

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 13 은 소수이다.
- ② 52 는 합성수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2,3 으로 2 개이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 161 은 소수가 아니다.
- ② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.
- ④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.
- ⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

- ② 자연수 1은 약수가 1개이다.
- ④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

3. 다음은 나예빠가 넉멧저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 넉멧저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 넉멧저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답: 시

▶ 정답 : 3시

해설

2^4 의 약수는 $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4$ 이고 3^3 의 약수는 $1, 3, 3^2, 3^3$ 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3, 8 = 2^3, 100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 년멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

4. 세 자연수 8, 12, 16 의 최대공약수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \quad 2 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

8, 12, 16 의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

5. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!
미소 : 무엇을 구했는데?
영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.
미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로

이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

6. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36 , 48

- ① 2×3
- ② 2×3^2
- ③ $2^2 \times 3^2$
- ④ $2^4 \times 3$
- ⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

2) 36

2) 18

3) 9

3

2) 48

2) 24

2) 12

2) 6

3

$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$ $\therefore 48 = 2^4 \times 3$
따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

7. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

- ① 12 ② 24 ③ 40 ④ 108 ⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

8. $2^4 = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8$, $b = 2$

② $a = 8$, $b = 3$

③ $a = 16$, $b = 2$

④ $a = 16$, $b = 3$

⑤ $a = 32$, $b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

9. 60의 소인수를 구하면?

① 2, 3

② 2, 3, 5

③ 2^3 , 3, 5

④ 1, 2, 3, 5

⑤ 2, 1, 1

해설

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60의 소인수는 2, 3, 5이다.

10. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

11. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 36, 66

② 21, 49

③ 25, 52

④ 34, 51

⑤ 18, 94

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

① $36 = 2^2 \times 3^2$

$66 = 2 \times 3 \times 11$

두 수의 최대공약수는 2×3 이다.

② $21 = 3 \times 7$

$49 = 7^2$

두 수의 최대공약수는 7이다.

③ $25 = 5^2$

$52 = 2^2 \times 13$

두 수의 최대공약수는 1이다.

④ $34 = 2 \times 17$

$51 = 3 \times 17$

두 수의 최대공약수는 17이다.

⑤ $18 = 2 \times 3^2$

$94 = 2 \times 47$

두 수의 최대공약수는 2이다.

12. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$

- ① 4 개
- ② 6 개
- ③ 8 개
- ④ 9 개
- ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

13. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

14. 가로, 세로, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16(\text{cm})$

15. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20 \quad 6} \\ 2 \overline{) 6 \quad 10 \quad 3} \\ 3 \overline{) 3 \quad 5 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

16. 세 자연수 2, 3, 4 의 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

구하는 수는 (2, 3, 4 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 자연수이다.

2, 3, 4 의 최소공배수는 12 이다.

∴ $12 + 1 = 13$

17. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로
바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.
최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

18. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, $a \leq 100$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,
 $a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$
 $\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.
 $a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.
 $\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개

19. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

20. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$2 \overline{) 52}$

$2 \overline{) 26}$

13

$52 = 2^2 \times 13$

21. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

22. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

23. $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$,
 $\frac{72}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서
 $n = 2, 2 \times 3^2, 2^3, 2^3 \times 3^2$ 의 4 개이다.

24. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
풀이)
㉠ 10 을 소인수분해하면 2×5 이므로
㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$
㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면
㉣ $(0 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (3 + 1) \times (3 + 1) = 32$ (개) 이다.

25. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는

$(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는

$(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore x = 3$

26. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

27. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하
의 60 의 배수는
60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6개이다.

28. 자연수 n 에 대하여 $n+1$ 은 3의 배수이고 $n+4$ 은 7의 배수일 때, $n+6$ 을 21로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n+1$ 은 3의 배수이므로
값은 2, 5, 8, 11, 14, ... 이고,
 $n+4$ 은 7의 배수이므로
값은 3, 10, 17, 24, 31, 38, 45, 52, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 38, 59, 80, 101, 122, ... 이다.
 $\therefore (n+6)$ 을 21로 나눈 나머지= 2

29. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

30. 세 변의 길이가 각각 96 m, 84 m, 108 m 인 삼각형 모양의 농장이 있다. 이 농장의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 철조망을 설치하려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 말뚝을 박아야 하며, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 말뚝은 최소한 몇 개를 준비해야 하는지 고르면?

① 12 개 ② 18 개 ③ 24 개 ④ 30 개 ⑤ 36 개

해설

96, 84, 108 의 최대공약수는 12 이므로

말뚝의 개수는

$$(96 \div 12) + (84 \div 12) + (108 \div 12) = 8 + 7 + 9 \\ = 24 \text{ (개)}$$

31. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.
- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128 의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

2) 64 96 128

2) 32 48 64

2) 16 24 32

2) 8 12 16

2) 4 6 8

2 3 4

최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

최대공약수인 32 의 약수 중 30 보다 큰 수는 32 이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32 명이다.

32. 어떤 역에는 각각 45 분, 1 시간 15 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 6 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 9 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 6 시와 오후 9 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을 A 시 B 분이라 할 때, A, B 에 들어갈 수 있는 모든 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 45 와 75 의 공배수이므로
 $45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 의
최소공배수는 $3^2 \times 5^2 = 225$ (분)이다.
따라서 오전 6 시와 오후 9 시 사이에 열차가 동시에 출발하는
시각은
오전 6 시+225 분= 오전 9 시 45 분
오전 6 시+450 분= 오후 1 시 30 분
오전 6 시+675 분= 오후 5 시 15 분이다.
∴ 오전 9 시 45 분, 오후 1 시 30 분, 오후 5 시 15 분
∴ $9 + 45 + 1 + 30 + 5 + 15 = 105$

33. 두 자연수의 곱이 768 이고 최소공배수가 96 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $768 = 96 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

34. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

35. 세 수 $\frac{5}{15}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\frac{(15, 18, 24 \text{의 최소공배수})}{(5, 5, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{360}{5} = 72$$