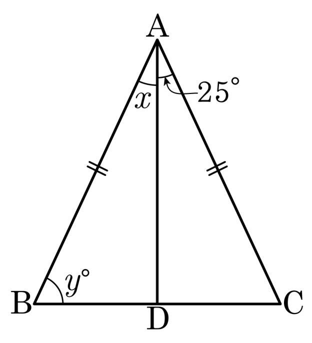
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하자. $\angle CAD = 25°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 80° ② 90° ③ 100° ④ 110° ⑤ 120°

해설

x 는 $\angle A$ 를 이등분한 각이므로

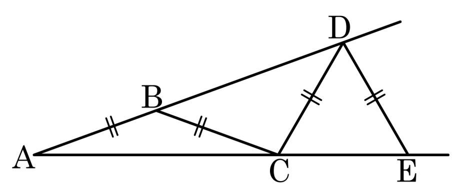
$x = 25°$

$\triangle ABC$ 에서

$y = \frac{1}{2}(180° - 50°) = 65°$

$\therefore\ x + y = 25° + 65° = 90°$

2. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이고 $\angle\mathrm{CDE} = \angle\mathrm{A} + 40°$ 일 때, $\angle\mathrm{BCD}$ 의 크기는?



① 90°　② 100°　③ 110°　④ 120°　⑤ 130°

해설

$\angle\mathrm{A} = \angle a$ 라고 하면

$\angle\mathrm{CBD} = \angle\mathrm{CDB} = \angle a + \angle a = 2\angle a$

$\angle\mathrm{DCE} = a + \angle\mathrm{ADC} = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$\angle\mathrm{CDE} = 180° - 2 \times 3\angle a = 180° - 6\angle a$

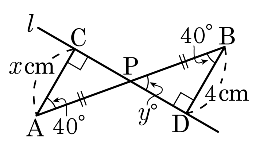
그런데 $\angle\mathrm{CDE} = \angle\mathrm{A} + 40° = \angle a + 40°$ 이므로

$\angle a + 40° = 180° - 6\angle a$

$\therefore \angle a = 20°$

$\therefore \angle\mathrm{BCD} = 180° - 2 \times 2\angle a = 180° - 4\angle a = 100°$

3. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB} =$ 4cm, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

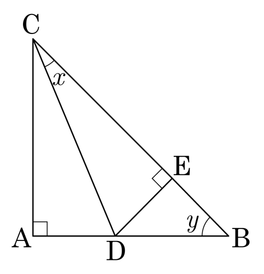


① 36 ② 44 ③ 46 ④ 54 ⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서
$\angle PCA = \angle PDB = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{PA} = \overline{PB} \cdots$ ㉡
$\angle CPA = \angle DPB = y° \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle y = 180 - 40 - 90 = 50°$,
$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



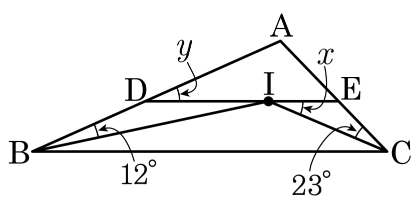
▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : 67.5°

해설

$\triangle$ADC 와 $\triangle$EDC 에서 $\overline{CD}$ 는 공통,
$\angle CAD = \angle CED = 90^\circ$, $\overline{DE} = \overline{AD}$ 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ 는 RHS 합동이다.
$\triangle$ABC 가 직각 이등변삼각형이므로 $\angle y = 45^\circ$,
$\angle ACB = \angle y = 45^\circ$ 에서 $\angle DCB = \angle x = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 22.5 + 45 = 67.5^\circ$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $x+y = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



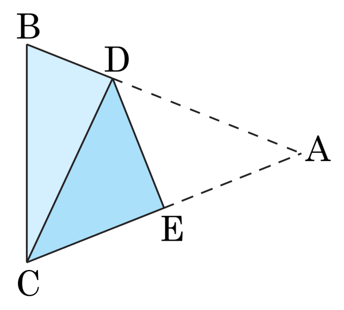
▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = 23^\circ$
$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.
$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.
또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.
두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47^\circ$ 이다.

6. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}$ $\underline{°}$

▷ 정답 : $\frac{130}{3}$ $\underline{°}$

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

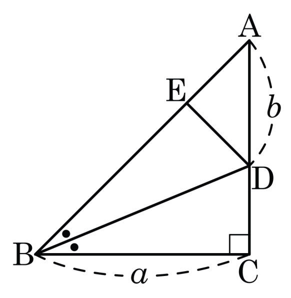
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \frac{130}{3}°$

$\therefore\ \angle A = \frac{130}{3}°$

7. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 $a,\ b$ 로 나타내면?



① $a - b$ ② $2a - b$ ③ $2b - a$

④ $a + b$ ⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

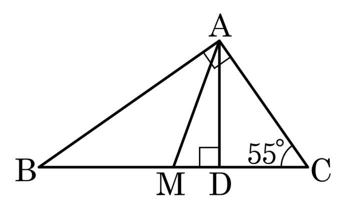
$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE},\ \overline{BC} = \overline{BE}$

$\overline{AB} = \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b$

$= 2a - b$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

8. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle \mathrm{C} = 55°$ 일 때, $\angle \mathrm{AMB} - \angle \mathrm{DAM}$ 의 크기는?

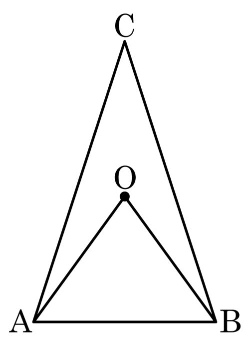


① 70°　② 75°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점 M 은 △ABC 의 외심이다.
$\therefore \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}}$
$\angle \mathrm{ABM} = 35°$, $\angle \mathrm{DAC} = 35°$ 이고 △ABM 은 이등변삼각형($\because \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{AM}}$)
$\therefore \angle \mathrm{ABM} = \angle \mathrm{BAM} = 35°$
$\angle \mathrm{AMB} = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle \mathrm{DAM} = \angle \mathrm{A} - \angle \mathrm{BAM} - \angle \mathrm{DAC} = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle \mathrm{AMB} - \angle \mathrm{DAM} = 110° - 20° = 90°$

9. $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$2x + 2y + 2z = 180^{\circ}$, $x + y + z = 90^{\circ} \cdots$ ㉠

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

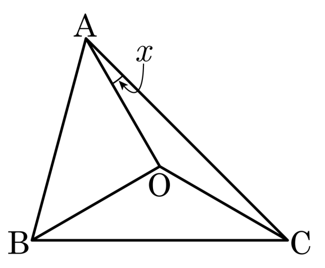
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^{\circ}$

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180^{\circ} - (54^{\circ} \times 2) = 72^{\circ}$

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

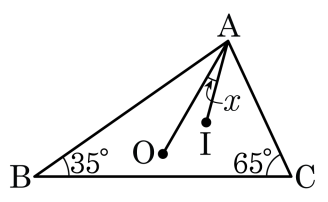
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

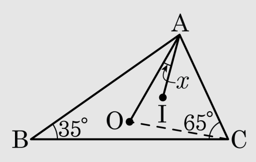
11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°　② 12°　③ 15°　④ 18°　⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

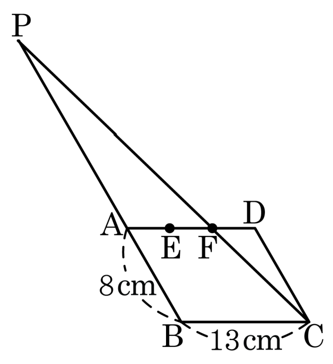


ⅰ) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ⅱ) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore\ \angle x = 15°$

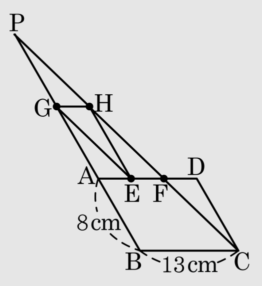
12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

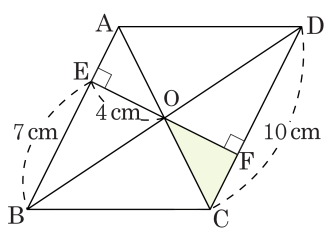
▷ 정답 : 16 cm

해설



$\overline{AB}//\overline{HE}$, $\overline{PC}//\overline{GE}$ 인 $\overline{HE}$, $\overline{GE}$ 를 그으면
$\triangle CDF \equiv \triangle GAE \equiv \triangle HEF$(ASA 합동) , $\triangle CDF \equiv \triangle EHG \equiv \triangle PGH$(ASA 합동) 이다.
$\therefore \overline{PA} = \overline{PG} + \overline{GA} = 8 + 8 = 16(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 수직으로 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 이 때, $\triangle OCF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

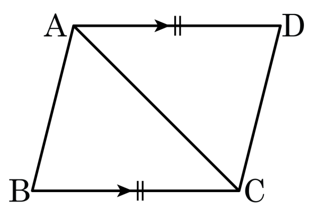
▷ 정답 : $6\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서
평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{OA} = \overline{OC}$
$\angle AEO = \angle CFO = 90°$(엇각)
$\angle AOE = \angle COF$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle OAE \equiv \triangle OCF$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{OE} = \overline{OF} = 4(\mathrm{cm})$

$\overline{AE} + 7 = 10$, $\overline{AE} = 3(\mathrm{cm})$
$\overline{CF} = \overline{AE}$이므로
$\therefore\ \overline{CF} = 3(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle OCF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC 와 △CDA 에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. SAS 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD 는 평행사변형이다.

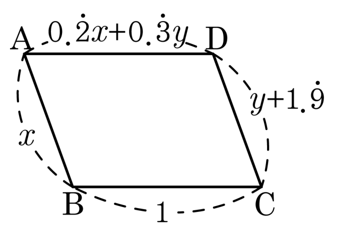
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

15. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 합 $x+y$ 의 값을 구하여라.



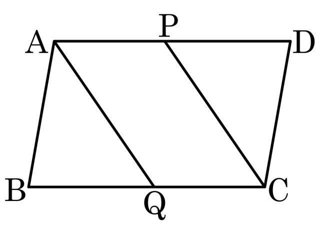
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x=y+1.\dot{9}$, $0.\dot{2}x+0.\dot{3}y=1$ 이므로 이를 풀면 $x=3, y=1$ $\therefore$ $x+y=4$

16. $\overline{\mathrm{AD}} = 80\mathrm{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?

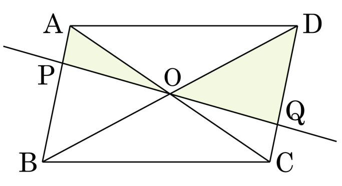


① 6 초 후　② 7 초 후　③ 8 초 후
④ 9 초 후　⑤ 10 초 후

해설

$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QC}}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면
$3x = 7(x-4)$
$3x = 7x - 28,\ 4x = 28\ \therefore x = 7$(초)

17. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,\mathrm{cm}^2$

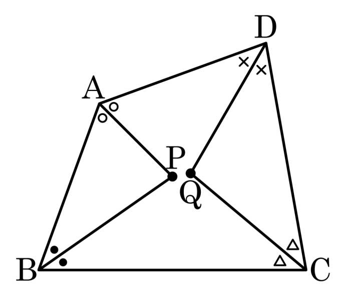
해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$(엇각)
$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)
$\overline{AO} = \overline{CO}$(평행사변형의 성질)
$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA 합동)

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$
$\therefore\ \triangle CDO = 15(\mathrm{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $15\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

18. 사각형 ABCD 에서 $\angle$A 와 $\angle$B 의 이등분선의 교점을 P , $\angle$C 와 $\angle$D 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DQC}$ 의 크기를 구하여라.

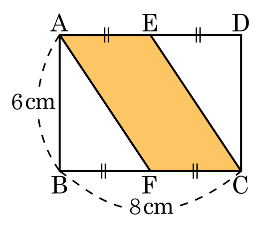


① 90° ② 150° ③ 180° ④ 210° ⑤ 240°

해설

$\angle\mathrm{PAB} = a$, $\angle\mathrm{PBA} = b$, $\angle\mathrm{DCQ} = c$, $\angle\mathrm{CDQ} = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360° \therefore\ a + b + c + d = 180°$
△ABP 와 △DQC 에서
$a + b + \angle\mathrm{APB} + c + d + \angle\mathrm{DQC} = 360°$
$\therefore\ \angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DQC} = 180°$

19. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는?



① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

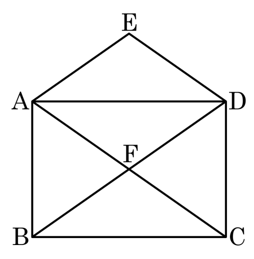
해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AE} // \overline{FC}$ 하므로

□AFCE 는 평행사변형이다.

$\overline{CF} = 4$ 이므로 □AFCE $= 4 \times 6 = 24$

20. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x$cm, $\overline{AE} = (3x + 2y)$cm, $\overline{CF} = (14 - x)$cm 일 때, $x + y$ 의 값은?

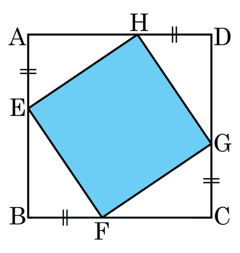


① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x + y = 5$ 이다.

21. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{GD}} = \overline{\mathrm{HA}}$ 가 되도록 각 변 위에 점 E , F , G , H 를 잡을 때, 색칠한 사각형은 어떤 사각형인지 말하여라.



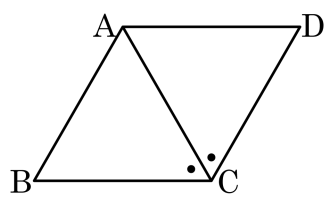
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DA}}$, $\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{GD}} = \overline{\mathrm{HA}}$
이므로 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{CG}} = \overline{\mathrm{DH}}$ 이다.
$\triangle\mathrm{AEH} \equiv \triangle\mathrm{BFE} \equiv \triangle\mathrm{CGF} \equiv \triangle\mathrm{DHG}$ (SAS 합동)
$\overline{\mathrm{EH}} = \overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{GF}} = \overline{\mathrm{FE}}$ 이고,
$\angle\mathrm{AHE} = \angle\mathrm{FEB} = \angle\mathrm{HEF}$
$= 180° - (\angle\mathrm{AEH} + \angle\mathrm{BEF}) = 90°$
마찬가지 방법으로 네 내각이 모두 $90°$ 이므로 □EFGH 는 정사각형이 된다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle ACB = \angle ACD$ 이고, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, □ABCD의 둘레를 구하면?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

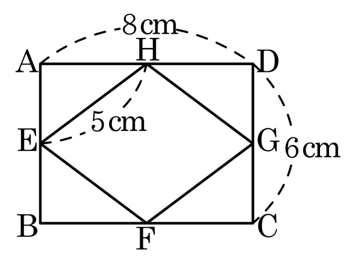
$\angle ACB = \angle ACD$ 이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{AD} = 4\text{cm}$ 이므로 둘레는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.

23. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 대각선이 서로 직교한다.
③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설
마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

24. 다음 그림의 직사각형 ABCD 의 중점을 연결한 사각형을 □EFGH 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EH} // \overline{FG}$

② $\overline{EF} = 5\text{cm}$

③ 사각형 EFGH 의 둘레의 길이는 20cm 이다.

④ 사각형 EFGH 의 넓이는 25cm^2 이다.

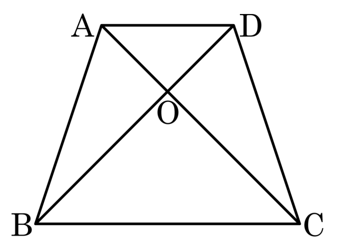
⑤ 사각형 EFGH 는 마름모이다.

해설

사각형 EFGH 의 넓이는 사각형 ABCD 에서 모서리의 삼각형의 넓이를 뺀 값이다.

$(6 \times 8) - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) = 48 - 24 = 24(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{CO} = 1 : 2$ 이고 사다리꼴 ABCD 의 넓이가 27cm^2 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



① 6cm^2　② 7cm^2　③ 8cm^2
④ 9cm^2　⑤ 10cm^2

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 2 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 2a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 2a$, $1 : 2 = 2a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 4a$
$\square ABCD = a + 2a + 2a + 4a = 9a = 27\text{cm}^2$, $a = 3\text{cm}^2$
$\therefore \ \triangle ABO = 2a = 6\text{cm}^2$