1. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+7 \le -x+31 \\ x+a \ge -3 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\begin{cases} 3x+7 \le -x+31 \\ x+a \ge -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x \le 24 \\ x+a \ge -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \le 6 \\ x \ge -3-a \end{cases}$

$\therefore \; -3-a \le x \le 6$

해가 $-1 \le x \le 6$ 이므로 $-3-a=-1$

$\therefore \; a=-2$

2. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답： ____ 개

▷ 정답： 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x+2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x+2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x+2000(20-x) > 34000 \\ 1600x+2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\frac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로, 열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.
따라서 최대 14 개를 사야 한다.

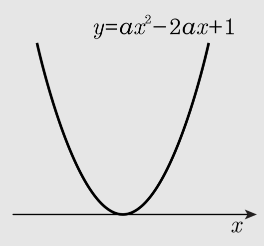
3. 부등식 $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면
$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로 $a > 0$
(ii) $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0$ 에서 $a = 0$ 또는 $a = 1$
(i), (ii) 에서 $a = 1$

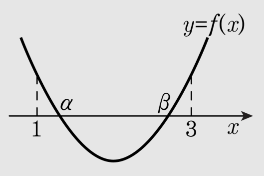
4. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면
$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$
$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$
$\therefore\ a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이
$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$
$\therefore\ 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4,\ \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

5. 세 점 $A(2,\ 2)$, $B(4,\ 6)$, $C(0,\ 1)$과 좌표평면 위의 임의의 점 P 에 대해 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$의 최솟값과 최솟값일 때의 점 P 의 좌표를 구하면?

① 61, (0, 0)　② 12, (2, 3)　③ 12, (3, 3)
④ 22, (2, 3)　⑤ 25, (3, 3)

해설

$P=(x,y)$라 하면
$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$
$=(x-2)^2+(y-2)^2+(x-4)^2+(y-6)^2+x^2$
$+(y-1)^2=3(x-2)^2+3(y-3)^2+22$
$\therefore$ 최솟값은 P가 (2, 3)일 때 22이다.

6. A$(-2,3)$, B$(4,3)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

① $(-2,0)$ ② $(-1,0)$ ③ $(0,0)$
④ $(1,0)$ ⑤ $(2,0)$

해설

점 P를 $(\alpha,0)$이라 하자.
$\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$이므로
$(\alpha+2)^2+(0-3)^2=(\alpha-4)^2+(0-3)^2$
$\therefore\ \alpha=1$
$\therefore\ P=(1,0)$

7. 두 점 $(1, -3)$, $(3, 2)$로부터 거리가 같고, 직선 $y = 2x$ 위에 있는 점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right)$ ② $\left(\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{3}\right)$
④ $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$ ⑤ $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$

해설

$y = 2x$ 위에 있으므로 $(a, 2a)$로 놓으면
$\sqrt{(1-a)^2 + (-3-2a)^2}$
$= \sqrt{(3-a)^2 + (2-2a)^2}$
$a^2 - 2a + 1 + 4a^2 + 12a + 9 = a^2 - 6a + 9 + 4a^2 - 8a + 4$
$10a + 10 = -14a + 13$
$\therefore\ 24a = 3$
$\therefore\ a = \frac{1}{8},\ 2a = \frac{1}{4}$
$\therefore\ \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$

8. 좌표평면 위의 세 점 $A(4,\ -2)$, $B(1,\ 7)$, $C(-2,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형 ② 이등변삼각형

③ 직각삼각형 ④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

세변의 길이는

$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + \{7-(-2)\}^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45}$

$= 3\sqrt{5}$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$이고, $\overline{BC} = \overline{CA}$이므로 직각이등변삼각형이다.

9. 좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(1,2)$, $\mathrm{P}(0,b)$, $\mathrm{Q}(a,0)$, $\mathrm{B}(5,1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$의 최솟값을 k라 할 때, k^2의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

점 $\mathrm{A}\ (1,2)$의 y축에 대하여 대칭인 점을 $\mathrm{A}'(-1,2)$, 점 $\mathrm{B}(5,1)$의 x축에 대하여 대칭인 점을 $\mathrm{B}'(5,-1)$이라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB'}}$

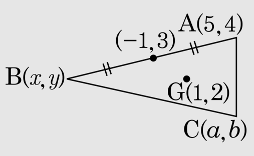
$\geq \overline{\mathrm{A'B'}}=\sqrt{(5+1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{45}$

따라서 $k=\sqrt{45}$ 이므로 $k^2=45$

10. $\triangle$ABC의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4)이고, 선분 AB의 중점의 좌표가 (−1, 3)이고 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

① (3, −1) ② (4, −1) ③ (5, −1)
④ (4, 0) ⑤ (5, 0)

해설



B$(x,\ y)$, C$(a,\ b)$라고 하면

중점 $(-1,3)=\left(\dfrac{x+5}{2},\dfrac{y+4}{2}\right)$에서

$x+5=-2$, $x=-7$, $y+4=6$, $y=2$

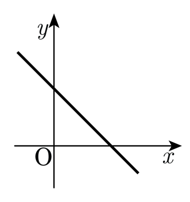
$\therefore$ B$(x,\ y)=(-7,\ 2)$

$G=\left(\dfrac{5-7+a}{3},\dfrac{4+2+b}{3}\right)=(1,\ 2)$에서

$a-2=3$, $a=5$, $b+6=6$, $b=0$

$\therefore$ C(5, 0)

11. 직선 $ax+by+c=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+by+a=0$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

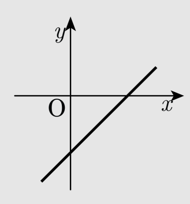


① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면

⑤ 제 1, 3 사분면

해설



직선 $ax+by+c=0$ 은

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 이므로

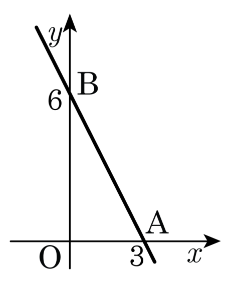
$-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}>0$ 이다.

구하는 직선은 $y=-\frac{c}{b}x-\frac{a}{b}$ 이므로

그래프는 다음과 같다.

따라서 지나지 않는 사분면은 제2 사분면이다.

12. x축, y축 및 직선 $y = -2x+6$으로 둘러싸인 $\triangle$OAB의 넓이를 3등분하고, 원점을 지나는 두 직선의 방정식은 $y = ax$와 $y = bx$이다. 이 때, $a+b$의 값은?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

원점을 지나며 $\triangle$OAB의 넓이를 3등분하는 직선은
$\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점과
$2:1$로 내분하는 점 $(2,\ 2)$와 $(1,\ 4)$를 각각 지난다.
두 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = x$이고,
두 점 $(0,\ 0)$, $(1,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = 4x$이다.
그러므로 $a+b = 1+4 = 5$

13. 두 원 $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2-4x-4y=0$의 교점과 점 $(-1,\ 1)$을 지나는 원의 넓이는?

① π ② 2π ③ 4π ④ 8π ⑤ 16π

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
$\left(x^2+y^2-4\right)+k\left(x^2+y^2-4x-4y\right)=0\cdots$ ㉠
㉠이 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로
㉠에 대입하여 정리하면 $k=1$
$\therefore x^2+y^2-2x-2y-2=0$이므로
$(x-1)^2+(y-1)^2=4$
따라서, 반지름의 길이가 2이므로 원의 넓이는 4π이다.

14. 점 $(2,\ 3)$ 을 점$(1,\ 5)$ 로 옮기는 평행이동 T 에 의하여 직선 $y = ax+b$ 가 직선 $y = 3x-2$ 로 옮겨질 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -21

해설

평행이동 T 에 의하여 점 $(2, 3)$ 이 점$(1, 5)$ 로 옮겨지므로
$T : (x, y) \to (x+m, y+n)$ 이라고 하면,
$(2, 3) \xrightarrow{T} (1, 5)$ 에서
$2+m = 1, 3+n = 5 \qquad \therefore m = -1, n = 2$
$\therefore T : (x, y) \to (x-1, y+2)$
따라서, T 는 x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 평행이동이다.
한편, 평행이동 T 에 의하여 직선 $y = ax+b$ 가
옮겨지는 직선의 방정식은
$y-2 = a(x+1)+b$
$\therefore y = ax+a+b+2 \cdots\cdots$ ㉠
이때, ㉠이 $y = 3x-2$ 와 같아야 하므로
$a = 3, a+b+2 = -2$
$\therefore a = 3, b = -7 \qquad \therefore ab = -21$

15. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l, l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m, m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼 평행이동시킨 직선 l 은

$l\ :\ y = 2(x - \alpha) + 4$

이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은

$m\ :\ (-y) = 2(x - \alpha) + 4$

n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로

$n\ :\ (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$

이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로

l 과 n이 일치하려면

$-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

16. x보다 크지 않은 최대의 정수와 x보다 작지 않은 최소의 정수의 합이 5일 때, x는?

① $\left\{\frac{5}{2}\right\}$　② $\{x|2 \le x \le 3\}$　③ $\{x|2 \le x < 3\}$

④ $\{x|2 < x \le 3\}$　⑤ $\{x|2 < x < 3\}$

해설

$[x]$를 x보다 크지 않는 최대의 정수,
$< x >$를 x보다 작지 않은 최대의 정수라 하자.
$x = n$ (n 은 정수) 일 때,
$[x] = n,\ < x >= n$이므로 $n + n = 5,\ n = \frac{5}{2}$
$\therefore$ 적당하지 않다.
$n < x < n + 1$ (n 은 정수) 일 때,
$[x] = n,\ < x >= n + 1$이므로 $n + n + 1 = 5$
$\therefore n = 2$
$\therefore 2 < x < 3$

17. 다음 두 식을 동시에 만족하는 정수 $x,\ y$ 의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하면?

$|x^2-2x| = y-1$ ······ ㉠
$y \le x+1$ ······ ㉡

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠에서 $y = |x^2-2x|+1$이므로
㉡에 대입하면 $|x^2-2x| \le x$
(i) $x^2-2x \ge 0$ $(x \le 0,\ x \ge 2)$일 때
$x^2-2x \le x$
$\therefore\ x(x-3) \le 0$
$\therefore\ 0 \le x \le 3$
조건과 공통범위를 구하면 $x=0,\ 2 \le x \le 3$
(ii) $x^2-2x<0$ $(0<x<2)$일 때
$-(x^2-2x) \le x$
$\therefore\ x(x-1) \ge 0$
$\therefore\ x \le 0,\ x \ge 1$
조건과 공통 범위를 구하면 $1 \le x < 2$
(i), (ii)에서 정수 x를 구하면 $x = 0,\ 1,\ 2,\ 3$
x의 값을 ㉠에 차례로 대입하면 $y = 1,\ 2,\ 1,\ 4$
구하는 순서쌍$(x,\ y)$는
$(0,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 1), (3, 4)$
따라서 구하는 개수는 4 개다.

18. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $|x-2|<\sqrt{3}$의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$ 의 해를 구하면?

① $0<x<1$ ② $1<x<2$ ③ $2<x<3$

④ $3<x<4$ ⑤ $4<x<5$

해설

$|x-2|<\sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3}<x-2<\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$

$ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0(\because a<0)$

$-\frac{b}{a}=4, \frac{c}{a}=1 \Rightarrow b=-4a, c=a$

그러면 주어진 식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$에서

$ax^2+(-4a+a)x+a-4a+5a>0$

$ax^2-3ax+2a>0$ $(\because a<0)$

$x^2-3x+2<0$

$(x-2)(x-1)<0$

따라서 $1<x<2$

19. 이차방정식 $x^2+(a-b)x+ab=1$이 a의 어떤 실수값에 대해서도 항상 실근을 갖도록 b의 범위를 정하면?

① $-\frac{\sqrt{2}}{2} \le b \le \frac{\sqrt{2}}{2}$
② $b \le -\frac{\sqrt{2}}{2},\ b \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$
③ $-\frac{\sqrt{2}}{3} \le b \le \frac{\sqrt{2}}{3}$
④ $b \le -\frac{\sqrt{2}}{3},\ b \ge \frac{\sqrt{2}}{3}$
⑤ $b \le -2,\ b \ge 2$

해설

$x^2+(a-b)x+ab-1=0$에서
$D=(a-b)^2-4(ab-1)\ge 0$
이 식을 a에 관해서 정리하면, $a^2-6ba+b^2+4\ge 0$이
부등식이 a에 관계없이 항상 성립하기 위한 조건은 $\frac{D'}{4} \le 0$
이므로
$\frac{D'}{4}=(3b)^2-(b^2+4)\le 0$
$\therefore\ 2b^2-1\le 0$에서
$(\sqrt{2}b+1)(\sqrt{2}b-1)\le 0$
$-\frac{1}{\sqrt{2}} \le b \le \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\therefore\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \le b \le \frac{\sqrt{2}}{2}$

20. 두 부등식 $x^2 + 2x - 15 > 0$, $x^2 - x + k \le 0$에 대하여 두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x의 값은 $3 < x \le 6$일 때, 상수 k 의 값은?

① -48　② -30　③ -18　④ 12　⑤ 24

해설

부등식 $x^2 + 2x - 15 > 0$ 에서
$(x+5)(x-3) > 0$, $x > 3$ 또는 $x < -5$
부등식 $x^2 - x + k \le 0$ 에 대하여
두 부등식의 공통범위가 $3 < x \le 6$ 이므로
$x^2 - x + k \le 0$ 를 만족하는 범위는
$-5 \le x \le 6$ $(x-6)(x+5) \le 0$
$x^2 - x - 30 \le 0$
$\therefore k = -30$

21. 점 (a, b)가 직선 $y = 2x - 3$ 위를 움직일 때, 직선 $y = ax + 2b$는 항상 일정한 점 P를 지난다. 이 때, 점 P의 좌표는?

① P$(-4,\ 6)$　② P$(-4,\ -6)$　③ P$(2,\ 3)$
④ P$(3,\ 2)$　⑤ P$(-2,\ -4)$

해설

점 (a, b)가 직선 $y = 2x - 3$
위에 있으므로 $b = 2a - 3$
따라서 $y = ax + 2b$에서
$y = ax + 2(2a - 3)$이므로
a에 대하여 정리하면
$a(x + 4) - (6 + y) = 0$
이 식이 a의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 a에 대한 항등식이다.
$\therefore x + 4 = 0,\ 6 + y = 0$
$\therefore$ P$(-4, -6)$

22. 원 $x^2+y^2+ax+by+c=0$ 이 x 축과 y 축에 동시에 접할 때, $c=ka^2$ 이 성립한다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$x^2+y^2+ax+by+c=0$ 을 표준형으로 나타내면

$\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\left(y+\frac{b}{2}\right)^2=\frac{a^2+b^2-4c}{4}$

따라서, 중심이 $\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}\right)$ 이고

반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}$ 이므로

이 원이 x 축과 y 축에 동시에 접하기 위해서는

$\left|-\frac{a}{2}\right|=\left|-\frac{b}{2}\right|=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}$ 이어야 한다.

(i) $\left|-\frac{a}{2}\right|=\left|-\frac{b}{2}\right|$ 에서 $|a|=|b|$

$\therefore a^2=b^2 \cdots\cdots$ ㉠

(ii) $\left|-\frac{a}{2}\right|=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}$ 의 양변을 제곱하면 $\frac{a^2}{4}=\frac{a^2+b^2-4c}{4}$

$\therefore b^2=4c \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡ 에 대입하면 $a^2=4c$

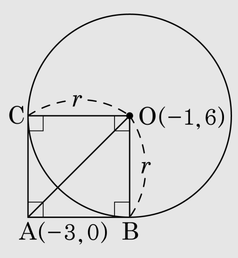
$\therefore c=\frac{1}{4}a^2$

$\therefore k=\frac{1}{4}$

23. 점 A$(-3,\ 0)$에서 원 $(x+1)^2+(y-6)^2=r^2$에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, r의 값은? (단, $r>0$)

① 4　　② $3\sqrt{2}$　　③ $2\sqrt{5}$　　④ $2\sqrt{6}$　　⑤ 5

해설



원 $(x+1)^2+(y-6)^2=r^2$은 중심이 O$(-1,\ 6)$이고
반지름의 길이가 $r(r>0)$인 원이다.
점 A에서 이 원에 그은 두 접선이 서로 수직이면 다음 그림과 같이
□ABOC는 한 변의 길이가 r인 정사각형이 된다.
이 때, 두 점 A와 O 사이의 거리가 $r\sqrt{2}$가 되어야 하므로

$$\sqrt{\{-1-(-3)\}^2+(6-0)^2}=r\sqrt{2}$$

$$\sqrt{40}=r\sqrt{2}$$

$$\therefore\ r=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

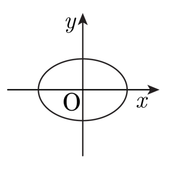
24. 직선 $y = kx+1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2+y^2+6x-4y+9=0$ 의 넓이를 이등분한다고 할 때 k 의 값을 구하면?

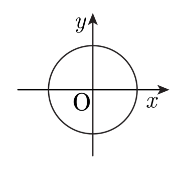
① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ $\frac{1}{2}$

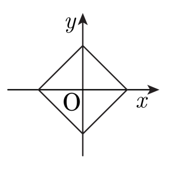
해설

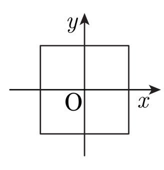
먼저 $y = kx + 1$ 를 x 축 대칭시킨 직선은
$y = -kx - 1 \cdots$ ㉠
이제 원의 방정식을 정리하면,
$(x+3) + (y-2)^2 = 4$
직선이 원의 넓이를
이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.
중심이 $(-3, 2)$ 이므로 ㉠ 에 대입하면,
$2 = 3k - 1 \Rightarrow \quad k = 1$

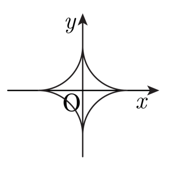
25. 좌표평면에서 점 $(2, 0)$ 의 직선 $y = 2mx$ 에 대한 대칭점을 P 라 한다. m 이 임의의 실수값을 가지며 변할 때, 점 P 의 자취로 가장 적절한 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

$P = (X, Y)$ 라 하면, $(2, 0)$ 과 P 를 잇는 선분은 $y = 2mx$ 에 수직하고

점 $(2, 0)$ 과 P 의 중점은 $y = 2mx$ 위에 있다.

$\Rightarrow \quad \frac{Y}{X-2} \times 2m = -1, \quad \frac{Y}{2} = 2m\left(\frac{X+2}{2}\right)$

$\Rightarrow \quad m = \frac{2-X}{2Y} \quad \cdots$ ㉠, $\quad Y = 2mX + 4m \quad \cdots$ ㉡

$\Rightarrow$ ㉠을 ㉡ 에 대입하면,

$2Y^2 = -2X^2 + 4X - 4X + 8$

$\Rightarrow \quad X^2 + Y^2 = 4$