

1. 밑면의 대각선 수의 합이 9인 각뿔은 몇 면체인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 칠면체

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 9, n = 6$$

밑면이 육각형인 각뿔은 육각뿔이고 면의 개수가 7 개이므로 칠면체이다.

2. 어떤 각뿔대의 모서리의 수와 면의 수의 합이 34 개였다. 이 각뿔대의 이름은?

① 사각뿔대

② 오각뿔대

③ 육각뿔대

④ 칠각뿔대

⑤ 팔각뿔대

해설

n 각뿔대의 모서리의 수는 $3n$ 개, 면의 수는 $(n+2)$ 개이므로

$$3n + n + 2 = 34, n = 8$$

∴ 팔각뿔대

3. 다음 중 각뿔대에 대해 잘못 설명한 사람을 모두 고르면?

성희 : 옆면은 사다리꼴이다.
연주 : 두 밑면은 닮은 도형이다.
민수 : 두 밑면은 서로 평행하다.
성철 : 옆면은 정다각형이다.
경미 : n 각뿔은 n 각뿔대보다 면의 개수가 1 개 많다.

- ① 연주, 민수
- ② 연주, 성철
- ③ 민수, 경미
- ④ 성희, 성철
- ⑤ 성철, 경미

해설

각뿔대의 옆면은 사다리꼴이므로 성철이가 잘못 설명하였고, n 각뿔은 면이 $(n + 1)$ 개이고 n 각뿔대는 $(n + 2)$ 개이므로 n 각뿔은 n 각뿔대보다 면의 개수가 1 개 적으므로 경미도 잘못 설명하였다.

4. (꼭짓점의 개수) $\times$ (면의 개수)=(모서리의 개수) $\times$ 8 을 만족하는 정다면체를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 정십이면체

▷ 정답 : 정이십면체

해설

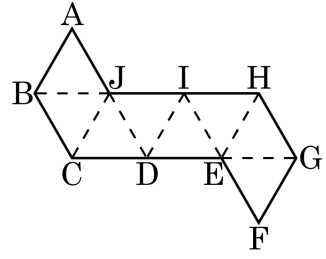
주어진 조건 $vf = 8e$ 와 $v - e + f = 2$ 를 동시에 만족하는 f 를 구해야 한다.

$e = \frac{vf}{8}$ 를 $v - e + f = 2$ 에 대입하여 정리하면 $vf - 8v - 8f = -16$

, $(v - 8)(f - 8) = 48$

식을 만족하는 정다면체는 $f = 12, 20$ 일 때이므로 정십이면체와 정이십면체이다.

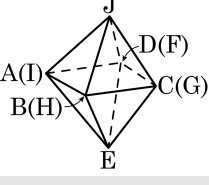
5. 다음 그림은 정다면체의 전개도이다. 면 ABJ와 평행한 면은?



- ① 면 EFG ② 면 HEG ③ 면 IEH
④ 면 IDE ⑤ 면 DJI

해설

정팔면체를 만들어 보면 다음과 같다.



면 ABJ와 평행한 면은 면 EFG이다.

6. 정육면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만든 다면체의 꼭짓점의 개수를 x , 정이십면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만든 다면체의 모서리의 개수를 y 라고 할 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

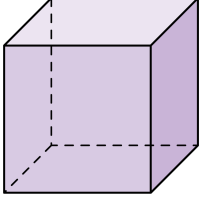
해설

정육면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만든 입체 도형은 정팔면체이다. 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6 개이므로 $x = 6$, 정이십면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하여 만든 입체도형은 정십이면체이다.

정십이면체의 모서리의 개수는 30 개이므로 $y = 30$ 이다.

따라서 $\frac{y}{x} = \frac{30}{6} = 5$ 이다.

7. 다음 정육면체를 평면으로 자를 때, 그 잘린 면이 될 수 없는 것은?



- ① 삼각형
- ② 사각형
- ③ 오각형
- ④ 육각형
- ⑤ 칠각형

해설

①

②

③

④

8. 삼각형과 팔각형으로 이루어진 14 면체가 있다. 이 다면체의 한 꼭짓점에서 1 개의 삼각형과 n 개의 육각형이 만난다고 할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

14 면체의 꼭짓점의 개수를 v , 모서리의 개수를 e , 면의 개수를 f 라 하면 오일러의 공식 $v - e + f = 2$ 에서

$$v - e + 14 = 2 \therefore e = v + 12 \cdots \textcircled{1}$$

이때, 다면체에서 삼각형의 모서리의 개수는 v , 팔각형의 모서리의 개수는 nv 이고

모서리가 2 개씩 서로 중복되므로

$$e = \frac{v + nv}{2} = \frac{v}{2}(1 + n) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ 을 } \textcircled{2} \text{ 에 대입하면, } v(n - 1) = 24 \cdots \textcircled{3}$$

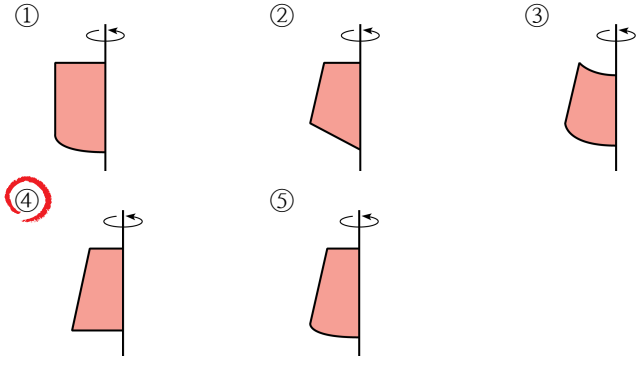
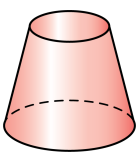
한편 삼각형의 개수는 $\frac{v}{3}$, 팔각형의 개수는 $\frac{nv}{8}$ 이므로

$$\frac{v}{3} + \frac{nv}{8} = 14, v = \frac{336}{3n + 8} \cdots \textcircled{4}$$

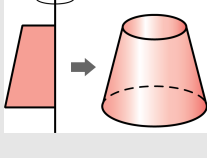
$$\textcircled{4} \text{ 을 } \textcircled{3} \text{ 에 대입하여 풀면 } \frac{336}{3n + 8}(n - 1) = 24$$

$$\therefore n = 2$$

9. 다음 회전체는 다음 중 어떤 도형을 회전시킬 때, 생기는 입체도형인가?



해설



10. 다음 중 옳지 않은 것은?

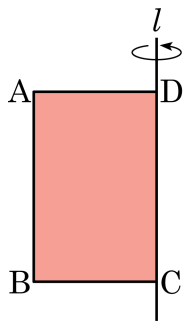
㉠ 삼각뿔대	㉡ 구	㉢ 사각기둥
㉣ 원뿔	㉤ 원뿔대	㉥ 정육면체
㉦ 오각뿔	㉧ 정사면체	㉨ 원기둥

- ① 다면체는 ㉠, ㉡, ㉢, ㉦, ㉧ 이다.
- ② 회전체는 ㉡, ㉣, ㉤, ㉨ 이다.
- ③ 옆면의 모양이 삼각형인 입체도형은 ㉠, ㉧이다.
- ④ 두 밑면이 평행한 입체도형은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉨이다.
- ⑤ 각 면이 모두 합동이고, 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수가 같은 다면체는 ㉠, ㉢, ㉧이다.

해설

- ⑤ 정다면체인 것은 ㉢, ㉧이다.

11. 다음 직사각형 ABCD 를 직선 l 을 축으로 1 회전시킬 때 나오는 입체도형은?



- ① 원기둥 ② 삼각뿔 ③ 사각뿔
④ 사각기둥 ⑤ 원뿔

해설

직사각형을 회전시키면 원기둥이 된다.

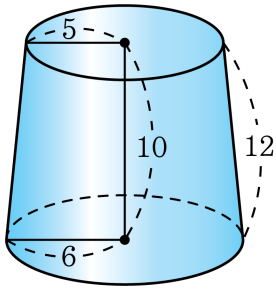
12. 다음 입체도형 중에서 밑면에 수직인 평면으로 자를 때, 그 잘린 면의 모양이 원인 것은?

- ① 원뿔
- ② 원뿔대
- ③ 구
- ④ 반구
- ⑤ 원기둥

해설

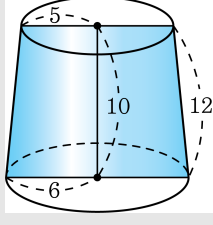
③ 구는 어느 방향으로 자르더라도 단면이 항상 원이다.

13. 다음 그림과 같은 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 넓이는?



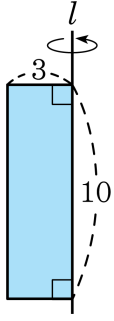
- ① 100 ② 110 ③ 200 ④ 250 ⑤ 350

해설



$$S = \frac{1}{2} \times (10 + 12) \times 10 = 110 \text{ 이다.}$$

14. 다음 그림과 같은 평면도형을 직선 l 을 축으로 하여 회전시켰을 때 생기는 회전체를 축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 넓이를 구하여라.



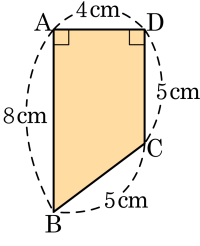
▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

단면은 가로가 3, 세로가 10 인 사각형이 두 개 있는 모양이므로 $2 \times (3 \times 10) = 60$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 도형을 선분 AB를 축으로 하여 360° 회전시킨 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때, 단면의 넓이를 구하여라.



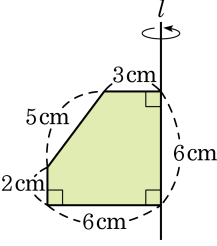
▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : 52cm^2

해설

$$(\text{넓이}) = (5 + 8) \times 8 \times \frac{1}{2} = 52(\text{cm}^2)$$

16. 다음 도형을 직선 l 을 축으로 하여 한 바퀴 회전시킨 입체도형을 밑면에 평행인 평면으로 잘랐을 때, 넓이가 최대가 되는 단면의 넓이를 구하여라.(단, 원주율을 3 으로 계산한다.)



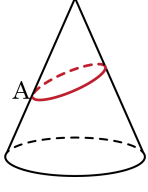
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 108cm^2

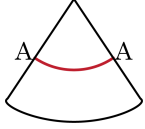
해설

밑면에 평행으로 자른 단면은 원 모양이고, 원의 반지름의 길이가 6cm 일 때, 단면의 넓이가 최대가 된다.
따라서 $6 \times 6 \times 3 = 108(\text{cm}^2)$ 이다.

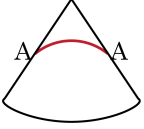
17. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 입체가 있다. 옆면의 한 점 A에서 실로 이 원뿔을 한 바퀴 팽팽하게 감을 때, 실이 지나는 선의 모양을 전개도에 바르게 나타낸 것은?



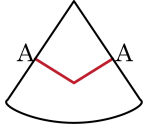
①



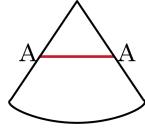
②



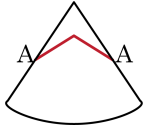
③



④



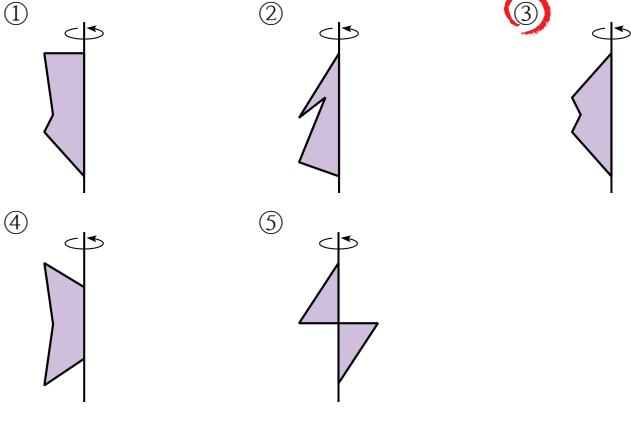
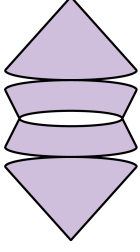
⑤



해설

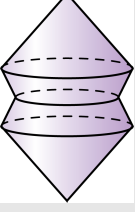
실은 가장 짧은 선을 지난다.

18. 다음 그림은 어느 회전체의 전개도이다. 다음 중 어느 평면도형을 회전시켜서 얻어진 것인가?



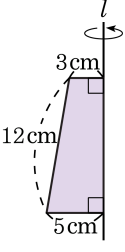
해설

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 다음과 같으므로 삼각형과 사다리꼴이 2 개씩 합쳐진 ③번을 회전시킨 것이다.



19. 다음 평면도형을 직선 n 을 회전축으로 회전시켰다. 이 회전체의 전개도에서 옆면의 둘레의 길이는?

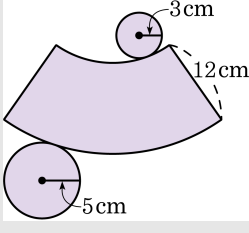
- ① $(16\pi + 24)$ cm
- ② $(18\pi + 24)$ cm
- ③ $(24\pi + 24)$ cm
- ④ $(16\pi + 12)$ cm
- ⑤ $(18\pi + 12)$ cm



해설

회전체의 전개도를 그리면 옆면의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} &2\pi \times 3 + 2\pi \times 5 + 12 \times 2 \\ &= \pi \times 16 + 24 \\ &= 16\pi + 24(\text{ cm}) \end{aligned}$$



20. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 원뿔대의 자른 단면은 삼각형이 될 수도 있다.

㉡ 구를 한 평면으로 자른 단면은 항상 원이다.

㉢ 원뿔대를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 등변사다리꼴이다.

㉣ 원뿔의 옆면을 이루는 선분을 모선이라고 한다.

㉤ 원뿔대의 두 밑면은 평행하지 않는다.

㉥ 사분원(한 원 전체의 사분의 일)의 한 반지름을 축으로 회전시키면 구가 된다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 원뿔대의 자른 단면은 삼각형이 될 수 없다.

㉡ 원뿔대의 두 밑면은 평행하다.

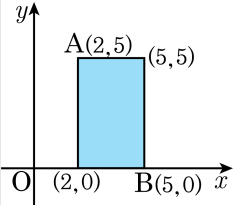
㉢ 한 원의 전체의 사분의 일인 원(사분원)의 한 반지름을 축으로 회전시키면 반구가 된다.

21. 좌표평면 위에서 점 A(2, 5) 와 B(5, 0) 를 잇는 선분을 대각선으로 가지는 직사각형을 y 축을 중심으로 $\frac{1}{3}$ 회전 하였을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

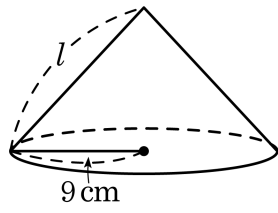
▷ 정답 : 35π

해설



이 직사각형을 y 축을 중심으로 회전 하여 만든 입체도형의 부피는 큰 원기둥에서 작은 원기둥일 뻔 모양과 같다. 따라서 입체도형의 부피는 $\frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2 \times 5 - \pi \times 2^2 \times 5) = 35\pi$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 원뿔의 겉넓이가 $200\pi\text{cm}^2$ 일 때, l 의 길이는?



- ① $\frac{119}{3}\text{cm}$ ② $\frac{119}{9}\text{cm}$ ③ $\frac{81}{7}\text{cm}$
 ④ $\frac{81}{5}\text{cm}$ ⑤ $\frac{119}{2}\text{cm}$

해설

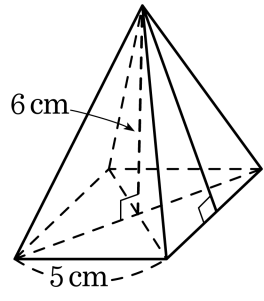
(원뿔의 겉넓이) = (밑넓이) + (옆넓이) 에서

$$S = \pi r^2 + \pi rl = 81\pi + 9\pi l = 200\pi\text{cm}^2$$

$$9\pi l = 119\pi$$

$$\therefore l = \frac{119}{9}\text{cm}$$

23. 다음 그림과 같이 높이가 6cm , 밑면의 한 변의 길이가 5cm 인 정사각뿔의 부피는?

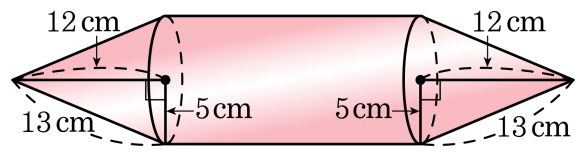


- ① 40cm³
- ② 45cm³
- ③ 50cm³
- ④ 55cm³
- ⑤ 60cm³

해설

(각뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$
 $= \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times 6 = 50(\text{cm}^3)$

24. 반지름의 길이가 5cm, 높이가 20cm인 원기둥의 밑면에 원뿔 두 개를 붙였다. 이 입체도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 700π cm³

해설

$$\pi \times 5^2 \times 20 + 2 \times \left(\frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 12 \right) = 500\pi + 200\pi = 700\pi$$

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3cm 인 원기둥에 물을 가득 채운 후, 공 6 개를 넣었더니 꼭 맞게 들어갔다. 흘러넘친 물의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $216\pi \text{cm}^3$

해설

흘러넘친 물의 부피는 공 6 개의 부피와 같다.

$$\therefore (\text{흘러넘친 물의 부피}) = 6 \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \right) = 216\pi(\text{cm}^3)$$