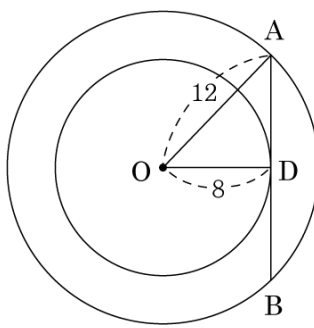


1. 다음 그림과 같이 점 O를 원의 중심으로 하는 작은 원과 큰 원이 있다.  $\overline{AB}$ 가 작은 원에 접하고, 큰 원의 현이 될 때, 선분 AB의 길이로 알맞은 것을 구하면?



- ①  $3\sqrt{5}$       ②  $5\sqrt{5}$       ③  $7\sqrt{5}$       ④  $8\sqrt{5}$       ⑤  $9\sqrt{5}$

해설

$$\angle ODA = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2\overline{AD}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

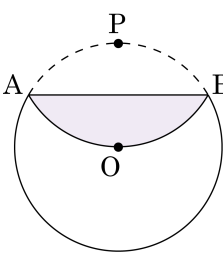
$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm 인 원 위의 점 P 를 중심 O 에 닿도록 접었을 때 생기는 현 AB 의 길이는?

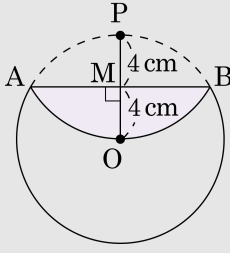
- ①  $5\sqrt{3}$  cm

②  $6\sqrt{3}$  cm
- ③  $7\sqrt{3}$  cm

④  $8\sqrt{3}$  cm
- ⑤  $9\sqrt{3}$  cm



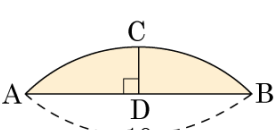
해설



$\overline{OP}$  와  $\overline{AB}$  가 만나는 점을 M 이라 하면  $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ ,  $\overline{OM} = \overline{PM} = 4(\text{cm})$  이다.

$$\begin{aligned} \overline{AM} &= \overline{BM} \\ &= \sqrt{OA^2 - OM^2} \\ &= \sqrt{8^2 - 4^2} \\ &= \sqrt{64 - 16} \\ &= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } \overline{AB} &= 2\overline{AM} = 8\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

3. 다음 그림에서  $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 13인 원의 일부분이다.  $AB = 10$ 일 때,  $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

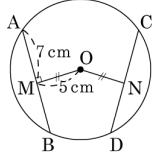
해설

원의 중심 O와 점 C, 점 A를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 13 - 12 = 1$$

4. 다음 그림의 원 O 에서  $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ ,  $\overline{CD} \perp \overline{ON}$  이고  $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ ,  $\overline{AM} = 7\text{cm}$  일 때,  $\overline{CD}$  의 길이를 구하여라.



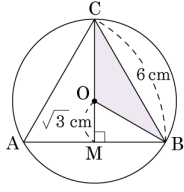
▶ 답 :          cm

▶ 정답 : 14    cm

해설

$\overline{AB} \perp \overline{OM}$  이면  $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$  이고  $\overline{OM} = \overline{ON}$  이므로  $\overline{CD} = \overline{AB} = 14(\text{cm})$  이다.

5. 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{BC}$  인 이등변삼각형 ABC 에서  $\overline{BC} = 6\text{cm}$ ,  $\overline{OM} = \sqrt{3}\text{cm}$  일 때,  $\triangle COB$  의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :             $\text{cm}^2$

▷ 정답 :  $3\sqrt{3}$              $\text{cm}^2$

**해설**

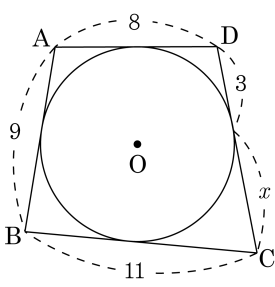
$$\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{BM} = 3\text{cm}, \overline{CM} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\triangle CMB = 3 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

$$\triangle OMB = 3 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

$$\triangle COB = \frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

6. 다음 그림과 같이  $\square ABCD$ 가 원  $O$ 에 외접하고 있다. 이때,  $x$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

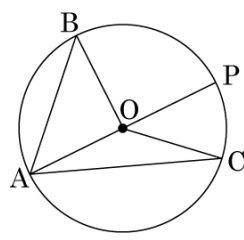
▷ 정답 : 7

해설

$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$  이므로  $9 + (3 + x) = 8 + 11$  이다. 따라서  $x = 7$  이다.

7. 다음 그림을 설명한 것으로 옳지 않은 것은?

- ①  $\angle BAO = \frac{1}{2}\angle BOP$   
②  $\angle CAO = \frac{1}{2}\angle COP$   
③  $2\angle BAC = \angle BOP$   
④  $\angle BAO = \angle OBA$   
⑤  $\angle CAO + \angle ACO = \angle COP$

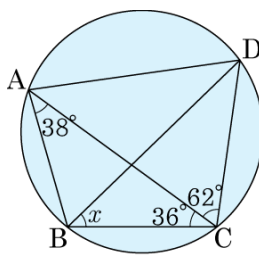


해설

$$2\angle BAC = \angle BOC$$

8. 다음 그림에서  $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ①  $36^\circ$       ②  $38^\circ$       ③  $40^\circ$   
④  $42^\circ$       ⑤  $44^\circ$



해설

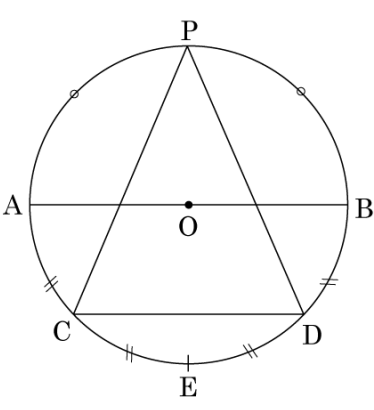
$$\angle ABD = \angle ACD = 62^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$38^\circ + 62^\circ + \angle x + 36^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 44^\circ$$

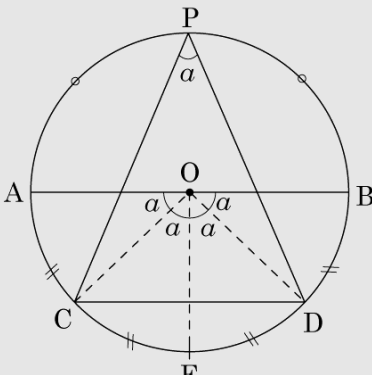
9. 다음 그림에서  $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고  $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CE} = 5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DB}$ ,  $\overline{PC} = \overline{PD}$  일 때,  $\angle PCD + \angle PDC$ 의 크기는?



- ①  $130^\circ$     ②  $135^\circ$     ③  $140^\circ$     ④  $145^\circ$     ⑤  $150^\circ$

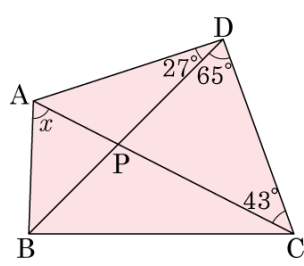
해설

세 개의 반지름을 그으면 호의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같으므로



$$\begin{aligned} \angle AOC &= \angle COE = \angle EOD = \angle DOB = a = 45^\circ \\ \angle CPD &\text{는 } 5.0\text{pt}\widehat{CD} \text{에 대한 원주각이므로} \\ \angle CPD &= \frac{1}{2} \times \angle COD = a = 45^\circ \\ \therefore \angle PCD + \angle PDC &= 180^\circ - \angle CPD \\ &= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서  $\angle BAC$  의 크기를 구하여라. (단,  $\square ABCD$  는 원에 내접한다.)



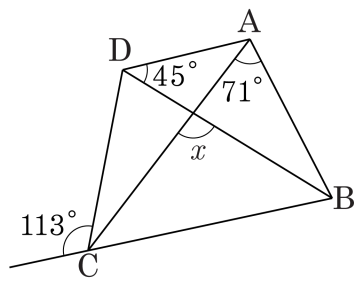
▶ 답 :                      °

▷ 정답 : 65 °

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 65^\circ$$

11. □ABCD 가 원에 내접한다고 한다. 이때  $\angle x$  의 크기는?

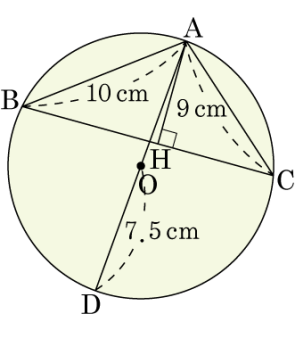


- ①  $99^\circ$       ②  $96^\circ$       ③  $94^\circ$       ④  $93^\circ$       ⑤  $90^\circ$

해설

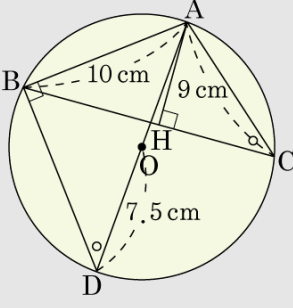
$$\begin{aligned} \angle DAC &= 113^\circ - 71^\circ = 42^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - (42^\circ + 45^\circ) = 93^\circ \end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 반지름의 길이가 7.5cm인 원 O는  $\triangle ABC$ 의 외접원이다.  $\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이고  $\overline{AB} = 10\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = 9\text{cm}$ 일 때,  $\triangle AHC$ 의 넓이는?



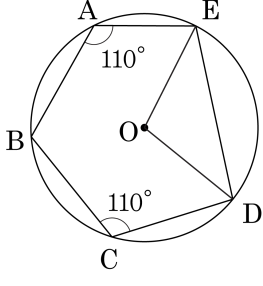
- ①  $3\sqrt{5}\text{cm}^2$       ②  $4\sqrt{6}\text{cm}^2$       ③  $5\sqrt{2}\text{cm}^2$   
 ④  $9\sqrt{5}\text{cm}^2$       ⑤  $8\sqrt{10}\text{cm}^2$

해설



$\triangle ABD \sim \triangle AHC$  (AA 닮음)이므로  
 $10 : AH = 15 : 9 \quad \therefore AH = 6\text{ cm}$   
 $\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해  
 $\overline{CH} = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}\text{ cm}$   
 따라서  $\triangle AHC$ 의 넓이는  
 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6 = 9\sqrt{5} (\text{cm}^2)$ 이다.

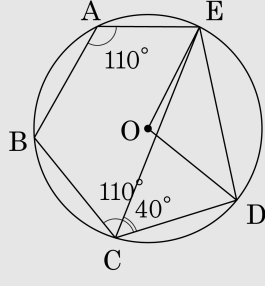
13. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 오각형에서  $\angle A = \angle C = 110^\circ$ ,  $\angle EOD = x^\circ$  일 때,  $x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 80

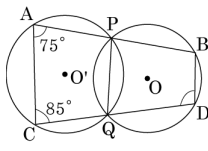
해설



보조선  $\overline{CE}$ 를 그어 내접하는 사각형

ABCE에서  $\angle BCE = 70^\circ$  이므로  $\angle ECD = 40^\circ$  이다. 따라서  $\angle EOD = 80^\circ$  이다.

14. 다음 그림에서 두 원 O, O' 이 두 점 P, Q 에서 만날 때,  $\angle BDQ$  의 크기를 구하여라.



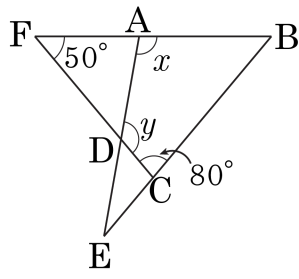
▶ 답: 1

▶ 정답 :  $95^\circ$

해설

$$\angle BPQ = \angle ACQ = 85^\circ$$
$$\therefore \angle BDQ = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

15. 다음 그림에서  $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때,  $\angle x, \angle y$ 의 크기로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

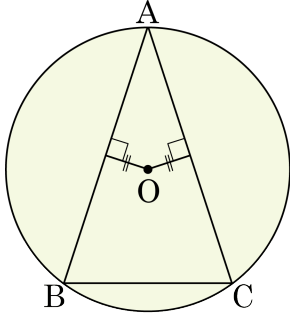


- ①  $\angle x = 99^\circ, \angle y = 129^\circ$       ②  $\angle x = 99^\circ, \angle y = 130^\circ$   
③  $\angle x = 100^\circ, \angle y = 130^\circ$       ④  $\angle x = 100^\circ, \angle y = 140^\circ$   
⑤  $\angle x = 110^\circ, \angle y = 140^\circ$

해설

$\triangle FBC$ 에서  
 $\angle FBC = 180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$   
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하려면 대각의 크기의 합이  $180^\circ$  이므로  
 $\angle x + 80^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 100^\circ$   
 $\angle y + 50^\circ = 180^\circ \therefore \angle y = 130^\circ$

16. 다음 그림의 원 O에서  $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10\pi$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$  일 때,  $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이는?



- ①  $15\pi$       ②  $18\pi$       ③  $22\pi$       ④  $25\pi$       ⑤  $30\pi$

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 30^\circ$  이므로  $\angle ABC = 75^\circ$

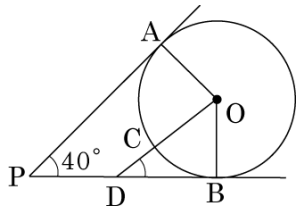
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = \angle BAC : \angle ABC$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 30^\circ : 75^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 25\pi$$

17. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고,  $\angle APB = 40^\circ$  이다.  $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$  인 점 C 를 잡아  $\overline{OC}$  의 연장선과  $\overline{PB}$  와의 교점을 D 라고 할 때,  $\angle ODB = (\quad)^\circ$  이다. (  $\quad$  )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

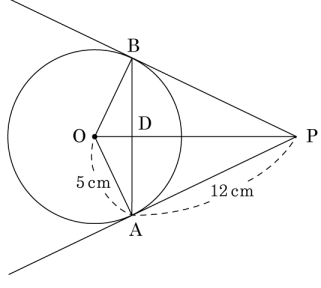
$\angle A = \angle B = 90^\circ$  이므로  $\angle AOB = 140^\circ$  이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$  이므로

$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ$  이다.

$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

18. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?

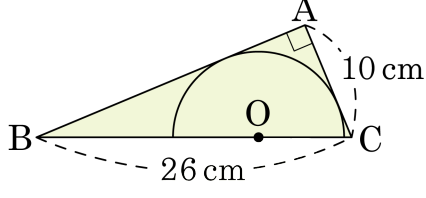


- ① 24cm                      ②  $\frac{192}{2}$  cm                      ③  $\frac{120}{13}$  cm  
 ④  $\frac{124}{5}$  cm                      ⑤ 25cm

**해설**

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로  $\overline{PO} = 13\text{cm}$  이다.  
 또한,  $\overline{AB} \perp \overline{PO}$  이므로  
 $\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$   
 따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로  $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$  이다.

19. 다음 그림과 같이  $\angle A = 90^\circ$  인 직각삼각형 ABC 에서  $\overline{BC} = 26\text{cm}$  ,  $\overline{CA} = 10\text{cm}$  이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, AB , CA 는 반원 O 의 접선이다.)



▶ 답 :                      cm

▷ 정답 :  $\frac{120}{17}$  cm

해설

반원 O의 반지름의 길이를  $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\overline{AB} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm})\text{이므로}$$

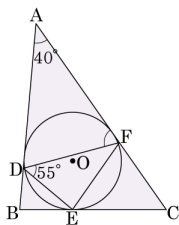
$$\triangle ABC\text{의 넓이} = 10 \times 24 \times \frac{1}{2} = 120(\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned}\triangle AOB + \triangle AOC &= 24 \times r \times \frac{1}{2} + 10 \times r \times \frac{1}{2} \\ &= 10 \times 24 \times \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$17r = 120$$

$$\therefore r = \frac{120}{17}(\text{cm})$$

20. 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 의 내접원은  $\triangle DEF$ 의 외접원이다.  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\angle FDE = 55^\circ$  일 때,  $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 ▶

▶ 정답 :  $70^{\circ}$

해설

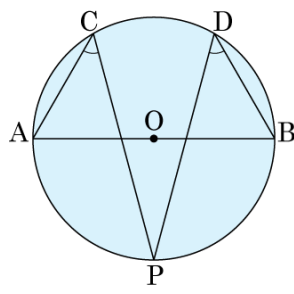
$$\overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로}$$

$$\angle AFD = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$



22. 다음 그림과 같은 원 O 에서  $\angle ACP + \angle BDP$  의 값을 구하면?

- ①  $86^\circ$       ②  $88^\circ$       ③  $90^\circ$   
 ④  $92^\circ$       ⑤  $94^\circ$



해설

점 O 와 P 를 연결하면

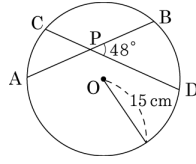
$$\angle AOP = 2\angle ACP$$

$$\angle BOP = 2\angle BDP$$

$$\therefore \angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACP + 2\angle BDP = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACP + \angle BDP = 90^\circ$$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 15cm 인 원 O 의 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 하고,  
 $\angle BPD = 48^\circ$  일 때,  $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$  의 길이를 구하여라.

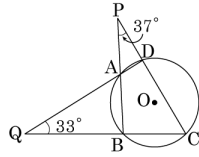


- ①  $4\pi\text{cm}$                       ②  $6\pi\text{cm}$                       ③  $8\pi\text{cm}$   
 ④  $10\pi\text{cm}$                     ⑤  $12\pi\text{cm}$

해설

A 와 D 를 이으면  $\angle ADC + \angle BAD = 48^\circ$   
 $5.0\text{pt}\widehat{AC}$  와  $5.0\text{pt}\widehat{BD}$  의 중심각의 합은  $96^\circ$  이므로  
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$  의 둘레의 길이는  $2 \times 15 \times \pi \times \frac{96^\circ}{360^\circ} = 8\pi (\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는  $\square ABCD$  에서  $\overline{DA}$  와  $\overline{CB}$  의 연장선의 교점을 Q ,  $\overline{BA}$  와  $\overline{CD}$  의 연장선의 교점을 P 라 하자.  
 $\angle P = 37^\circ$ ,  $\angle Q = 33^\circ$  일 때,  $\angle BCD$  의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 55 °

해설

$\angle BCD = x$  라고 하면

$$\angle CBP = 180^\circ - 37^\circ - x = 143^\circ - x$$

$$\angle QDC = 180^\circ - 33^\circ - x = 147^\circ - x$$

□ABCD 가 원에 내접하므로

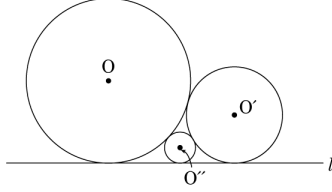
$$143^\circ - x + 147^\circ - x = 180^\circ$$

$$290^\circ - 2x = 180^\circ$$

$$-2x = -110^\circ$$

$$\therefore \angle x = 55^\circ$$

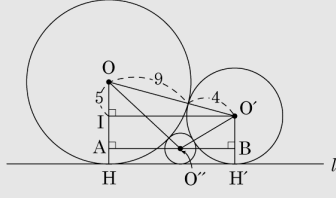
25. 다음 그림과 같이 두 원  $O$ ,  $O'$  이 서로 외접하고, 원  $O''$  이 이 두 원과 외접하면서 공통외접선  $l$  과 접한다. 두 원  $O$ ,  $O'$  의 반지름이 각각 9, 4 이고 원  $O''$  의 반지름의 길이를  $r$  이라 할 때,  $50r$  의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답 : 72

## 해설



다음 그림과 같이 두 원의 중심 O, O' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 H, H' 라 하고, 중심 O' 에서  $\overline{OH}$  에 내린 수선의 발을 I 라 하면  $\triangle IOO'$  에서  $\overline{OO'} = 9 + 4 = 13$ ,  $\overline{OI} = 9 - 4 = 5$  이므로  $\overline{IO'} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

원의 중심 O'' 에서  $\overline{OH}$  와  $\overline{O'H'}$  에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하면 삼각형  $\triangle AO'O'$  에서  $\overline{OO''} = r + 9$ ,  $\overline{OA} = 9 - r$  이므로  $\overline{AO''} = \sqrt{(r+9)^2 - (9-r)^2} = 6\sqrt{r}$

삼각형  $\triangle O'O''B$  에서  $\overline{O'O''} = 4 + r$ ,  $\overline{O'B} = 4 - r$  이므로  $\overline{O''B} = \sqrt{(4+r)^2 - (4-r)^2} = 4\sqrt{r}$

여기서  $\overline{IO'} = \overline{AO''} + \overline{O''B} = 6\sqrt{r} + 4\sqrt{r} = 12$  이므로  $10\sqrt{r} = 12$

$\therefore r = \frac{36}{25}$

따라서  $50r = 72$  이다.