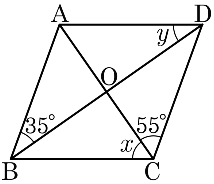
1. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 35°$, $\angle ACD = 55°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



① 20° ② 25° ③ 30°

④ 35° ⑤ 40°

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle OAB = \angle OCD = 55°$

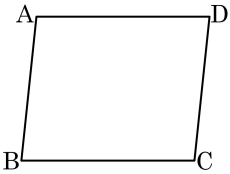
$\triangle ABO$ 에서 $\angle AOB = 180° - (35° + 55°) = 90°$

평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD 는 마름모가 된다.

$\angle x = 55°, \angle y = 35°$

$\therefore \angle x - \angle y = 20°$

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 8 : 7 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하면?



① 100°　② 96°　③ 92°

④ 84°　⑤ 80°

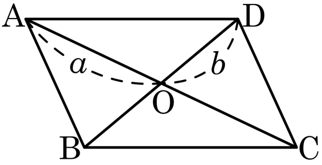
해설

$\angle C = \angle A$ 이므로

$$\angle A = 180° \times \frac{8}{15} = 96°$$

$\therefore \angle C = 96°$

3. 다음 □ABCD 에서 두 대각선의 길이의 합은 20cm 이다. 이 사각형이 평행사변형이 되기 위해서 $a+b$ 의 값이 얼마여야 하는지 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이므로

$2(a+b)=20$ 에서 $a+b=\dfrac{20}{2}=10\,\text{cm}$ 이다.

4. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선 AC, BD 의 교점이다.)

① $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{DA} = 7\text{cm}$

② $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$

③ $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OB} = 4\text{cm}$, $\overline{OC} = 5\text{cm}$, $\overline{OD} = 5\text{cm}$

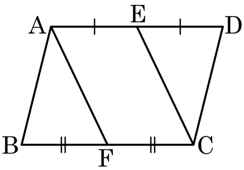
④ $\overline{AC} = 7\text{cm}$, $\overline{BD} = 7\text{cm}$

⑤ $\angle A = \angle B$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?

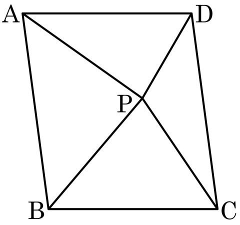


① 평행사변형
② 마름모
③ 직사각형
④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{AE} // \overline{FC}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

6. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 60 이고 $\triangle ABP$ 의 넓이가 20 일 때, $\triangle PCD$ 의 넓이는?



① 10 ② 20 ③ 30

④ 40 ⑤ 50

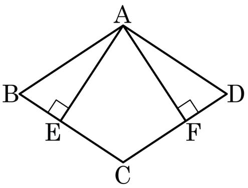
해설

$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$

$60 = 2 \times (20 + \triangle PCD)$

$\therefore \ \triangle PCD = 10$

7. 마름모 ABCD 에서 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 의 합동조건으로 적합한 것은 ?



① SSS 합동

② ASA 합동

③ SAS 합동

④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

8. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

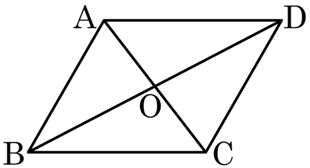
① 평행사변형　② 등변사다리꼴　③ 정사각형

④ 마름모　⑤ 직사각형

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

9. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



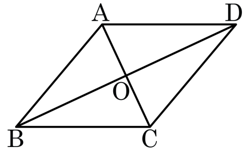
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\quad ㄱ \quad} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 $\boxed{\quad ㄴ \quad} = \overline{BC}$ ⋯ ㉠
$\overline{AD} //$ $\boxed{\quad ㄷ \quad}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\quad ㄹ \quad}$) ⋯ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\quad ㄹ \quad}$) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB ($\boxed{\quad ㅁ \quad}$ 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\quad ㄱ \quad} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$
② ㄴ : $\overline{CD}$
③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각
⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

10. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

㉡ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

㉢ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉣ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉤ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

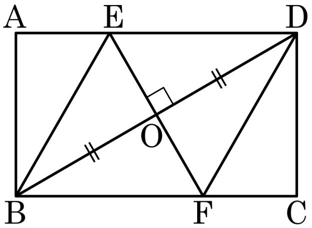
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$이면 된다.

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 대각선 BD의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD는 마름모이다.

12. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 <u>아닌</u> 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 직교한다.

③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.

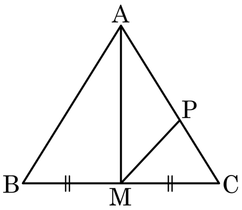
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

13. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PC} = 3 : 2$이다. $\triangle ABC = 40\,cm^2$일 때, $\triangle APM$의 넓이는?



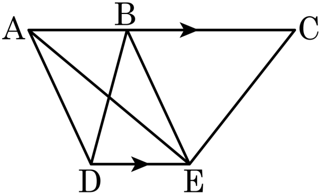
① $4\,cm^2$　② $8\,cm^2$　③ $12\,cm^2$　④ $16\,cm^2$　⑤ $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 높이와 밑변의 길이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle AMC = 20cm^2$, $\triangle AMP = 20 \times \frac{3}{5} = 12(\,cm^2)$

14. 다음 그림에서 □BDEC의 넓이는 40cm^2이고, △ADE의 넓이는 16cm^2일 때, △BEC의 넓이는?



① 24cm^2　② 26cm^2　③ 28cm^2

④ 30cm^2　⑤ 32cm^2

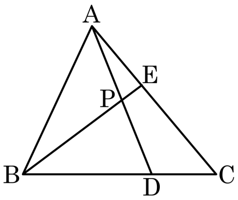
해설

△ADE = △BDE,

△BEC = □BDEC − △BDE이므로

△BEC = 40 − 16 = $24(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DP} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3:2$ 이다. $\triangle ABP$ 의 넓이가 $10\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



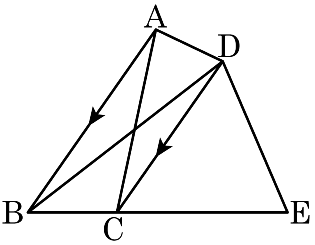
① $\frac{112}{5}\,cm^2$ ② $\frac{113}{4}\,cm^2$ ③ $\frac{125}{3}\,cm^2$
④ $\frac{123}{11}\,cm^2$ ⑤ $\frac{133}{7}\,cm^2$

해설

$\triangle ABD = 10 \times \frac{5}{2} = 25$

$\therefore \ \triangle ABC = 25 \times \frac{5}{3} = \frac{125}{3}$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle DCE = 30\text{cm}^2$, $\triangle DBC = 15\text{cm}^2$ 일 때, $\square ACED$ 의 넓이는?



① 25cm^2 ② 30cm^2 ③ 35cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 45cm^2

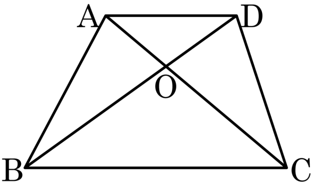
해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle DBC$ 는 밑변 $\overline{CD}$ 가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\square ACED = \triangle DCE + \triangle ACD = \triangle DCE + \triangle DBC$

$\therefore \square ACED = 30 + 15 = 45(\text{cm}^2)$

17. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

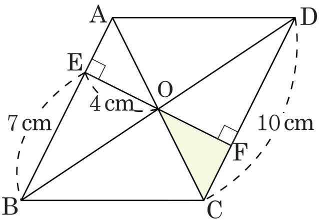


① 32cm^2
② 48cm^2
③ 54cm^2
④ 63cm^2
⑤ 72cm^2

해설

$1 : 2 = \triangle AOD : 12\text{cm}^2$, $\triangle AOD = 6\text{cm}^2$
$\triangle DOC = \triangle AOB = 12\text{cm}^2$, $1 : 2 = 12\text{cm}^2 : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 24\text{cm}^2$
$\square ABCD = 6 + 12 + 12 + 24 = 54(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 수직으로 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 이 때, $\triangle OCF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서

평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\angle AEO = \angle CFO = 90°$(엇각)

$\angle AOE = \angle COF$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle OAE \equiv \triangle OCF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OE} = \overline{OF} = 4(\,cm)$

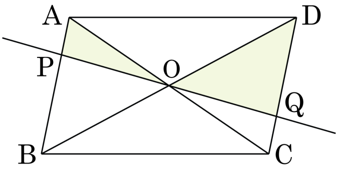
$\overline{AE} + 7 = 10,\ \overline{AE} = 3(\,cm)$

$\overline{CF} = \overline{AE}$이므로

$\therefore\ \overline{CF} = 3(\,cm)$

따라서 $\triangle OCF$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\,cm^2)$

19. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $15\,\mathrm{cm}^2$

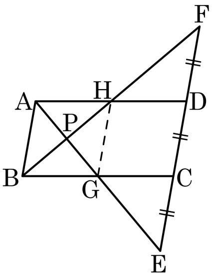
해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$(엇각)
$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)
$\overline{AO} = \overline{CO}$(평행사변형의 성질)
$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA 합동)

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$
$\therefore\ \triangle CDO = 15(\mathrm{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $15\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

20. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?



① 정사각형, $90°$

② 정사각형, $180°$

③ 직사각형, $180°$

④ 마름모, $90°$

⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$

$(\because HD \,/\!/\, BC)$

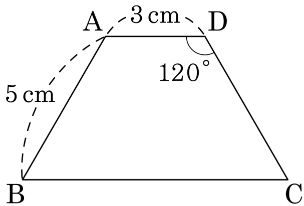
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$

$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$ 이므로 마름모이다.

□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.

따라서 $\angle FPE = 180°$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\angle D = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.

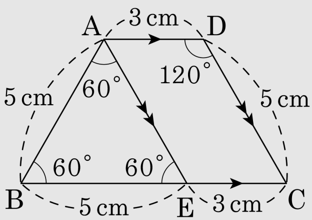


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 21 cm

해설

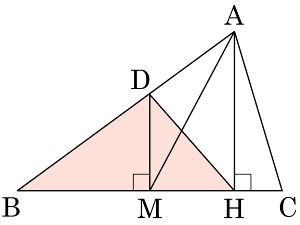
다음 그림과 같이 $\overline{AE}//\overline{DC}$가 되도록 변 BC 위에 점 E를 잡으면 □AECD 는 평행사변형이고 △ABE는 정삼각형이다.



$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$ 이고
$\overline{EC} = \overline{AD} = 3\,\text{cm}$ 이므로
$\overline{BC} = 5 + 3 = 8(\,\text{cm})$

$\therefore$ (□ABCD 의 둘레의 길이)
$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$
$= 5 + 8 + 5 + 3$
$= 21(\,\text{cm})$

22. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DM} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM} = 5$, $\overline{AH} = 6$ 이라 할 때, $\triangle DBH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,cm^2$

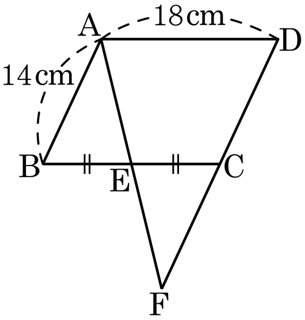
해설

$\overline{DM}$ 과 $\overline{AH}$ 는 한 직선 $\overline{BC}$ 에 수직인 두 직선이므로 $\overline{DM} \,//\, \overline{AH}$
밑변이 공통이고 높이가 같으므로
$\triangle DMH = \triangle DMA$
$\therefore \triangle DBH = \triangle DBM + \triangle DMH = \triangle BMA$

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 한 꼭짓점이 A 에서 만나므로 $\triangle BMA = \triangle AMC$

$$\therefore \ \triangle DBH = \triangle AMC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15(\,cm^2)$$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{AB} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

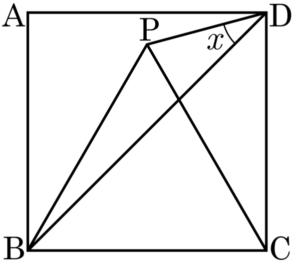
▷ 정답 : 28 cm

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE(ASA)$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{CF} = 14\text{cm}$ 이다.

$\therefore\ \overline{DF} = 14 + 14 = 28(\text{cm})$

24. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, △PBC 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\ \ )^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 10°　② 15°　③ 20°　④ 25°　⑤ 30°

해설

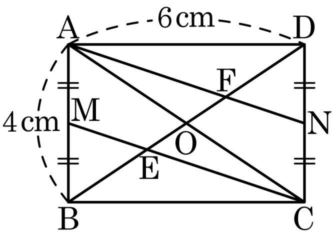
$\angle CDB = 45^\circ$,

$\angle PCD = 30^\circ$ 이고 $\overline{PC} = \overline{DC}$ 이므로

$\angle CDP = 75^\circ$,

$\therefore \angle x = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

25. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $6\ \mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)이므로

$$\begin{aligned}\square AMEF &= \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 6 \times 4 = 6\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$