

1. 등식  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$  이  $x$ 에 대한 항등식이 될 때,  $A-B$ 의 값을 구하면? (단,  $A, B$ 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}$$

따라서  $\frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$  이므로

$$A+B=0, A=1$$

$$\therefore B=-1$$

$$\therefore A-B=1-(-1)=2$$

2. 등식  $\frac{3x}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$  가  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① -2      ② -6      ③ 1      ④ 2      ⑤  $\frac{7}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{3x}{x^3+1} &= \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1} \\ &= \frac{a(x^2-x+1) + (x+1)(bx+c)}{x^3+1} \\ &= \frac{ax^2 - ax + a + bx^2 + bx + cx + c}{x^3+1} \\ &= \frac{(a+b)x^2 + (b-a+c)x + a+c}{x^3+1}\end{aligned}$$

$a+b=0$ ,  $b-a+c=3$ ,  $a+c=0$ 을 연립하여 풀면

$a=-1$ ,  $b=1$ ,  $c=1$

$\therefore a+b+c=1$

3.  $\frac{4x^2}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+1}$ 가  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 실수  $a, b, c$ 의 값을 정하였을 때,  $abc$ 의 값은?

- ① 2                      ② 3                      ③ 6                      ④ 12                      ⑤ 24

해설

$$\frac{4x^2}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+1} \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에  $(x-1)^2(x+1)$ 을 곱하면

$$4x^2 = a(x-1)(x+1) + b(x+1) + c(x-1)^2 \cdots \textcircled{2}$$

②가  $x$ 에 관한 항등식이므로

$x = 1, -1, 0$ 을 각각 대입하면

$$4 = 2b, \quad 4 = 4c, \quad 0 = -a + b + c$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 2, \quad c = 1$$

$$\therefore abc = 6$$

4. 함수  $f(x) = ax + b(a > 0)$ 에 대하여 합성함수  $(f \circ f)(x) = 4x + 3$ 일 때  $f(1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b\end{aligned}$$

$$a^2x + ab + b = 4x + 3$$

$x$ 에 대한 항등식 이므로  $a^2 = 4, ab + b = 3$

$a > 0$  이므로  $a = 2, b = 1$

$$\therefore f(x) = 2x + 1$$

$$\therefore f(1) = 3$$



5. 집합  $X = \{-1, 1\}$ 을 정의역으로 하고, 실수 전체의 집합  $R$ 를 공역으로 하는 함수  $f(x) = |x|, g(x) = ax - 2$ 에 대하여  $f(-1) = g(-1)$ 일 때,  $a + g(1)$ 의 값은?

①  $-8$       ②  $-6$       ③  $-4$       ④  $-2$       ⑤  $0$

해설

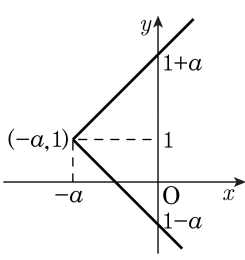
$f(-1) = g(-1)$ 에서  $|-1| = -a - 2$ ,  $1 = -a - 2$   
 $\therefore a = -3$   
이때,  $g(1) = -3 - 2 = -5$   
 $\therefore a + g(1) = -3 - 5 = -8$

6.  $|y-1|=x+a$  의 그래프와  $y$  축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$  의  
그래프는  $|y|=x$  를  
 $x$  축 음의 방향으로  $a$ ,  
 $y$  축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨  
그래프이므로 다음 그림과 같다.  
이때,  $y$  절편은  $|y-1|=a$  에서  $y=1\pm a$   
 $\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = 4 \quad \therefore a = 2(a > 0)$



7. 함수  $y = a|x+1| - b|x-1| + 2$  의 그래프가  $y$ 축에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건을 구하면?

- ①  $a + b = 0$                       ②  $a - b = 0$                       ③  $a + b = 1$   
④  $a - b = 1$                       ⑤  $a + b = 2$

해설

$y = f(x)$ 의 그래프가  $y$ 축에 대하여 대칭이면  $f(x) = f(-x)$ 이다.

$f(x) = a|x+1| - b|x-1| + 2$  라 하면

$f(-x) = a|-x+1| - b|-x-1| + 2$

$= -b|x+1| + a|x-1| + 2$

$f(x) = f(-x)$  에서  $a = -b$

$\therefore a + b = 0$

8.  $|x| + |y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 2

② 4

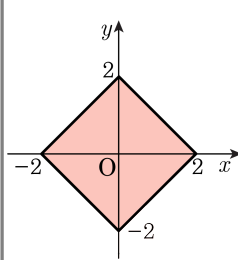
③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$|x| + |y| = 2$ 의 그래프는  
 $x + y = 2$ 의 그래프에서  
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을  
각각  $x$ 축,  $y$ 축, 원점에 대하여 대칭 이  
동한 것이므로 다음 그림과 같다.  
따라서 구하는 도형의 넓이는  $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 =$   
8





9. 두 집합  $X = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$ 를 다음과 같이 정의할 때, 이 함수의 치역을 구하면?

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & (x < 0) \\ x & (x = 0) \\ \frac{x^2}{4} & (x > 0) \end{cases}$$

①  $\{0, 1, 2\}$

②  $\{0, 1, 3\}$

③  $\{0, 1, 2, 3\}$

④  $\{0, 1, 2, 4\}$

⑤  $\{0, 1, 3, 4\}$

해설

$$f(-4) = |-4| - 1 = 3$$

$$f(-2) = |-2| - 1 = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = \frac{4}{4} = 1$$

$$f(4) = \frac{16}{4} = 4$$

$\therefore$  치역 :  $\{0, 1, 3, 4\}$

10. 함수  $y = \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2만큼,  $y$  축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동하면, 함수  $y = \frac{bx+c}{x+a}$  의 그래프와 일치한다. 이 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

함수  $y = \frac{2}{x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2만큼,

$y$  축의 방향으로  $-1$ 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{2}{x-2} - 1 = \frac{-x+4}{x-2}$$

따라서  $a = -2$ ,  $b = -1$ ,  $c = 4$

$$\therefore a+b+c = 1$$

11.  $y = \frac{2x}{2x+1}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로 3,  $y$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는?

①  $y = 2 - \frac{2x}{2x-5}$   
③  $y = 3 - \frac{1}{2x-5}$   
⑤  $y = 3 + \frac{3x}{2x-5}$

②  $y = 2 + \frac{2x}{2x-5}$   
④  $y = 2 + \frac{x}{2x-5}$

해설

$x \rightarrow x-3, y \rightarrow y-2$ 를 식에 대입하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x}{2x+1} = \frac{2(x-3)}{2(x-3)+1} + 2 \\ &= \frac{2x-6}{2x-5} + 2 \\ &= \frac{(2x-5)-1}{2x-5} + 2 \\ &= 3 - \frac{1}{2x-5} \end{aligned}$$

12. 유리함수  $y = \frac{4x+3}{x+2}$  의 그래프는 함수  $y = \frac{a}{x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $b$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $c$  만큼 평행 이동한 것이다. 이 때  $a+b+c$  의 값은?

①  $-4$       ②  $-3$       ③  $-2$       ④  $-1$       ⑤  $0$

해설

$$y = \frac{4x+3}{x+2} = \frac{4(x+2)-5}{x+2} = 4 + \frac{-5}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{-5}{x} \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축 방향으로 } -2,$$

$y$  축 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$$a+b+c = (-5) + (-2) + 4 = -3$$



13.  $y = \frac{x+a}{x+1}$ 의 그래프를  $x$ 축 및  $y$ 축의 방향으로 평행이동 하면  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 때,  $a$ 의 값은?

① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3                      ⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+a}{x+1} = \frac{x+1+a-1}{x+1} = 1 + \frac{a-1}{x+1} \text{을 평행이동하여}$$

$$y = \frac{1}{x} \text{과 겹치려면 } a-1=1$$

$$\therefore a=2$$

14. 무리수  $\sqrt{k}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $a^3 + b^3 = 9ab$ 을 만족하는 양의 정수  $k$ 를 구하면?

① 6                      ② 4                      ③ 2                      ④ 1                      ⑤ 11

해설

$\sqrt{k} = a + b \quad \therefore b = \sqrt{k} - a$   
 $a^3 + b^3 = 9ab, \quad a^3 + (\sqrt{k} - a)^3 = 9a(\sqrt{k} - a)$   
 $\therefore 3a(3a - k) + \sqrt{k}(3a^2 - 9a + k) = 0$   
 $a, k$ 가 정수이므로  
 $3a(3a - k) = 0, \quad 3a^2 - 9a + k = 0$   
연립하여 풀면  
 $\therefore a = 2, \quad k = 6$

15.  $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분  $x$ 에 대하여  $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때,  $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\sqrt{2}-1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1. \dots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2} \\ y = x + \frac{1}{x} &= 2-\sqrt{2} + \frac{1}{2-\sqrt{2}} \\ &= 2-\sqrt{2} + \frac{2+\sqrt{2}}{2} \\ &= 3-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y-2 &= 1-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2}-1\end{aligned}$$

16.  $\langle x \rangle = x - [x]$  라 할 때,  
 $\langle \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rangle - \frac{1}{\langle \sqrt{3+2\sqrt{2}} \rangle}$  의 값은?(단,  $[x]$  는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수이다.)
- ①  $-2\sqrt{2}$                       ②  $-2$                       ③  $-1$   
 ④  $2$                               ⑤  $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3+2\sqrt{2}} &= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} \\ &= \sqrt{2}+1 = x \text{라 하자.} \\ [x] &= 2, \langle x \rangle = \sqrt{2}-1 \\ (\text{준식}) &= (\sqrt{2}-1) - \frac{1}{\sqrt{2}-1} \\ &= \sqrt{2}-1 - (\sqrt{2}+1) = -2\end{aligned}$$



17. 실수  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수를  $[x]$ 라고 하고  $\{x\} = x - [x]$ 로 정의  
하자  $x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$ 일 때,  $[\{x\}^{-1}]^{-1}$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$x = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = \sqrt{28 - 2\sqrt{25 \times 3}} = 5 - \sqrt{3}$$

$$[5 - \sqrt{3}] = [3.2\cdots\cdots] = 3$$

$$\{x\} = (5 - \sqrt{3}) - 3 = 2 - \sqrt{3},$$

$$\{x\}^{-1} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\{2 + \sqrt{3}\} = 2 + \sqrt{3} - [2 + \sqrt{3}] = \sqrt{3} - 1$$

$$\{2 + \sqrt{3}\}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 1.3\cdots\cdots$$

$$\text{따라서, } \{\{x\}^{-1}\}^{-1} = 1$$

18.  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라고 할 때,  $\frac{a}{b} = p + \sqrt{q}$

이다.  $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2. \times \times \times$$

$$a = 2, b = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore p = 1, q = 3$$

$$\therefore p + q = 4$$

19. 함수  $y = \frac{x+1}{x-2}$  의 그래프에서 점근선의 방정식을  $x = a$ ,  $y = b$  라 할 때, 함수  $y = \sqrt{ax+b}$  의 역함수의 최솟값을 구하면?

- ①  $-1$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $1$       ⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$

20. 함수  $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를  $y = g(x)$ 라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

- ①  $(-1, -1)$                       ②  $(0, 0)$                       ③  $(1, 1)$   
④  $(2, 2)$                       ⑤  $(3, 3)$

해설

$y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 는 서로 역함수이므로  
두 함수의 그래프의 교점은  $y = f(x)$ 와  
직선  $y = x$ 의 교점과 일치한다.  
따라서  $\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하여  
정리하면  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,  $(x+1)(x-3) = 0$   
 $\therefore x = -1, 3$   
 $x \geq 0$  이므로  $x = 3$   
즉, 교점의 좌표는  $(3, 3)$ 이다.



21.  $y = \sqrt{x+2}$  와  $x = \sqrt{y+2}$  의 교점의 좌표를  $P(a, b)$  라 할 때,  $a+b$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤  $\frac{7}{5}$

해설

두 곡선은 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로  
두 곡선의 교점은  $y = \sqrt{x+2}$  와  $y = x$ 와의  
교점이다.

$$\sqrt{x+2} = x \text{ 에서 } x^2 = x+2$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore P(a, b) = P(2, 2)$$

( $\therefore P(a, b)$ 는 제 1 사분면에 존재한다.)

22. 무리함수  $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① (1, -2)

② (-3, -1)

③ (1, 1)

④ (-2, -2)

⑤ (1, 1), (-2, -2)

해설

$f(x)$ 와  $f^{-1}(x)$ 의 교점의  $x$ 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다.  $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

23. 정의역이  $\{x \mid x > 1\}$ 인 두 함수  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ ,  $g(x) = \sqrt{3(x-1)}$ 에 대하여  $(f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

$$(f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = a \text{라 하면}$$
$$(f \circ g)(a) = \frac{1}{4} \text{이고}$$
$$f(g(a)) = f(\sqrt{3(a-1)})$$
$$= \frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} \text{이므로}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} = \frac{1}{4}$$
$$\sqrt{3(a-1)}+1 = 4,$$
$$\sqrt{3(a-1)} = 3$$
$$3(a-1) = 9, a-1 = 3, a = 4$$
$$\therefore (f \circ g)^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 4$$

24. 다음 등식이  $x \neq 0$ ,  $x \neq -1$  인 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립하도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정하여라.

$$\frac{2x+1}{x(x+1)^2} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$$

**해설**

(1) 단계

준식의 우변을 통분하면

$$\begin{aligned} & \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2} \\ &= \frac{a(x+1)^2 + bx(x+1) + cx}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{(a+b)x^2 + (2a+b+c)x + a}{x(x+1)^2} \end{aligned}$$

(2) 단계

따라서

$$\begin{aligned} & \frac{2x+1}{x(x+1)^2} \\ &= \frac{(a+b)x^2 + (2a+b+c)x + a}{x(x+1)^2} \text{ 가} \end{aligned}$$

$x \neq 0$ ,  $x \neq -1$  인 모든 실수  $x$ 에 대하여 항상 성립하므로

양변의 분자가 반드시 같아야 한다.

$$\text{즉, } 2x+1 = (a+b)x^2 + (2a+b+c)x + a$$

양변의 계수를 비교하면

$$a+b=0, 2a+b+c=2, a=1$$

(3) 단계

$$\therefore a=1, b=-1, c=1$$



25. 분수함수  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  의 그래프는  $y = \frac{k}{x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $d$ 만큼,  $y$  축으로  $b$ 만큼 평행이동한 것이다. 이때,  $k, a, b$ 의 값을 각각 구하시오.

해설

(1) 단계

$$y = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{2(x+1)-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 2$$

(2) 단계

$y = \frac{-1}{x+1} + 2$ 은  $y = \frac{-1}{x}$ 를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ ,  $y$ 축의 방향으로  $2$ 만큼 평행이동 한 것이다.

(3) 단계

따라서  $k = -1, a = -1, b = 2$