은,
${}_8C_2 = 28$ 이고 여기서 변의 개수 8 을 빼준다.
$\Rightarrow 28 - 8 = 20$

16. 다음 그림과 같이 20개의 점이 똑같은 크기의 직사각형 모양을 이루고 있을 때, 이들 20개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



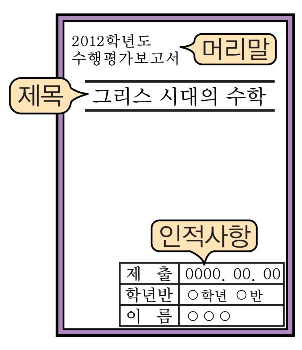
▶ 답 : ______개

▷ 정답 : 1056개

해설

총 삼각형의 개수는 20개에서 3개 택하는 경우의 수에서 3개를 택했을 때 삼각형이 되지 않는 경우의 수를 빼는 가지 수이다.
삼각형이 되지 않는 경우의 수는
i) 일직선상에 있는 5개의 점 중에서 3개 택하는 경우의 수 : $_{5}C_{3} \times 4 = 40$
ii) 일직선상에 있는 4개의 점 중에서 3개 택하는 경우의 수 : $_{4}C_{3} \times 9 = 36$
iii) 일직선상에 있는 3개의 점 중에서 3개 택하는 경우의 수 $_{3}C_{3} \times 8 = 8$
따라서 구하는 경우의 수는 $_{20}C_{3} - (40 + 36 + 8) = 1056$

17. 다음 그림은 어떤 학생이 작성한 수행평가 보고서의 표지이다.



구분	글꼴
머리말	중고딕, 견고딕, 굴림체
제목	중고딕, 견고딕, 굴림체, 신명조, 견명조, 바탕체
인적사항	신명조, 견명조, 바탕체

머리말, 제목, 인적사항에 서로 다른 글꼴을 표기할 때, 가능한 방법은 몇가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

머리말과 인적사항의 글꼴들은 모두 다르므로 머리말의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지,
인적사항의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지이다.
제목의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 머리말, 인적사항의 글꼴을 제외한 4 가지이므로
전체 경우의 수는 $3 \times 3 \times 4 = 36$

18. 다음 그림과 같이 1부터 6까지의 번호가 붙어 있는 동전 6개 중에서 2개를 뒤집어서 앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않게 하려 한다. 서로 다른 방법은 모두 몇 가지 있는가?

1	2	3
앞	뒤	앞
4	5	6
뒤	앞	앞

① 4가지　② 8가지　③ 12가지
④ 16가지　⑤ 24가지

해설

앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않으려면, 앞면 하나와 뒷면 하나를 뒤집어야 한다.
따라서 $4 \times 2 = 8$ 가지

19. 서로 다른 종류의 선물 6개를 큰 아들, 둘째 아들, 셋째 아들에게 한 개 이상씩 돌아가도록 나누어 주는 방법의 수는?

① 540 ② 570 ③ 600 ④ 630 ⑤ 660

해설

나누는 방법은 $(1,2,3)$ $(2,2,2)$ $(1,1,4)$ 이다.
각각의 경우를 구하고 세명의 아들에 배분한다.

$\Rightarrow (1,2,3) : {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$

$(2,2,2) : {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$

$(1,1,4) : {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$

$\therefore 360 + 90 + 90 = 540$

20. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

S	*M*	*T*	*W*	*T*	*F*	*S*
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원이는 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

① 30　② 45　③ 60　④ 90　⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15 \text{ (가지)}$$

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4\times3}{2\times1} = 6 \text{ (가지)}$$

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15\times6\times1 = 90$ (가지)