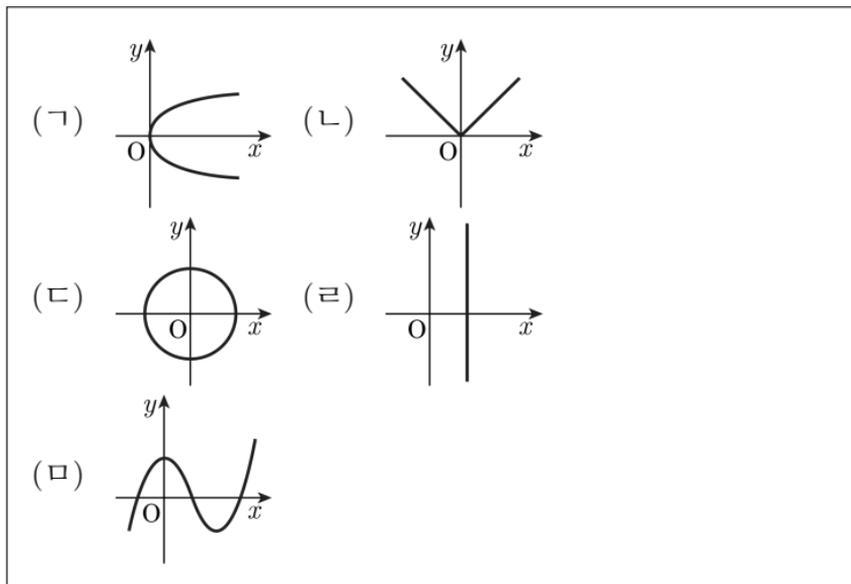


1. 다음의 곡선 중 $f : x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?



① (ㄴ), (ㄷ)

② (ㄴ), (ㄹ)

③ (ㄴ), (ㅁ)

④ (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

⑤ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

해설

(ㄱ) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.

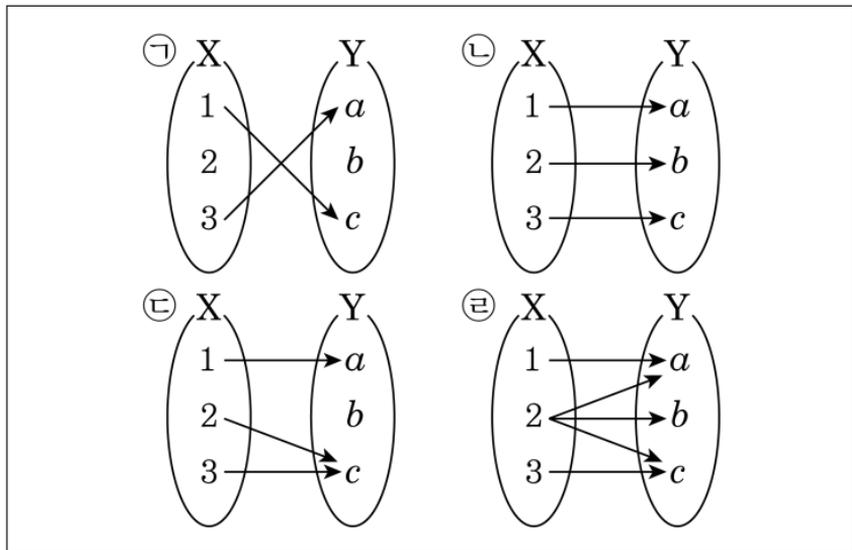
(ㄴ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.

(ㄷ) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.

(ㄹ) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.

(ㅁ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

2. 다음 대응 관계 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?



① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

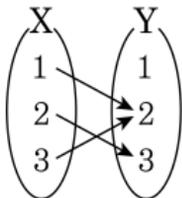
㉠ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

㉡, ㉢ X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.

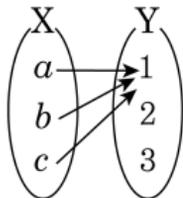
㉣ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 a, b, c 의 3개이므로 함수가 아니다.

3. 다음 대응 중 X 에서 Y 로의 함수가 아닌 것을 모두 고르면?

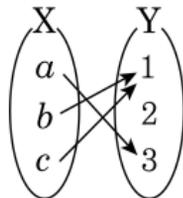
①



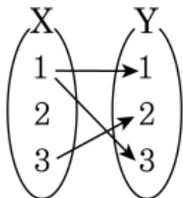
②



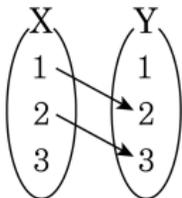
③



④



⑤

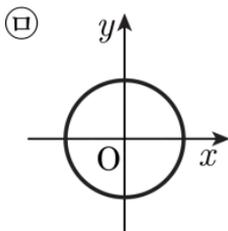
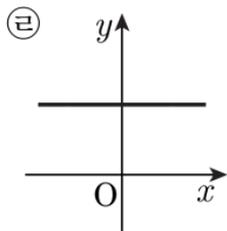
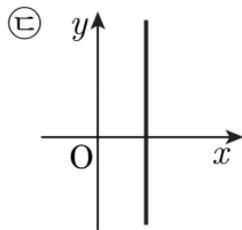
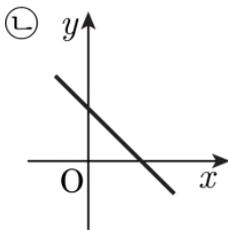
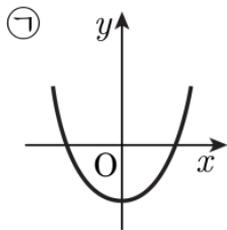


해설

④ X 의 원소 1에 대응되는 Y 의 원소는 2개이고 X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

⑤ X 의 원소 3에 대응되는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

4. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?



① 1개

② 2개

③ 3개

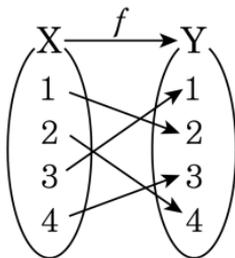
④ 4개

⑤ 5개

해설

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

5. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① 함수이다.
- ② 정의역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ③ 공역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 4} 이다.
- ⑤ 일대일 대응이다.

해설

- ① 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응 하므로 함수이다.
- ②, ③ 정의역과 공역은 모두 {1, 2, 3, 4}이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 3, 4}이다.
- ⑤ 집합 X 의 각 원소에 대한 함숫값이 모두 다르므로 일대일대응이다.

6. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(x) = 2x^2 - 3x$ 일 때, 함수 f 의 치역을 구하면?

① $\{-1, 1\}$

② $\{-1, 0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$

④ $\{-1, 0, 2\}$

⑤ $\{-1, 0, 1, 2\}$

해설

$f(x) = 2x^2 - 3x$ 이므로

$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$

따라서 치역은 $\{-1, 0, 2\}$

7. 실수 전체의 집합을 정의역과 공역으로 하는 함수 f 가 $f(x) = \begin{cases} x & (x \text{는 유리수}) \\ 1-x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$ 과 같을 때 $f(\sqrt{2}) + f(1 - \sqrt{2})$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$\sqrt{2}$ 와 $1 - \sqrt{2}$ 는 모두 무리수이므로,

$$f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2}$$

$$f(1 - \sqrt{2}) = 1 - (1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

$$\therefore f(\sqrt{2}) + f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1$$

8. 다음 ()안에 알맞은 말을 써라.

함수 $f(x)$ 의 치역과 공역이 같고, 정의역의 서로 다른 원소에 치역의 서로 다른 원소가 대응할 때, 이 함수를 ()이라고 한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 일대일대응

해설

9. 다음 중 항등함수를 찾으려면?

① $f(x) = x$

② $f(x) = x + 1$

③ $f(x) = x - 1$

④ $f(x) = x^2$

⑤ $f(x) = x^2 + 1$

해설

항등함수는 $f(x) = x$ 또는 $y = x$ 이다.

11. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -3x + 2$ 의 합성함수 $g \circ f$ 를 구하면 무엇인가?

① $y = -6x - 1$

② $y = -6x$

③ $y = -6x + 1$

④ $y = -6x + 3$

⑤ $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$
이다.

12. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$

② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$

④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$$

13. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = 2x + 5$

② $(f \circ g)(x) = 2x + 2$

③ $(f \circ g)(x) = x$

④ $(f \circ g)(x) = -x + 1$

⑤ $(f \circ g)(x) = 3x - 4$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x - 1) = (2x - 1) + 3 = 2x + 2$$

14. 함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $f(f(1)) + f(f(-2))$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

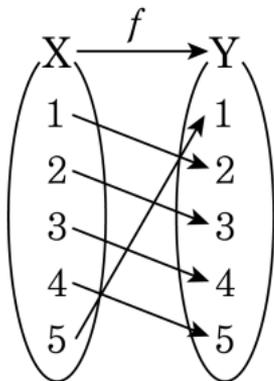
$f(x) = (x - 1)(x + 2)$ 에서

$f(1) = 0, f(-2) = 0, f(0) = -2$ 이고

$f(f(1)) = f(f(-2)) = f(0)$ 이다.

$\therefore f(f(1)) + f(f(-2)) = 2f(0) = -4$

15. 다음 그림과 같이 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는 a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(f(a)) = 3 \text{ 이므로 } f(a) = 2$$

$$\therefore a = 1$$

16. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 이므로

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1)$$

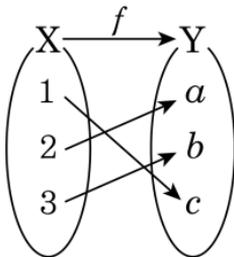
$$= 4(3x + 1) + a$$

$$= 12x + 4 + a$$

따라서 $12x + 4 + a = 12x + 7$ 에서 $4 + a = 7$

$$\therefore a = 3$$

17. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

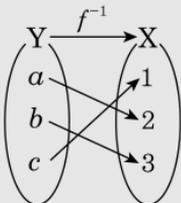
③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

18. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

① $y = x - 2$

② $y = x + 2$

③ $y = -x - 2$

④ $y = -x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

19. 다음 그림의 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(1) + f^{-1}(2)$ 의 값을 구하면?

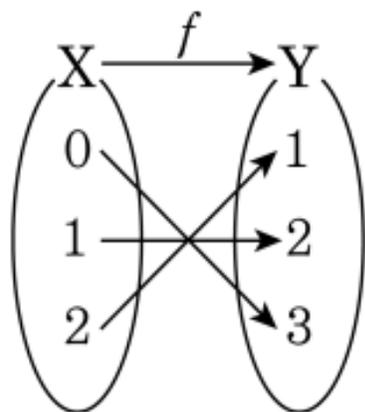
① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5



해설

$$f(2) = 1, \quad f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2, \quad f^{-1}(2) = 1$$

$$\therefore f^{-1}(1) + f^{-1}(2) = 2 + 1 = 3$$

20. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x - 1$

② $y = \frac{1}{2}x + 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x - 1$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$y = 2x - 2, x = \frac{1}{2}y + 1 \quad x, y \text{ 를 바꿔주면}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

21. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

22. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고

$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로

$$f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$$

23. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

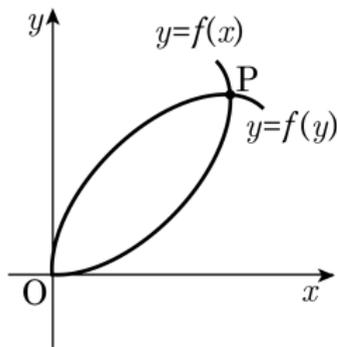
해설

$$f^{-1}(2) = a \text{ 라 하면, } f(a) = 2 \text{ 이므로 } 2a - 3 = 2$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

24. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

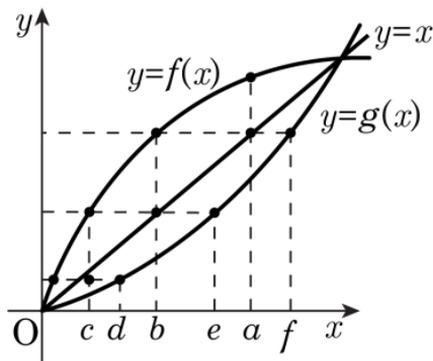
- ① $(\frac{1}{2}, 1)$ ② $(1, \frac{3}{2})$
③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다. 따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로 $(2, 2)$ 이다.

25. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때, $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \textcircled{\Gamma}$ 이고

$f^{-1}(a) = k$ 라 하면 $f(k) = a$ 에서 $k = b$

$\therefore f^{-1}(a) = b \dots \textcircled{\text{L}}$

$f^{-1}(b) = l$ 이라 하면 $f(l) = b$ 에서 $l = c$

$\therefore f^{-1}(b) = c \dots \textcircled{\text{E}}$

$g^{-1}(c) = m$ 이라 하면 $g(m) = c$ 에서 $m = d$

$\therefore g^{-1}(c) = d \dots \textcircled{\text{E}}$

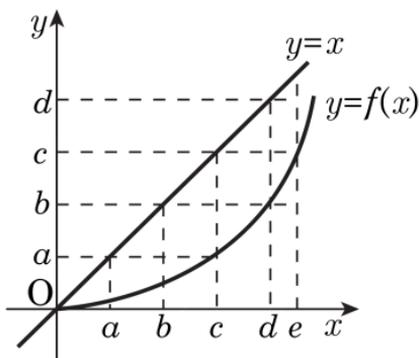
$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서

$(f \circ f \circ g)^{-1} = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a)$

$= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$

$= g^{-1}\{f^{-1}(b)\} = g^{-1}(c) = d$

26. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(a)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \circ f)^{-1}(a) = (f^{-1} \circ f^{-1})(a)$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(a)) \dots \textcircled{\Gamma}$$

$f^{-1}(a) = m$ 으로 놓으면 $f(m) = a$ 이고,

그래프에서 $f(c) = a$ 이므로 $m = c$

$$\therefore f^{-1}(a) = c$$

이 때, $\textcircled{\Gamma}$ 에서

$$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) \dots \textcircled{\Delta}$$

또, $f^{-1}(c) = n$ 으로 놓으면 $f(n) = c$ 이고

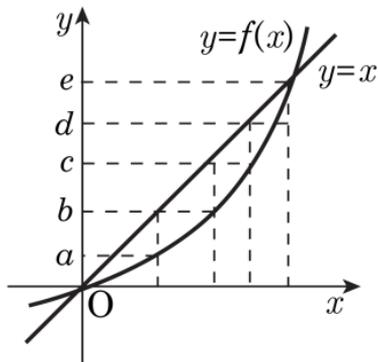
그래프에서 $f(e) = c$ 이므로 $n = e$

$$\therefore f^{-1}(c) = e$$

따라서, $\textcircled{\Delta}$ 에서

$$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) = e$$

27. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \cdot f)^{-1}(b)$ 의 값은?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \cdot f)^{-1}(b) = (f^{-1} \cdot f^{-1})(b)$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(b))$$

$$f^{-1}(b) = k \text{라고 하면, } f(k) = b$$

$$\therefore k = c$$

$$\therefore f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$$

$$\text{또, } f^{-1}(c) = t \text{라고 하면, } f(t) = c$$

$$\therefore t = d$$

$$\therefore (f \cdot f)^{-1}(b) = d$$