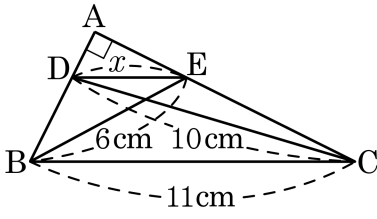


1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 11\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$ 일 때, x^2 의 값을 구하여라.



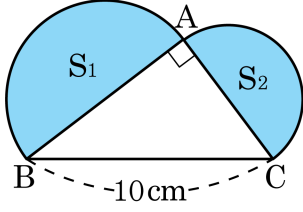
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$6^2 + 10^2 = 11^2 + x^2 \text{ 이므로 } x^2 = 136 - 121 = 15$$

2. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 중심으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?

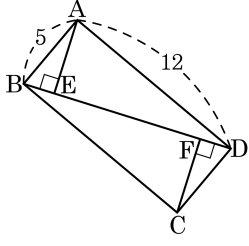


- ① $\frac{45}{2}\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{35}{2}\text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{2}\pi \text{ cm}^2$
 ④ $\frac{15}{2}\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8} (\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2) \\ &= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



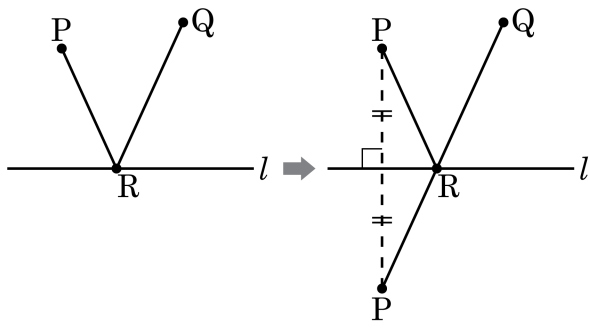
- ① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 13$
 $5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$
 따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR} + \overline{RQ}$ 의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 에 대한 점 P의 대칭점 P'을 잡고 선분 가 직선 l 과 만나는 점을 로 잡는다.

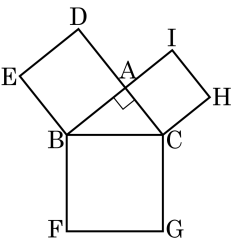


- ① l , PQ, Q ② l , PQ, R ③ l , P'Q, R
 ④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P'Q, R

해설

l 에 대한 점 P의 대칭점 P'을 잡고 선분 P'Q가 직선 l 과 만나는 점을 R로 잡는다.

5. 다음 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI의 넓이의 차를 구하면?

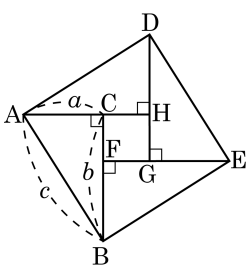


- ① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

해설

$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$
 $\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$
따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

6. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\triangle ABC \cong \triangle EDG$
- ② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$
- ③ $\overline{FG} = b - a$
- ④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$
- ⑤ $\square CFGH$ 는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90^\circ$ 이다.
 - ② $a - b < c < a + b$
 - ③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.
 - ④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.
 - ⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

- ④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b 가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

8. 세 변의 길이가 각각 a , $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC 가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$

② $0 < a < 4$

③ $2 < a < 8$

④ $0 < a < 8$

⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.

a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.

$$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$$

$$a^2 - 8a < 0, a(a-8) < 0$$

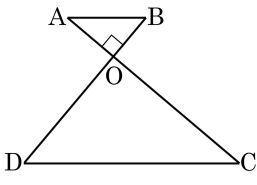
$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a-8 < 0 \therefore a < 8$

또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) $<$ (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a+1 < a+2a-1 \therefore a > 2$

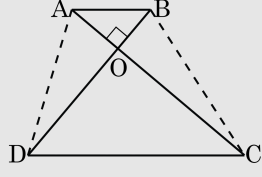
따라서 $2 < a < 8$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.

- ① 127 ② 130 ③ 137
 ④ 140 ⑤ 157

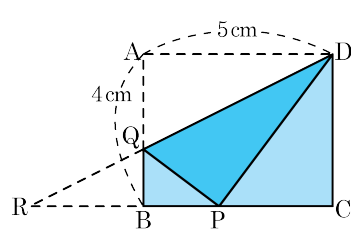


해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \dots ①$
 $\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \dots ②$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \dots ③$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \dots ④$
 ①과 ③을 변변 더하면
 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \dots ⑤$
 ②와 ④를 변변 더하면
 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \dots ⑥$
 ⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

10. 다음 그림과 같이 □ABCD를 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 P에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle DPR$ 의 넓이는?



- ① 10cm^2 ② 20cm^2 ③ 30cm^2
④ 40cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$$\overline{DP} = 5(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{CP} = 3(\text{cm})$$

따라서 $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = r(\text{cm})$ 로 놓으면

따라서, $BP = 2(\overline{BC})$
$$\overline{BQ} = (4 - x) \text{ cm}$$

$\Delta \text{ORP} \propto$

Δ_{QBP} 에서 x^2

$$8x = 20$$

$$\therefore r = 2.5(\text{cm})$$

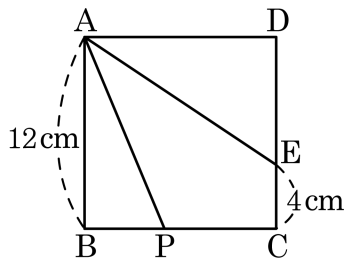
$$\therefore x = 2.5(\text{ cm})$$

$$\Delta\text{DAQ} \propto \Delta\text{RBQ}$$

$$5 : \overline{BB} = 2.5 : 1.5$$

$$\begin{aligned} 5 : \text{RB} &= 2.5 : 1.5 \\ \therefore \overline{\text{RB}} &= 3(\text{cm}), \overline{\text{RP}} = 3 + 2 = 5(\text{cm}) \\ \therefore \Delta \text{DPR} &= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

11. 한 변의 길이가 12 cm 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{AE}$ 이다. $\overline{EC} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

$\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자.

$\triangle ECF \sim \triangle ABF$ 이므로

$$12 : 4 = (\overline{CF} + 12) : \overline{CF}$$

$$\therefore \overline{CF} = 6\text{ cm}$$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle APF$ 는 이등변삼각형

$\overline{AP} = \overline{PF} = x\text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{BP} = 18 - x(\text{ cm})$$

$\triangle ABP$ 에서

$$x^2 = 12^2 + (18 - x)^2$$

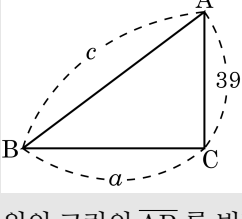
$$\therefore x = 13(\text{ cm})$$

12. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.

(단, a, c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 39^2 + a^2, \quad c^2 - a^2 = 39^2$$
$$(c - a)(c + a) = 3^2 \times 13^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + a > c - a$ 인 경우를 순서쌍 $(c + a, c - a)$ 로 나타내어 보면

$$(c + a, c - a) = (13^2, 3^2), (13^2 \times 3, 3),$$
$$(13 \times 3^2, 13), (13^2 \times 3^2, 1)$$

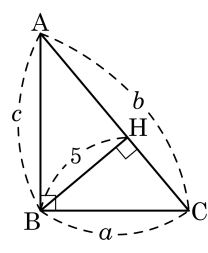
이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는 $c + a = 13 \times 3^2, c - a = 13$ 이다.

$$\therefore a = 52, c = 65$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014 \text{ 이다.}$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5$ cm 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하면?



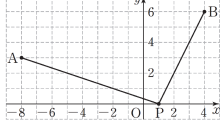
- ① 25 cm^2 ② $\frac{25}{2} \text{ cm}^2$ ③ $\frac{25}{3} \text{ cm}^2$
 ④ 5 cm^2 ⑤ 10 cm^2

해설

$(a + c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a + c)^2 = (10 - b)^2$
 $a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
 $b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
 $b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
 $2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
 또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
 $5b = ac \cdots (2)$
 (1)에 (2)를 대입하면
 $30b = 100$ 에서
 $b = \frac{100}{30}$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
 $\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} (\text{cm}^2)$

14.

다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(-8, 3)$, $B(4, 6)$ 과 x 축 위의 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이가 최소일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

오른쪽 그림과 같이 점 A 와 x 축에 대하여 대칭인 점을 A' 이라 하면

$A'(-8, -3)$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$$

$$\overline{A'B}^2 = (8+4)^2 + (3+6)^2 = 225 \quad \therefore \overline{A'B} = 15$$

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이가 최소일 때의 점 P 의 위치를 P' 이라 하면

$\triangle A'CP'$ 과 $\triangle BDP'$ 에서

$$\angle A'P'C = \angle BP'D \quad (\text{맞꼭지각}),$$

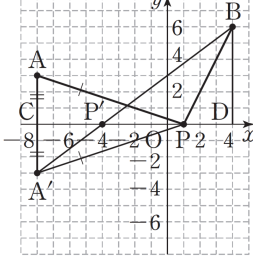
$$\angle A'CP' = \angle BDP' = 90^\circ$$

$\therefore \triangle A'CP' \sim \triangle BDP'$ (AA 답음)

$$\overline{A'P'} : \overline{BP'} = \overline{A'C} : \overline{BD} = 3 : 6 = 1 : 2 \text{이므로}$$

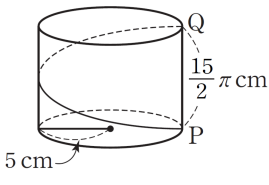
$$\overline{A'P'} = \frac{1}{3} \overline{A'B} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

따라서 구하는 $\overline{AP}$ 의 길이는 5이다.



15.

오른쪽 그림과 같이 밑면의
반지름의 길이가 5 cm 이고
높이가 $\frac{15}{2}\pi$ cm 인 원기둥
이 있다. 이때 점 P 에서 출
발하여 원기둥의 옆면을 따라 점 Q 에 이르는 최단 거
리를 구하시오.



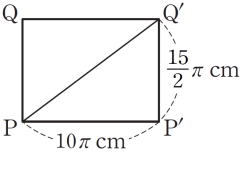
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{2}\pi$ cm

해설

밑면의 둘레의 길이는
 $2\pi \times 5 = 10\pi$ (cm)

오른쪽 그림의 전개도에서
구하는 최단 거리는 $\overline{PQ'}$ 의
길이이므로



$$\triangle PP'Q' \text{에서 } \overline{PQ'}^2 = (10\pi)^2 + \left(\frac{15}{2}\pi\right)^2 = \frac{625}{4}\pi^2$$

$$\therefore \overline{PQ'} = \frac{25}{2}\pi \text{ (cm)}$$