1. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 6x - 3y = 9 \end{cases}$ 의 해집합은?

① ϕ

② $\{(1, -1)\}$

③ $\{(-2, 7)\}$

④ $\{(x,\ y) \mid x,\ y\text{는 모든 수}\}$

⑤ $\{(x,\ y) \mid 2x - y = 3\text{인 모든 } x, y\}$

해설

$6x - 3y = 9$ 와 $2x - y = 3$ 은 같으므로 해는 $2x - y = 3$ 인 모든 $x,\ y$ 가 된다.

2. 다음 연립방정식의 해는?

$$\begin{cases} 2y = 3x - 4 \\ 6y = 9x + 5 \end{cases}$$

① 해가 없다.　　② $(1,\ 0)$　　③ 무수히 많다.

④ $(0,\ -1)$　　⑤ $(0,\ 0)$

해설

$$\begin{cases} 2y = 3x - 4 \cdots ① \\ 6y = 9x + 5 \cdots ② \end{cases}$$

$① \times 3 - ②$ 하면 $12 = 5$ 가 되므로 해가 없다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} x + y = b \\ ax + 2y = -4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, a, b 의 값은?

① $a = 1,\ b = -1$ ② $a = 1,\ b = -2$ ③ $a = 2,\ b = -1$

④ $a = 2,\ b = -2$ ⑤ $a = 3,\ b = -3$

해설

해가 무수히 많으려면 두 직선이 일치해야 하므로 $\dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{b}{-4}$ 가 된다.

따라서 $a = 2,\ 2b = -4$ 이므로 $a = 2,\ b = -2$ 이다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} ax+3y=-1 \\ 5x-3y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

첫 번째 방정식에 $\times(-1)$ 을 해 주면 $-ax-3y=1$ 가 되고 이것이 두 번째 식과 완전히 일치해야 하므로 $-a=5,\ 1=b$ 가 된다. 따라서 $a=-5,\ b=1$ 이므로 $a+b=-4$ 이다.

5. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=4 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$ 의 해는?

① $x=1,\ y=2$

② $x=-1,\ y=2$

③ 해가 없다.

④ $x=-1,\ y=-2$

⑤ 해가 무수히 많다.

해설

첫 번째 식에 $\times 2$ 를 해서 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = 16$ 이 되므로 해가 없다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 6x+ay=10 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

미지수가 2개인 일차연립방정식

$\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'+c'=0 \end{cases}$ 에서 $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$ 이면 해가 없다.

$\dfrac{2}{6}=\dfrac{3}{a}\neq\dfrac{5}{10}$

$\therefore\ a=9$

7. 연립방정식 $\begin{cases} -2x+y=6 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$ (x, y는 자연수) 의 해의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개

④ 3 개 ⑤ 무수히 많다.

해설

첫 번째 식에 $\times(-2)$ 를 하면 $4x-2y=-12$ 이다. 이 식에서 두 번째 식을 빼면, $0 \cdot x=-13$ 이 되므로 이 연립방정식의 해는 없다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$ 의 해는?

① (2, -1)　② (2, 3)　③ 없다.

④ (-2, 1)　⑤ (-3, -1)

해설

첫 번째 식에 ×2를 해서 두 번째 식을 빼면,
$0 \cdot x = 8$ 꼴이 되므로 이 연립방정식의 해는 없다.

9. 다음 중 해가 2 개 이상인 연립방정식은?

① $\begin{cases} 5x+2y=11 \\ -\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}y=3 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+3y=4 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.4 \\ \frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y=\frac{1}{3} \end{cases}$

④ $\begin{cases} x=y+3 \\ 2x-2y=5 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3x-y=-1 \\ 9x-3y=3 \end{cases}$

해설

해가 2 개 이상이라는 것은 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것과 같다.

두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때, 해가 무수히 많다.

따라서

① $\begin{cases} 5x+2y=11 & \cdots ㉠ \\ -\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ 과 $-10\times$ ㉡ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

② $\begin{cases} x+y=2 & \cdots ㉠ \\ 3x+3y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$3\times$ ㉠ 과 ㉡은 상수항만 다르므로 해가 없다.

③ $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.4 & \cdots ㉠ \\ \frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y=\frac{1}{3} & \cdots ㉡ \end{cases}$

$10\times$ ㉠ $=12\times$ ㉡ 이므로 해가 무수히 많다.

④ 해가 없다.

⑤ 해가 없다.

10. 다음 연립방정식 중에서 해가 무수히 많은 것은?

① $\begin{cases} -x+\dfrac{y}{3}=\dfrac{1}{5} \\ -4x+2y=4 \end{cases}$

② $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x+2y=-2 \\ 2x+y+1=-3-3y \end{cases}$

④ $\begin{cases} \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}=3 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 0.1x-0.3y=-1 \\ 2x-6y=-10 \end{cases}$

해설

③ 두 번째 식을 정리하면 $2x+4y=-4$ 이고 첫 번째 식에 $\times 2$ 를 해 주면 두 식이 같아지므로 연립방정식의 해는 무수히 많다.

11. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 무수히 많은 것은?

보기

ㄱ $-\frac{y}{2}-x=\frac{1}{4}$

ㄴ $0.2x+0.1y=-0.7$

ㄷ $0.4x+0.2y=-0.1$

ㄹ $\frac{x}{3}+y=-1$

① ㄱ, ㄹ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

해설

ㄱ식에 $\times(-4)$ 를 하면 $4x+2y=-1$, ㄷ식에 $\times 10$을 하면 $4x+2y=-1$ 이 되어 두 식이 일치하게 되므로 ㄱ과 ㄷ을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} ax+3y=1 \\ 4x-6y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 4　② 2　③ 0　④ −2　⑤ −4

해설

(해가 무수히 많다) = (두 방정식이 일치한다)

$\frac{a}{4}=-\frac{3}{6}=\frac{1}{b}$ 에서 $a=-2,\ b=-2$

$\therefore a+b=-2-2=-4$

13. 연립방정식 $\begin{cases} ax+3y=3 \\ 2x+y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

해가 무수히 많을 조건은

$\frac{a}{2}=\frac{3}{1}=\frac{3}{b}$ 이므로

$a=6,\ b=1\ \therefore a+b=7$

14. 다음 중 해가 없는 연립방정식은?

① $\begin{cases} 5x-2y=4 \\ 10x-4y=8 \end{cases}$

② $\begin{cases} \frac{1}{3}x-0.2y=1 \\ x-0.6y=3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 4y=8x+3 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 0.4x-0.9y=1.2 \\ 8x=6(3y+4) \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 2x-3(x+y)=6 \\ 3x+9y=-18 \end{cases}$

해설

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

따라서

① $\begin{cases} 5x-2y=4 & \cdots ㉠ \\ 10x-4y=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$2\times$㉠$=$㉡ 이므로 해가 무수히 많다.

② $\begin{cases} \frac{1}{3}x-0.2y=1 & \cdots ㉠ \\ x-0.6y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$3\times$㉠$=$㉡ 이므로 해가 무수히 많다.

③ $\begin{cases} 4y=8x+3 & \cdots ㉠ \\ 4x-2y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠과 $2\times$㉡ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

④ $\begin{cases} 0.4x-0.9y=1.2 & \cdots ㉠ \\ 8x=6(3y+4) & \cdots ㉡ \end{cases}$

$20\times$㉠$=$㉡ 이므로 해가 무수히 많다.

⑤ $\begin{cases} 2x-3(x+y)=6 & \cdots ㉠ \\ 3x+9y=-18 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$(-3)\times$㉠$=$㉡ 이므로 해가 무수히 많다.

15. 두 개의 미지수 x, y 를 갖는 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -6x + 4y = k \end{cases}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $k = -14$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.

② $k = -14$ 일 때, 해는 없다.

③ $k = -7$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.

④ $k = -7$ 일 때, 해는 없다.

⑤ k 의 값에 관계없이 $x = 0$, $y = 0$ 을 해로 갖는다.

해설

$k = -14$ 이면 두 식은 일치하므로 해가 무수히 많다.