1. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$=xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$=7$

2. 등식 $x^3+x-1=(x-a)(x-b)(x-c)$가 항등식일 때, $a^3+b^3+c^3$의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 3 ④ 7 ⑤ −7

해설

x^3+x-1
$=(x-a)(x-b)(x-c)$
$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$
$\therefore a+b+c=0,\ ab+bc+ca=1,\ abc=1$
$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
$\therefore a^3+b^3+c^3=3$

3. 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 k의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x,\ y-3x=-10$

$\therefore x=4,\ y=2$

$\therefore x+y=6$

4. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 $(x-1)^2$을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$이 되도록 상수 $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로

x^3+ax^2+bx+3

$=(x-1)^2(x+k)+2x+1$

$=x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$

양변의 계수를 비교하면

$a=k-2,\ b=3-2k,\ 3=k+1$

$k=2$이므로 $a=0,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=0-(-1)=1$

5. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$ 일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$을 대입하면

$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots$ ㉠

양변에 $x = 2$를 대입하면

$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \quad \cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면

$2 = 2\,(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14})$ 이다.

$\therefore\ a_0 + a_2 + \cdots a_{14} = 1$

6. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 3이고, $x+1$로 나눈 나머지가 -1일 때, $(x^2+x+2)f(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$ 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

나머지 정리에 의해 $f(1)=3, f(-1)=-1$

$(x^2+x+2)f(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$

$x=1, x=-1$ 을 대입한다.

$4f(1)=12=a+b\cdots$ ㉠

$2f(-1)=-2=-a+b\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면,

$a=7,\ b=5$

$\therefore$ 나머지 $R(x)=7x+5$

$R(1)=12$

7. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$로 나누면 나머지는 -4이고, 그 몫을 $x+2$로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

8. 다항식 $f(x)$를 $(3x+2)(x-4)$로 나눈 나머지가 $-2x+1$일 때, $f(x^2+3)$을 $x-1$로 나눈 나머지는?

① 7　　② 4　　③ 0　　④ -4　　⑤ -7

해설

$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x + 1 \cdots$①

$f\left(x^3+3\right) = (x-1)Q'(x) + R \cdots$②

①의 양변에 $x = 4$를 대입하면 $f(4) = -7$

②의 양변에 $x = 1$을 대입하면 $f(4) = R$

$\therefore\ R = -7$

9. 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x+2$로 나누면 3이 남고, x^2-1로 나누면 떨어진다. 이 때, abc의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3+ax^2+bx+c = (x+2)Q_1(x)+3$$
$$= (x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$f(-2)=3$ $f(1)=0$ $f(-1)=0$

$x=-2$ 대입, $-8+4a-2b+c=3$

$x=-1$ 대입, $-1+a-b+c=0$

$x=1$ 대입, $1+a+b+c=0$

세 식을 연립해서 구하면

$a=3, b=-1, c=-3$

$\therefore\ abc=9$

10. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a+1)^3$

$\therefore\ N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$

$= (35+1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$

$\therefore$ 약수의 개수 $= (6+1) \times (6+1) = 49$

11. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$에 대하여 z^2이 음의 실수일 때, 실수 x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$

z^2의 음의실수 $\Leftrightarrow$ z가 순허수

$\therefore\ x + 1 = 0,\quad x = -1$

12. 등식 $(x+yi)(z-i)=10$을 만족하는 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하여라. (단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 3개

해설

$(xz+y)+(yz-x)i=10$
$xz+y=10 \cdots ㉠$, $yz-x=0 \cdots ㉡$
㉡을㉠에 대입
$y(z^2+1)=10$
z를 기준으로 하여 순서쌍을 구해보면
$(5, 5, 1)$, $(4, 2, 2)$, $(3, 1, 3)$ 3개

13. $f(x) = x^{2008} + x^{2010}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$의 값을 구하면?

① $1+i$ ② $1-i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) &= f(-i) = (-i)^{2008} + (-i)^{2010} \\ &= ((-i)^4)^{502} + ((-i)^4)^{502} \cdot (-i)^2 \\ &= 1 + (-1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

14. 복소수 $w=2-i$ 에 대하여 $\dfrac{w}{w+1}+\dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$ 의 값은? (단, $\overline{w}$ 는 w 의 켤레복소수이다.)

① $\dfrac{3}{5}$　② $\dfrac{7}{5}$　③ 1　④ $\dfrac{7}{10}$　⑤ $\dfrac{9}{10}$

해설

$\overline{w}=2+i$

$\dfrac{w}{w+1}+\dfrac{\overline{w}}{\overline{w}+1}$

$=\dfrac{2-i}{3-i}+\dfrac{2+i}{3+i}$

$=\dfrac{(2-i)(3+i)+(2+i)(3-i)}{(3-i)(3+i)}$

$=\dfrac{14}{10}$

$=\dfrac{7}{5}$

해설

$\omega+\overline{\omega}=4, \omega\overline{\omega}=5$

$$\begin{aligned}\frac{w}{w+1}+\frac{\overline{w}}{\overline{w}+1} &= \frac{2\omega\overline{\omega}+\omega+\overline{\omega}}{\omega\overline{\omega}+\omega+\overline{\omega}+1} \\ &= \frac{10+4}{5+4+1} \\ &= \frac{7}{5}\end{aligned}$$

15. 일차방정식 $a^2x+1=a^4-x$ 의 해는? (단, a 는 실수)

① a ② $a+1$ ③ $a-1$
④ a^2-1 ⑤ a^2+1

해설

$a^2x+1=a^4-x$ 에서 $a^2x+x=a^4-1$
$(a^2+1)x=(a^2-1)(a^2+1)$
$\therefore x=a^2-1(\because a^2+1>0)$

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$의 한 근이 $2 + ai$일 때 실수 a, b의 합 $a + b$의 값은? (단 $a \neq 0$)

① -9　　② -5　　③ 3　　④ 6　　⑤ 12

해설

한 근이 $2 + ai$이므로 다른 한 근은 $2 - ai$이다.

$\therefore$두 근의 합 $-a = 4$　$\therefore a = -4$

두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10$　$\therefore a + b = 10 - 4 = 6$

17. x에 대한 이차식 $x^2-2(k+a)x+(k+1)^2+a^2-b-3$이 k에 관계없이 완전제곱식이 되는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

완전제곱식이면 판별식이 0이다.

$\Rightarrow \quad D' = (k+a)^2-(k+1)^2-a^2+b+3=0$

$\Rightarrow \quad 2(a-1)k+b+2=0$

$\Rightarrow \quad a=1, \quad b=-2,$

$\therefore \quad a+b=-1$

18. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$의 그래프에 의하여 잘려지는 x축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k의 값의 합은?

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3x + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$ 이라 하면
α, β 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 이 두 근이다.
근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k,\ \alpha\beta = 3k + 2$
잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$
이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$
$k^2 - 12k - 17 = 0$
따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k의 값의 합은 12이다.

19. 이차함수 $y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$ 의 그래프가 직선 $y = x + 1$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -2$ 또는 $m > \frac{2}{3}$ ② $m < -1$ 또는 $m > \frac{1}{3}$

③ $m < \frac{1}{3}$ 또는 $m > 2$ ④ $m < \frac{2}{3}$ 또는 $m > 2$

⑤ $m < -2$ 또는 $m > 2$

해설

이차함수 $y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$ 의 그래프가 직선 $y = x + 1$ 보다 항상 위쪽에 있으려면 모든 x에 대하여

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$

$x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$ 이 항상 성립하여야 한다.

따라서, 이차방정식 $x^2 + (m-2)x + m^2$ 의 판별식 $\mathrm{D} < 0$ 이어야 한다.

$\mathrm{D} = (\mathrm{m} - 2)^2 - 4\mathrm{m}^2 < 0$

$(m+2)(3m-2) > 0$

$\therefore m < -2$ 또는 $m > \frac{2}{3}$

20. 직선 $y = 2x + k$ 가 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와는 만나고, 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프와는 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

① 10 개 ② 12 개 ③ 14 개 ④ 16 개 ⑤ 18 개

해설

직선 $y = 2x + k$ 가
곡선 $y = -x^2 - 6x + 1$ 과 만날 때
$2x + k = -x^2 - 6x + 1$ 에서
$x^2 + 8x + k - 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라 하면
$\frac{D_1}{4} = 16 - k + 1 \geq 0$ 에서 $k \leq 17$
직선 $y = 2x + k$ 가
곡선 $y = -x^2 + 4x$ 와 만나지 않을 때
$2x + k = -x^2 + 4x$ 에서
$x^2 - 2x + k = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면
$\frac{D_2}{4} = 1 - k < 0$ 에서 $k > 1$
따라서 k 의 값의 범위는 $1 < k \leq 17$ 이므로
정수 k 의 개수는 16 개이다.

21. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + 12$의 그래프와 직선 $y = 5x + b$가 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ의 중점의 좌표가 (3, 17)일 때, $a + b$의 값은?

① -5　　② -4　　③ -3　　④ -2　　⑤ -1

해설

두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 α, β 라고 하면
α, β 는 이차방정식 $2x^2 + ax + 12 = 5x + b$의 두 실근이다.
$2x^2 + (a-5)x + 12 - b = 0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = -\dfrac{a-5}{2}$ ······ ㉠

또, 선분 PQ의 중점의 x좌표가 3이므로

$\dfrac{\alpha+\beta}{2} = 3$에서 $\alpha + \beta = 6$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $-\dfrac{a-5}{2} = 6$

$\therefore a = -7$

또, 점 (3, 17)은 직선 $y = 5x+b$ 위의 점이므로 $17 = 5\cdot 3+b$ $\therefore b = 2$

$\therefore a + b = -7 + 2 = -5$

22. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$을 간단히 하면?

① 4^8+3^8 ② $4^{15}-3^{15}$ ③ $4^{15}+3^{15}$
④ $4^{16}-3^{16}$ ⑤ $4^{16}+3^{16}$

해설

$(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$
$=(4^8-3^8)(4^8+3^8)$
$=4^{16}-3^{16}$

23. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수
: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,
계수$=2$
: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x를 곱할 때,
계수$=1$
ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수
$x+x^2+x^3=Y$라 하면,
$(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$
$3Y=3x+3x^2+3x^3$
일차항의 계수$=3$, 다른 항에는 일차항이 없다.
i), ii) 에서 $2+1+3=6$

24. 실수 x가 $x^2-3x+1=0$을 만족할 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18　② 19　③ 20　④ 21　⑤ 22

해설

준식의 양변을 x로 나누면

$x+\dfrac{1}{x}=3$

$x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$=3^3-3\times3=18$

25. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은 ?

① $\pm 6\sqrt{5}$ ② $\pm 5\sqrt{5}$ ③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{5}$ ⑤ $\pm\sqrt{5}$

해설

$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$ 에서

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3$ 에서

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5$

$\therefore\ x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \pm 5\sqrt{5} - 3(\pm\sqrt{5}) = \pm 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$\therefore\ x^5 + \frac{1}{x^5} = 3(\pm 2\sqrt{5}) - (\pm\sqrt{5}) = \pm 5\sqrt{5}$

26. x^{30}을 $x-3$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $Q(x)$의 상수항을 포함한 모든 계수들의 합을 구하면?

① $3^{30}+1$ ② $3^{30}-1$ ③ $\frac{1}{2}\left(3^{30}-1\right)$
④ $\frac{1}{3}\left(3^{30}-1\right)$ ⑤ 0

해설

$x^{30}=(x-3)\,Q(x)+R$
양변에 $x=3$을 대입 하면, $3^{30}=R$
$x^{30}=(x-3)\,Q(x)+3^{30}$
양변에 $x=1$을 대입하면, $1=-2Q(1)+3^{30}$
$\therefore\ Q(1)=\frac{1}{2}\left(3^{30}-1\right)$
※ 다항식에서 상수항을 포함한 모든 계수의 합은 문자대신 1을 대입한 값과 같다.

27. $a+b+c=0$일 때, $\frac{a^2+1}{bc}+\frac{b^2+1}{ac}+\frac{c^2+1}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

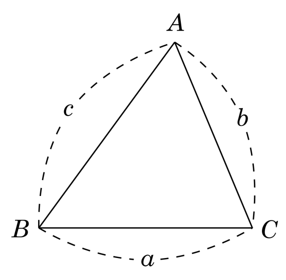
$(\text{준식})=\frac{a(a^2+1)+b(b^2+1)+c(c^2+1)}{abc}$

$=\frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}$

그런데, $a^3+b^3+c^3=3abc$이므로

$\therefore \frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}=\frac{3abc}{abc}=3$

28. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)=0$이 성립할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인가?



① $a=b$인 이등변삼각형
② $a=c$인 이등변삼각형
③ $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형
④ $\angle\mathrm{B}=90°$인 직각삼각형
⑤ $\angle\mathrm{C}=90°$인 직각삼각형

해설

$a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)$
$=a^3+b^3+c^3-a^2b-ab^2+b^2c+bc^2-c^2a-ca^2$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^3+b^2c+bc^2+c^3$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^2(b+c)+c^2(b+c)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+(b+c)(b^2+c^2)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)(a^2-b^2-c^2)$
$=0$
이 때, a, b, c는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $a\neq b+c$
$\therefore\ a^2-b^2-c^2=0$,
즉 $a^2=b^2+c^2$
따라서, $\triangle\mathrm{ABC}$는 a를 빗변으로 하는 직각삼각형,
즉 $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형이다.

29. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$인 직육면체의 겉넓이는?

① 88 ② 100 ③ 124 ④ 148 ⑤ 160

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 x, y, z라고 하면

$4(x+y+z)=60$에서 $x+y+z=15$

또, 대각선의 길이는

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{77}$이므로

$x^2+y^2+z^2=77$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이고

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$이므로

$77=15^2-2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=225-77=148$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.

30. 두 다항식 $2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$, x^3+2x^2-x-2의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-2$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$
$f(x)=2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$라 하면
$f(1)=0$이므로 $f(x)$ 는 $x-1$을 인수로 갖는다.
최대공약수가 이차식이므로 $f(x)$는 $x+1$
또는 $x+2$를 인수로 가져야 한다.
$f(-2)=-8-4a-8-4a\neq 0$이므로
$x+1$이 인수이다.
$\therefore\ f(-1)=0$일 때 $a=-2$

31. 복소수 $z=a+bi,\ w=b+ai$ ($a,\ b$는 $ab \neq 0$ 인 실수, $i=\sqrt{-1}$)에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $\bar{z},\ \overline{w}$ 는 각각 $z,\ w$ 의 켤레복소수이다.)

① $i\bar{z}=w$
② $\dfrac{\overline{w}}{\bar{z}}=\dfrac{z}{w}$
③ $z\cdot\overline{w}=\bar{z}\cdot w$
④ $z\cdot\bar{z}=w\cdot\overline{w}$
⑤ $i(\bar{z}+\overline{w})=z\ +\ w$

해설

① : $i\bar{z}=i(a-bi)=b+ai=w$
② :①에서 $\bar{z}=-iw$ ······ ㉠
같은 방법으로 $\overline{w}=-iz$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 대입하면 $\dfrac{\overline{w}}{\bar{z}}=\dfrac{-iz}{-iw}=\dfrac{z}{w}$
③ :㉠, ㉡을 대입하면
(좌변) $=z\cdot(-iz)=-iz^2$,
(우변) $=(-iw)\cdot w=-iw^2$
∴ 좌변≠우변
④ : ②에서 $z\cdot\bar{z}=w\cdot\overline{w}$
⑤ : $i(\bar{z}+\overline{w})=i\bar{z}+i\overline{w}=w+z=z+w$

32. 양의 실수 $a,\ b$에 대하여 다음 복소수 중 $z=a(1+i)+b(1-i)$ (i는 허수단위) 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $-3+i$ ② $2+3i$ ③ $5-2i$

④ $1-3i$ ⑤ $-4-2i$

해설

$z=(a+b)+(a-b)i \in A\ (a>0,\ b>0)$

① $a+b=-3,\ a-b=1$

$\therefore\ a=-1,\ b=-2$ (부적당)

② $a+b=2,\ a-b=3$

$\therefore\ a=\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2}$ (부적당)

③ $a+b=5,\ a-b=-2$

$\therefore\ a=\frac{3}{2},\ b=\frac{7}{2}$ (양의 실수)

④ $a+b=1,\ a-b=-3$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$ (부적당)

⑤ $a+b=-4,\ a-b=-2$

$\therefore\ a=-3,\ b=-1$ (부적당)

33. α, β를 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$(단, $ac \neq 0$) 의 두 근이라 할 때, 다음 중 $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2, \left(\frac{1}{\beta}\right)^2$ 을 두 근으로 가지는 이차방정식은?

① $a^2x^2 + (b^2 - 4ac)x + c^2 = 0$

② $a^2x^2 - (b^2 - 2ac)x - c^2 = 0$

③ $c^2x^2 + (b^2 - 4ac)x + a^2 = 0$

④ $c^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$

⑤ $c^2x^2 + (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$

해설

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$$

$$= \frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{b^2 - 2ac^2}{c^2}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = \frac{1}{(\alpha\beta)^2} = \frac{1}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} = \frac{a^2}{c^2}$$

따라서, 구하는 이차방정식은

$$x^2 - \frac{(b^2 - 2ac)}{c^2}x + \frac{a^2}{c^2} = 0$$

즉, $c^2x^2 - (b^2 - 2ac)x + a^2 = 0$

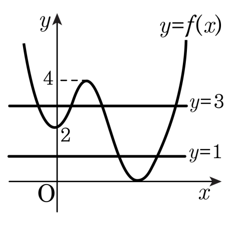
34. 두 다항식 $x^2 - x + p$ 와 $x^3 + x^2 + x + p + 3$ 이 사차식의 최소공배수를 갖도록 p 의 값을 정하면?

① -1　　② -2　　③ -3　　④ -4　　⑤ -5

해설

다항식 $A,\ B$ 의 최소공배수 L , 최대공약수를 G 라 하면
$AB = GL$ 에서 G 는 1 차식이다. ($\because$ AB는 5차식, G는 4차식)
$\therefore$ 최대공약수는 $x + 1,\ x + 1$은 $x^2 - x + p$ 의 약수이므로
$2 + p = 0$
$\therefore\ p = -2$

35. 사차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 방정식
$\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 의 실근의 개수는?



① 1 개　　② 2 개　　③ 3 개

④ 4 개　　⑤ 6 개

해설

$\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 을 인수분해하면
$\{f(x) - 1\}\{f(x) - 3\} = 0$
$\therefore f(x) = 1$ 또는 $f(x) = 3$
따라서, 위의 그래프와 같이
$f(x) = 1$ 과 $f(x) = 3$ 을 만족하는 x 는
각각 2 개와 4 개이므로 실근의 개수는 6 개이다.