1. $x^4-5x^2-14=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하면?

① 4　② -4　③ 8　④ -8　⑤ -16

해설

$x^4-5x^2-14=(x^2+2)(x^2-7)=0$이므로
두 허근 α, β는
각각 $\sqrt{2}i$, $-\sqrt{2}i$이므로
$\alpha^2+\beta^2=-2-2=-4$

2. $x^3 - 1 = 0$의 한 허근을 ω라 할 때, $\omega^3 + \overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) = 0$

$x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$를 ω라 하면

$\overline{\omega} = \dfrac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3 = 1,\ \overline{\omega}^3 = 1,\ \omega^3 + \overline{\omega}^3 = 2$

3. 사차방정식 $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4 = 0$ 의 서로 다른 두 허근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -2 & 1 & 0 & -4 \\ & & -1 & 3 & -4 & 4 \\ \hline 2 & 1 & -3 & 4 & -4 & \multicolumn{1}{|r}{0} \\ \cline{6-6} & & 2 & -2 & 4 & \\ \hline & 1 & -1 & 2 & \multicolumn{1}{|r}{0} & \\ \cline{5-5} \end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x^2 - x + 2) = 0$

따라서 두 허근은 $x^2 - x + 2 = 0$ 의 근

허근의 합은 근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 1$

4. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 <u>아닌</u> 것을 구하면?

$$(x^2-2x)^2-6(x^2-2x)-16=0$$

① 4 ② -4 ③ -2 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$x^2-2x=X$ 로 놓으면 주어진 방정식은
$X^2-6X-16=0,\ (X-8)(X+2)=0$
$\therefore x=8$ 또는 $X=-2$
(i) $X=8$ 일 때 $x^2-2x=8$ 에서 $(x-4)(x+2)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=-2$
(ii) $X=-2$ 일 때$x^2-2x=-2$ 에서 $x^2-2x+2=0$
$\therefore x=1\pm i$
따라서 (i), (ii) 에서 $x=4$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1\pm i$

5. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2-2x)(x^2-2x-2)-3=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$(x^2-2x)(x^2-2x-2)-3=0$ 에서
$x^2-2x=t$ 로 놓으면
$t(t-2)-3=0$,
$t^2-2t-3=0$
$(t-3)(t+1)=0$
$\therefore\ t=3$ 또는 $t=-1$
(i) $t=3$, 즉 $x^2-2x=3$ 일 때
$x^2-2x-3=0$
$(x-3)(x+1)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$
(ii) $t=-1$, 즉 $x^2-2x=-1$ 일 때
$x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$
$\therefore\ x=1$ (중근)
따라서, $-1\times3\times1=-3$

6. 방정식 $(x^2+2)^2-6x^2-7=0$의 두 실근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x^2+2)^2-6x^2-7=0$에서
$x^4+4x^2+4-6x^2-7=0$
$x^4-2x^2-3=0$
$x^2=t$로 치환하면
$t^2-2t-3=0$, $(t-3)(t+1)=0$
$\therefore\ t=3$ 또는 $t=-1$
(i) $x^2=3$일 때, $x=\pm\sqrt{3}$
(ii) $x^2=-1$일 때, $x=\pm i$
(i), (ii)에서 실근의 합을 구하면
$\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$

7. 삼차방정식 $x^3+x^2-(k+2)x+k=0$이 중근을 가질 때, k의 값을 구하면?

① -1　② 0　③ $-1,\ 3$　④ $0,\ 3$　⑤ 3

해설

$x^3+x^2-(k+2)x+k=0$, $(x-1)(x^2+2x-k)=0$이 중근을 가지려면

ⅰ) $x=1$이 중근일 때,

$1+2-k=0$

$\therefore\ k=3$

ⅱ) $x^2+2x-k=0$이 중근이면

$\frac{D}{4}=1+k=0$

$\therefore\ k=-1$

8. $1-\sqrt{2}$ 가 방정식 $2x^2+px+q=0$ 의 해이고 유리수 p, q 가 $x^3+ax^2+2x+b=0$ 의 해 일 때 b 의 값은?

① 2　　② -2　　③ 4　　④ -6　　⑤ -8

해설

유리수 계수의 이차방정식이므로 한 근이 $1-\sqrt{2}$ 이면
다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$ 이다.
두 근의 합은 2
두 근의 곱은 -1
$\therefore\ \ p=-4,\quad q=-2$ ($\because$ 근과 계수의 관계를 이용)
$p=-4,\ q=-2$ 을 주어진 삼차방정식에 대입하면
$-64+16a-8+b=0,\ -8+4a-4+b=0$ 연립하여 풀면
$a=5,\quad b=-8$

9. 삼차방정식 $x^3+x^2+2x-3=0$ 의 세 근 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ 에 대하여 $\alpha+\beta+\gamma$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$,$\alpha\beta\gamma$를 세 근으로 갖는 삼차방정식이 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 일 때, $a-2b+c$ 의 값은?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 1

해설

$x^3+x^2+2x-3=0$ 의 세 근이 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ 라 하면
$\alpha+\beta+\gamma=-1$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=3$
구하려는 방정식의 세 근의 합
$-1+2+3=4 \quad \therefore a=-4$
$(-1)\times 2+2\times 3+(-1)\times 3=-2+6-3=1 \quad \therefore b=1$
세 근의 곱 $(-1)\times 2\times 3=-6 \quad \therefore c=6$
$\therefore a-2b+c=-4-2+6=0$

10. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10 ② 5 ③ 0 ④ −10 ⑤ −15

해설

계수가 실수이므로 주어진 방정식의 다른 허근은 $1 - \sqrt{2}i$ 이다.
이때, 또 다른 한 근을 α 라고 하면 삼차방정식의 근과 계수와의 관계에서

$(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i)\alpha = 3$ ······㉠

$(1 - \sqrt{2}i) + (1 + \sqrt{2}i) + \alpha = -a$ ······㉡

$(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i)\alpha + (1 + \sqrt{2}i)\alpha = b$ ······㉢

㉠에서 $3\alpha = 3$

$\therefore \alpha = 1$

㉡에서 $2 + \alpha = -a$

$\therefore a = -3$

㉢에서 $3 + 2\alpha = b$

$\therefore b = 5$

따라서 $ab = -15$

11. 방정식 $x^3+x^2+px+q=0$ 에 대하여 한 근이 $1-i$ 일 때, $p+q$ 값을 구하면?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

한 근이 $1-i$이므로
켤레복소수인 $1+i$ 도 근이 된다. 나머지 한 근을 α 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해
$-1=(1-i)+(1+i)+\alpha \therefore \alpha=-3$
$p=(1-i)(1+i)-3(1-i)-3(1+i)$
$\therefore p=-4$
$-q=(1-i)(1+i)\cdot(-3)=-6$
$\therefore q=6$
$\therefore \; p+q=-4+6=2$

12. 삼차방정식 $x^3-3x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $1+i$ 일 때, 실수 a,b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

세 근을 $1+i, 1-i, \alpha$ 라 하자. 근과 계수와의 관계에 따라

합: $(1+i)+(1-i)+\alpha=3, \alpha=1 \cdots$ ㉠

곱: $(1+i)(1-i)\alpha=2\cdot(1)=-b, \quad b=-2\cdots$ ㉡

$a=(1+i)(1-i)+1(1-i)+1(1+i)=2+1-i+1+i=4$

$a+b=4-2=2$

13. 방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

실수 계수의 방정식에서 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다. 따라서 $x^3 - ax^2 + bx - 4$ 는 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면$(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$ 이다.

$\therefore\ b - 2a + 2 = 0$ 과 $-8 + 2a = 0$ 에서 $a = 4,\ b = 6$이다.

$\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

14. α, β를 방정식 $x^3=1$의 두 허근이라 할 때, $\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)^{10}+(\beta^2+1)^{10}$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^3-1=0$, $(x-1)(x^2+x+1)=0$의
두 허근이 α,β라면,
$x^2+x+1=0$의 두 허근이 α,β이다.
$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=1$
$\alpha^2+\alpha+1=0$, $\alpha+1+\frac{1}{\alpha}=0$,
$\frac{1}{\alpha}+1=-\alpha$
$\beta^2+\beta+1=0$,
$\beta^2+1=-\beta$
$\alpha^3=1, \beta^3=1$
$\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)^{10}+\left(\beta^2+1\right)^{10}$
$=(-\alpha)^{10}+(-\beta)^{10}$
$=\alpha^{10}+\beta^{10}$
$=(\alpha^3)^3\alpha+(\beta^3)^3\beta$
$=\alpha+\beta=-1$

15. 어떤 정육면체의 밑변의 가로의 길이를 1 cm줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3$,

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3$,

$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0$ 에서

$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0$을 풀면 $x = 2(\mathrm{cm})$

16. 다음은 α가 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$의 한 근일 때, α^2-2도 이 방정식의 근임을 보인 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?

α 는 $x^3-3x+1=0$ 의 근이므로 (가) $f(x)=x^3-3x+1$ 이라고 하면 $f(\alpha^2-2)=$ (나) $=$ (다) $=$ (라) $=$ (마) $=0$ 따라서, α^2-2 도 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$ 의 근이다.

① (가) $\alpha^3-3\alpha+1=0$

② (나) $(\alpha^2-2)^3-3(\alpha^2-2)+1$

③ (다) $\alpha^6-6\alpha^4+9\alpha^2-1$

④ (라) $(\alpha^3-3\alpha+1)(\alpha^3-3\alpha-1)$

⑤ (마) $0\cdot 2$

해설

α는 $x^3-3x+1=0$의 근이므로 $\alpha^3-3\alpha+1=0$
$f(x)=x^3-3x+1$이라고 하면 $f(\alpha^2-2)=(\alpha^2-2)^3-3(\alpha^2-2)+1$
$=\alpha^6-6\alpha^4+9\alpha^2-1=(\alpha^3-3\alpha+1)(\alpha^3-3\alpha-1)=0\cdot(-2)=0$
따라서 α^2-2도 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$의 근이다.

17. 다음 세 개의 방정식이 공통근을 가질 때, ab의 값은?

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0,\ x^3 + 2x^2 + ax + b = 0, x^2 + bx + a = 0$$

① -1　② 3　③ $-\frac{9}{4}$　④ $\frac{9}{16}$　⑤ $-\frac{81}{16}$

해설

$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$의 좌변을 인수분해하면 $(x-1)^2(x+3) = 0 \therefore\ x = 1$ 또는 $x = -3$
(i) 공통근이 $x = 1$인 경우 나머지 두 방정식에 $x = 1$을 대입하면 두 식을 동시에 만족하는 $a,\ b$값은 없다.
(ii) 공통근이 $x = -3$인 경우 다른 두 방정식은 $x = -3$을 근으로 하므로 $\{-27 + 18 - 3a + b = 0\}$ ······㉠
$\{9 - 3b + a = 0\}$······㉡
㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a = -\frac{9}{4},\ b = \frac{9}{4},\ ab = -\frac{81}{16}$

18. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$을 대입하면
$1 = 0$이 되어 모순이므로 $x \neq 0$이다.
따라서, 주어진 식의 양변을
x^2 으로 나누면

$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$

$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$

여기서 $x + \frac{1}{x} = X$로 놓으면

$X^2 + 5X - 14 = 0$, $(X + 7)(X - 2) = 0$

$\therefore X = -7$ 또는 $X = 2$

(i) $X = -7$일 때,

$x + \frac{1}{x} = -7$에서

$x^2 + 7x + 1 = 0$

$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

(ii) $X = 2$일 때,

$x + \frac{1}{x} = 2$에서

$x^2 - 2x + 1 = 0$, $(x - 1)^2 = 0$

$\therefore x = 1$

(i), (ii)로부터

$x = 1$(중근) 또는 $x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

따라서, 모든 근의 합은

$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6$이다.

19. 사차방정식 $x^4-6x^3+11x^2-6x+1=0$의 한 근을 α라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\alpha}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

먼저 주어진 방정식을 x^2으로 나누면

방정식은 $x^2-6x+11-\frac{6}{x}+\frac{1}{x^2}=0$

$\rightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2-6\left(x+\frac{1}{x}\right)+9=0$이 된다.

이 식에 α를 넣어도 성립하므로

$\alpha+\frac{1}{\alpha}$를 t로 치환하면

$\alpha+\frac{1}{\alpha}$는 3이 된다.

따라서 $\alpha+\frac{1}{\alpha}=3$

20. 방정식 $x^4+Ax^3-7x^2-Ax+3B=0$의 두 근이 -1과 -2일 때, 다른 두 근을 α,β라 하자. 이 때, $A+B-\alpha\beta$의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x)=x^4+Ax^3-7x^2-Ax+3B$라 하면 $-1,-2$가 근이므로
$f(-1)=1-A-7+A+3B=0$
$\therefore\ B=2$
$f(-2)=16-8A-28+2A+3B=0,\ -6A+3B-12=0\quad\therefore\ A=-1$
$\therefore\ A+B=-1+2=1\cdots\cdots$ ㉠
$\therefore\ (x+1)(x+2)(x^2-4x+3)=0$
따라서, 다른 두 근은 $x^2-4x+3=0$의 근이다.
$\therefore\ \alpha\beta=3\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $A+B-\alpha\beta=1-3=-2$

21. a, b가 실수이고 방정식 $x^3 + ax^2 - 4x + b = 0$의 한 근이 $1 + i$ 일 때, $a + b$의 값은?

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

계수가 실수이므로 $1 + i$가 근이면 $1 - i$도 근이다. 다른 한 근을 α라고 하면삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$(1 + i) + (1 - i) + \alpha = -a \cdots$ ①

$(1 + i)(1 - i) + (1 + i)\alpha + (1 - i)\alpha = -4 \cdots$ ②

$(1 + i)(1 - i)\alpha = -b \cdots$ ③

②에서 $\alpha = -3$

①, ③에 각각 대입하면 $a = 1, b = 6$

$\therefore a + b = 7$

해설

[별해1] 계수가 실수이므로 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 따라서 주어진 방정식의 좌변은$\{x - (1 - i)\}\{x - (1 + i)\} = x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나눗셈을 하여 정리하면

$x^3 + ax^2 - 4x + b = (x^2 - 2x + 2)(x + a + 2) + (2a - 2)x + b - 2a - 4$

$\therefore\ 2a - 2 = 0,\ b - 2a - 4 = 0$

$\therefore\ a = 1,\ b = 6$

주어진 방정식에 $1 + i$를 대입하여 복소수의 상등을 이용해도 된다.

22. 다음은 삼차방정식의 근과 계수의 관계를 유도하는 과정을 나타낸 것이다. 이 때, ㈎ ~ ㈒에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

> 삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$의 세 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$라고 하면 이 방정식의 좌변은 다음과 같이 인수분해할 수 있다.
> $ax^3 + bx^2 + cx + d = a(\text{㈎})(x-\beta)(x-\gamma)$
> 이 때, 이 등식의 우변을 전개하여 정리하면
> $ax^3 + bx^2 + cx + d = ax^3 - a(\text{㈏})x^2 + a(\text{㈐})x - a(\text{㈑})$가 되는데
> 이것은 x에 대한 (㈒)이다.
> 따라서, 이 등식의 동류항의 계수는 서로 같아야 하므로
> $b = -a(\text{㈏}),\ c = a(\text{㈐}),\ d = -a(\text{㈑})$
> 각 식의 양변을 a로 나누고, 좌변과 우변을 바꾸어 쓰면
> $\alpha + \beta + \gamma = -\dfrac{b}{a}$
> $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \dfrac{c}{a}$
> $\alpha\beta\gamma = -\dfrac{d}{a}$

① ㈎ $x + a$　　② ㈏ $\alpha + \beta + \gamma$

③ ㈐ $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$　　④ ㈑ $\alpha\beta\gamma$

⑤ ㈒ 항등식

해설

(가) $x - \alpha$

23. 방정식 $2x^3-3x^2+6=0$의 세 근을 $\alpha,\ \beta,\ r$라 할 때, $(\sqrt{2}-\alpha)(\sqrt{2}-\beta)(\sqrt{2}-r)$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$2x^3-3x^2+6=0$의 세 근이
$\alpha,\ \beta,\ r$이므로
$2x^3-3x^2+6=2(x-\alpha)(x-\beta)(x-r)$
양변에 $\sqrt{2}$를 대입하면
$4\sqrt{2}-6+6$
$=2(\sqrt{2}-\alpha)(\sqrt{2}-\beta)(\sqrt{2}-r)$
$\therefore\ (\sqrt{2}-\alpha)(\sqrt{2}-\beta)(\sqrt{2}-r)=2\sqrt{2}$

24. $x^3+2x^2+3x+1=0$의 세 근을 α, β, γ라 한다. $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$을 근으로 하는 삼차방정식이 $x^3+ax^2+bx+c=0$일 때, abc의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^3+2x^2+3x+1=0$의
세 근이 α, β, γ이므로
$\alpha+\beta+\gamma=-2$,
$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$,
$\alpha\beta\gamma=-1$
$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=-3$,
$\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\gamma\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=2$,
$\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=-1$
따라서 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$를 세 근으로 하는
삼차항의 계수가 1인 방정식은
$x^3+3x^2+2x+1=0$
$\Leftrightarrow x^3+ax^2+bx+c=0$
$\therefore a=3, b=2, c=1$

해설

$x^3+2x^2+3x+1=0 \cdots\cdots$ ①
$x=\frac{1}{X}$로 놓으면
$\left(\frac{1}{X}\right)^3+2\cdot\left(\frac{1}{X}\right)^2+3\cdot\left(\frac{1}{X}\right)+1=0$
$\therefore\ X^3+3X^2+2X+1=0 \cdots\cdots$ ②
①의 세 근이 α, β, γ이므로
②의 세 근은 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$이다.
$\therefore$구하는 방정식은
$X^3+3X^2+2X+1=0$에서
$abc=3\cdot2\cdot1=6$

25. 방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 ω라 할 때, 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ ㉡ $\omega^2 = 1$

㉢ $\omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}} = 2$ ㉣ $\omega^{1005} + \omega^{1004} = -\omega$

㉤ $\omega^{18} + \omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}} = 3$

① ㉠, ㉢ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$x^3 - 1 = 0,$

$(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$

$\Rightarrow \omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0,$

$\omega^2 = -1 - \omega \cdots$ ㉠, ㉡

$\omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}}$

$= (\omega^3)^{33} + \frac{1}{(\omega^3)^{33}} = 2 \cdots$ ㉢

$\omega^{1005} + \omega^{1004}$

$= (\omega^3)^{335} + (\omega^3)^{334} \times \omega^2$

$= \omega^2 + 1 = -\omega \cdots$ ㉣

$\omega^{18} + \omega^{99} + \frac{1}{\omega^{99}}$

$= (\omega^3)^6 + (\omega^3)^{33} + \frac{1}{(\omega^3)^{33}} = 3 \cdots$ ㉤