1. 방정식 $|x+5|=1$를 만족하는 x의 값들의 합은?

① -9 ② -10 ③ -11 ④ -12 ⑤ -13

해설

$|x+5|=1$

$\Rightarrow \quad x+5=1$ 또는 $x+5=-1$

$\therefore \quad x=-4$ 또는 $x=-6$

2. 이차방정식 $2x^2-6x+4=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$은?

① -9　　② -2　　③ 0　　④ 5　　⑤ 13

해설

$\alpha+\beta=3, \quad \alpha\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=9-4=5$

3. 이차함수 $y=-2x^2-4x-6$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2-4x-6 \\ &= -2(x+1)^2-4 \end{aligned}$$

$x=-1$ 일 때, 최댓값 -4를 갖는다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5(2 \le x \le 5)$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, ab의 값을 구하면?

① 1　② 4　③ 9　④ 16　⑤ 25

해설

$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 5$

$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$x = 2$ 일 때 $y = 2\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 1$

$x = 5$ 일 때 $y = 2\left(5 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 25$

따라서 최댓값 $a = 25$ 이고, 최솟값 $b = 1$ 이므로 $ab = 25$

5. $-2 \le x \le 3$일 때, $3x-1$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 5

해설

$-2 \le x \le 3$에서 $-6 \le 3x \le 9$, $-7 \le 3x-1 \le 8$

따라서, 최댓값은 8이고 최솟값은 -7이므로 두 값의 합은 1이다.

6. $-x+5 \geq 3$, $2x-3 \geq 7$ 에 대하여 연립부등식의 해를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\varnothing$

해설

$-x+5 \geq 3,\ x \leq 2$

$2x-3 \geq 7,\ x \geq 5$

$\therefore$ 해는 없다.

7. 부등식 $-1 < -2x + 1 < 3$ 의 해는?

① $-2 < x < 2$　② $-2 < x < -1$　③ $-1 < x < 1$

④ $-1 < x < 2$　⑤ $1 < x < 2$

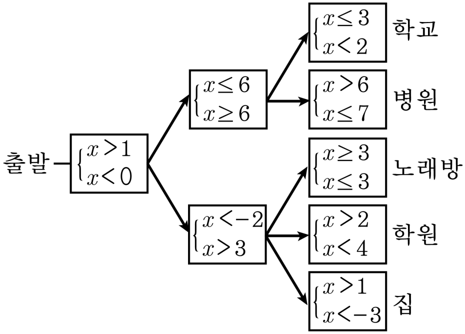
해설

$-1 < -2x + 1 < 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 < -2x + 1 \\ -2x + 1 < 3 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$\therefore\ -1 < x < 1$

8. 출발점의 연립부등식과 같은 해의 형태를 갖는 방향으로 갈 때, 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 집

해설

$\begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$ 은 해가 없다. 따라서 해가 없는 것을 따라 가야 한다.

$\begin{cases} x \le 6 \\ x \ge 6 \end{cases}$ 의 해는 $x = 6$ 이므로 해가 있다.

$\begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ 의 해는 없다. 따라서 이쪽으로 가고, $\begin{cases} x \ge 3 \\ x \le 3 \end{cases}$ 의 해는 $x = 3$ 이다. $\begin{cases} x > 2 \\ x < 4 \end{cases}$ 의 해는 $2 < x < 4$ 이고 $\begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$ 은 해가 없으므로 마지막 집을 향해 가고 있음을 알 수 있다

9. x에 대한 이차방정식 $kx^2+2(k+1)x+k=0$이 중근을 가질 때 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$\frac{D}{4}=b'^2-ac=(k+1)^2-k^2=2k+1$에서

중근을 가질 조건이므로

$\frac{D}{4}=0$이어야 한다.

$2k+1=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{2}$

10. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$　② $m < 1, m > 5$　③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$　⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면

$x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0$

$m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0$

$\therefore\ m < 1,\ m > 5$

11. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3)=24$ 의 모든 실근의 합은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)=24$를 전개하면

$x^3-6x^2+11x-30=0$

$x=5$를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 1 & -6 & 11 & -30 \\ & & 5 & -5 & 30 \\ \hline & 1 & -1 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-5)(x^2-x+6)=0$

$\therefore\ x=5$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{23}i}{2}$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

12. 삼차방정식 $x^3-5x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{2}$일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b는 유리수)

① $1-\sqrt{2}$, 2 ② $-1+\sqrt{2}$, -3 ③ $1-\sqrt{2}$, 3
④ $1-\sqrt{2}$, -3 ⑤ $-1+\sqrt{2}$, 3

해설

한 근이 $1+\sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
$\therefore\ 1+\sqrt{2}+(1-\sqrt{2})+\alpha=5,\quad \alpha=3$
$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1-\sqrt{2}$

13. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a값은?

① $a = -1$
② $a = 1$
③ $a = \pm 1$
④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수
⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}$, $-a^2 \neq -1$

$\therefore\ a \neq \pm 1$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

14. 부등식 $-x^2 - kx + k < 0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 k의 범위를 정하면 $\alpha < k < \beta$이다. 이 때, $\alpha + \beta$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^2 + kx - k > 0$이 모든 x에 대해서 성립하려면,
판별식이 0보다 작아야 한다
$D = k^2 + 4k < 0$에서
$k(k+4) < 0$, $-4 < k < 0$,
$\alpha = -4$, $\beta = 0$
$\therefore \quad \alpha + \beta = -4$

15. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2-6x+1\le 0$ ② $x^2-2x-3<0$

③ $x^2-x+1>0$ ④ $x^2-6x+9>0$

⑤ $4x^2-4x+1<0$

해설

① $\left(x-\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}\right)\left(x-\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}\right)\le 0$

$\Rightarrow \dfrac{3-\sqrt{7}}{2}\le x\le\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}$

② $(x+1)(x-3)<0 \Rightarrow -1<x<3$

③ $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x-3)^2>0 \Rightarrow x\ne 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x-1)^2<0 \Rightarrow$ 해는 없다

16. $x^2+ax+b=0$, $x^2+2bx+3a=0$를 동시에 만족하는 x는 -1밖에 없을 때, 상수 ab의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 12

해설

$x=-1$은 두 이차방정식 $x^2+ax=b=0$,
$x^2+2bx+3a=0$의 공통근이므로
$1-a+b=0$, $1-2b+3a=0$
두 식을 연립하여 풀면
$a=-3$, $b=-4$
$\therefore ab=12$

17. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 b를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, c를 잘못 보아 -1, 4의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(ⅰ) b를 잘못 본 경우
a와 c는 옳으므로 두 근의 곱은
$\frac{1}{2}\cdot 4=\frac{c}{a}\quad \therefore\ c=2a$
(ⅱ) c를 잘못 본 경우
a와 b는 옳으므로 두 근의 합은
$-1+4=3=-\frac{b}{a}\quad \therefore\ b=-3a$
(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 방정식은
$ax^2-3ax+2a=0$
$a\neq 0$이므로 $x^2-3x+2=0$
$(x-1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=2$
따라서 근의 합은 3이다.

18. 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 일 때, $x = -1$ 에서 최솟값 3 을 가진다. 이때 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$$

아래로 볼록한 그래프이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.

$-1 + \dfrac{b}{2} = 0$ 이고 $-\dfrac{b^2}{4} + c = 3$

$\therefore b = 2,\ c = 4$

$\therefore b + c = 2 + 4 = 6$

19. 삼차방정식 $x^3 - mx^2 + 24x - 2m + 4 = 0$의 한 근이 $4 - 2\sqrt{2}$일 때, 유리수 m의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $m = 10$

해설

$x = 4 - 2\sqrt{2}$를 주어진 방정식에 대입하면

$(4 - 2\sqrt{2})^3 - m(4 - 2\sqrt{2})^2 + 24(4 - 2\sqrt{2}) - 2m + 4 = 0$

이 식을 정리하면

$(260 - 26m) - (160 - 16m)\sqrt{2} = 0$

무리수가 서로 같은 조건에 의하여

$260 - 26m = 0$, $160 - 16m = 0$

따라서, $m = 10$

계수가 유리수인 방정식이므로 $4 - 2\sqrt{2}$가 근이면 $4 + 2\sqrt{2}$도 근이다.

나머지 한 근을 α라고 하면 근과 계수와의 관계에서

$(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2}) + \alpha = m$ ⋯⋯㉠

$(4 + 2\sqrt{2})(4 - 2\sqrt{2})\alpha = 2m - 4$ ⋯⋯㉡

㉠에서 $\alpha = m - 8$ ⋯⋯㉢

㉡에서 $8\alpha = 2m - 4$ ⋯⋯㉣

㉢을 ㉣에 대입하면 $8(m - 8) = 2m - 4$

$\therefore\ m = 10$

20. 삼차방정식 $x^3 - 2x^2 + 4x + 3 = 0$의 세 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\alpha+\beta+\gamma = 2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = 4$, $\alpha\beta\gamma = -3$이므로

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$

$= 1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\beta)-\alpha\beta\gamma$

$= 1-2+4+3 = 6$

21. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① 8 km/h　② 9 km/h　③ 10 km/h
④ 11 km/h　⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
$3x-3y=200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
$x+y=200$

$$\begin{cases} 3x-3y=200 \\ x+y=200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x=\dfrac{400}{3}$m/분

$$\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3}/\text{분} = \frac{0.4\text{ km}}{3}\times 60/\text{시간} = 8\text{ km/h}$$

22. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로
$(t-1)(t+4) = 0$ 에서
$t = 1$ 또는 $t = -4$
따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$\therefore\ 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$

23. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2-4xy+5y^2+2x-8y+5=0$일 때, $x+y$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2-4xy+5y^2+2x-8y+5$

$=x^2-2(2y-1)x+4y^2-4y+1+y^2-4y+4$

$=x^2-2(2y-1)x+(2y-1)^2+(y-2)^2$

$=(x-2y+1)^2+(y-2)^2=0$

$\therefore\ x-2y+1=0,\ y-2=0$이므로

$y=2,\ x-4+1=0 \quad \therefore\ x=3$

따라서 $x+y=3+2=5$

24. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$　② $-3\ m < 1$

③ $-1 < m < 3$　④ $m < -1$또는$m > 1$

⑤ $m < -1$또는$m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$\dfrac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0$ 에서

$(m+1)(m-3) < 0$

$\therefore -1 < m < 3$

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0 \\ x^2 - (k+3)x + 3k > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x \le 4$ 가 되도록 하는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 1$ ② $-1 < k < 3$ ③ $k \ge -1$

④ $k \le 1$ ⑤ $-1 \le k \le 3$

해설

$x^2 - 5x + 4 \le 0$ 에서 $(x-1)(x-4) \le 0,\ 1 \le x \le 4$

$x^2 - (k+3)x + 3k > 0$ 에서 $(x-k)(x-3) > 0$

ⅰ) $x < k$ 또는 $x > 3$

ⅱ) $x < 3$ 또는 $x > k$

해가 $3 < x < 4$ 가 되려면 ⅰ) 의 경우이어야 하고 $k \le 1$ 이어야 한다