1. 등식 $(1 - 2i)x + (2 + i)y = 4 - 3i$ 를 만족하는 실수 $x + y$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(1 - 2i)x + (2 + i)y = 4 + 3i = 0$ 에서
 $(x + 2y - 4) + (-2x + y + 3)i = 0$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $x + 2y - 4 = 0, -2x + y + 3 = 0$
위의 두 식을 연립하여 풀면
 $x = 2, y = 1$
 $\therefore x + y = 3$

2. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

3. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

- ① 4, 없다 ② 1, 없다 ③ -1, 없다
④ 없다, 4 ⑤ 없다, 1

해설

$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 없다.

4. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x+1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
 $x = -3$ 일 때 $y = -(-3+1)^2 + 8 = 4$
 $x = 1$ 일 때 $y = -(1+1)^2 + 8 = 4$ 이다.
따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

5. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$ 을 간단히 하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{2i}{2} = i \\ \therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} &= i^{2008} \\ &= (i^4)^{502} = 1\end{aligned}$$

6. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$$

7. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m+a-1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a+b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m+a-1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a-2) + (1-2a+2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a-2=0, 1-2a+2b=0$$

$$\therefore a=1, b=\frac{1}{2}$$

$$\therefore a+b=\frac{3}{2}$$

8. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

- ① -8 ② -4 ③ -2 ④ 5 ⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

9. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때, $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때, $2a - b$ 의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

준 식의 양변에
 $x^2 = 2$ 를 대입하면 $4a + b = -16$
 $x^4 = -1$ 을 대입하면 $-a + b = -1$
 $\therefore a = -3, b = -4$
 $\therefore 2a - b = -2$

10. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 떨어지고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

- ① x ② $-x+1$ ③ $x+1$
④ $-2x+2$ ⑤ $2x+2$

해설

$P(x) = (x+1)Q(x)$
 $P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$
 $P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$
 $P(-1) = 0, P(2) = 3$ 이므로,
 $-a + b = 0, 2a + b = 3$
 $\therefore a = 1, b = 1$
따라서 나머지는 $x+1$ 이다.

11. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 $f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 떨어지므로

$$f(1) - 2 = 0 \quad \therefore 1 + a + b - 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \cdots \text{①}$$

$f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어지므로

$$f(-1) + 2 = 0 \quad \therefore 1 - a + b + 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = -3 \cdots \text{②}$$

$$\text{①, ②에서 } a = 2, b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$$

12. 임의의 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때, $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

- ① 56 ② 28 ③ -28 ④ -46 ⑤ -56

해설

a, b, c, d 는 $2x^3 - 5x + 2$ 를 $(x+1)$ 로 계속 나눠 줄때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 2 & 0 & -5 & 2 \\
 & & -2 & 2 & 3 \\
 \hline
 -1 & 2 & -2 & -3 & 5 \leftarrow d \\
 & & -2 & 4 & \\
 \hline
 -1 & 2 & -4 & 1 & \leftarrow c \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 -1 & 2 & -6 & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & &
 \end{array}$$

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$$

13. $a^4 - 7a^2 + 9$ 를 인수분해하면?

① $(a^2 + a + 3)(a^2 - a + 3)$ ② $(a^2 - 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

③ $(a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)$ ④ $(a^2 + 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

⑤ $(a^2 + a - 3)(a^2 - 2a - 3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^4 - 6a^2 + 9) - a^2 \\ &= (a^2 - 3)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)\end{aligned}$$

14. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{㉠}} a + \boxed{\text{㉡}}(b-c) \\
 &= \boxed{\text{㉢}} \{a^2 - \boxed{\text{㉣}} a + \boxed{\text{㉤}}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{㉥}}
 \end{aligned}$$

- ① ㉠) $(b^2 - c^2)$ ② ㉡) bc ③ ㉢) $(b-c)$
 ④ ㉣) $(b+c)$ ⑤ ㉥) $(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\
 &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\
 &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
 \end{aligned}$$

15. 실수 x, y 가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 13 ② $\frac{1173}{32}$ ③ 55 ④ 69 ⑤ 81

해설

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 + x + y &= xy(x + y) + (x + y) \\&= (xy + 1)(x + y) \\&= 7(x + y) = 63, \\x + y &= 9, xy = 6 \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 81 - 12 = 69\end{aligned}$$