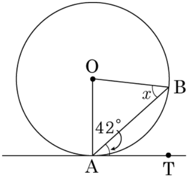
1. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



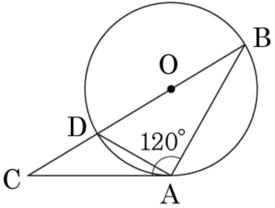
① 42° ② 44° ③ 46° ④ 48° ⑤ 50°

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle BAT$ 와 같으므로 $\angle AOB = 2\angle BAT = 84°$

$\therefore \angle x = (180° - 84°) \div 2 = 48°$

2. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심 직선 AC 는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120°$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



① 3 : 2　② 1 : 2　③ 4 : 5
④ 3 : 4　⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90°$ 이므로 $\angle DAC = 30°$

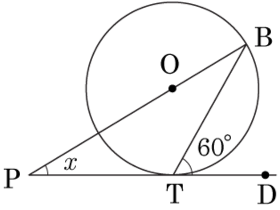
$\therefore\ \angle ABD = 30°, \angle ADB = 60°$

$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서 $60° = 30° + \angle ACD$

$\therefore\ \angle ACD = 30°,\ \overline{DC} = \overline{DA}$

$\therefore\ \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$

3. 다음 그림에서 $\angle TPB = (\qquad)°$ 의 크기는? (단, $\angle BTD = 60°$ 이고 점 T 는 접점이다.)



① 21 ② 23 ③ 25 ④ 28 ⑤ 30

해설

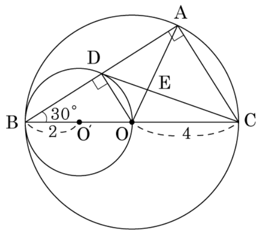
두 점 O 와 T 를 이으면 $\overline{PD} \perp \overline{OT}$ 이므로 $\angle OTD$ 가 직각이다.

$\angle OTB = \angle OBT = 30°$

$\therefore\ \angle POT = 60°$

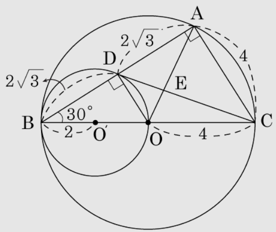
$\therefore\ x = 30°$

4. 다음 그림의 원 O 의 지름은 8 , 원 O′ 의 지름은 4 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

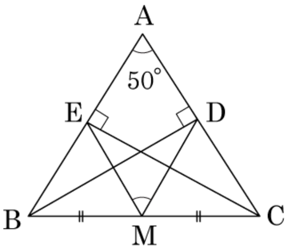


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?



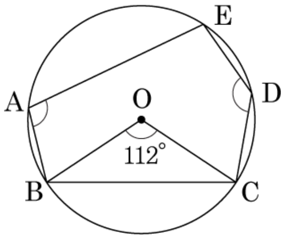
① $40°$ ② $50°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90° - 50° = 40°$

따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40° = 80°$ 이다.

6. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle BOC = 112^\circ$ 일 때, $\angle A + \angle D$ 의 크기는?



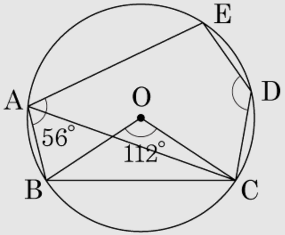
① 252° ② 236° ③ 212° ④ 186° ⑤ 164°

해설

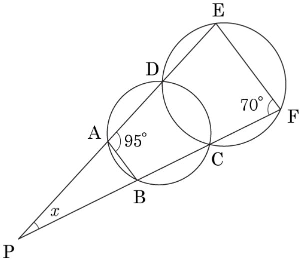
점 A 와 점 C 에 보조선을 그으면

$\angle D + \angle EAC = 180^\circ$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 112^\circ = 56^\circ$

$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ + 56^\circ = 236^\circ$



7. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70°$, $\angle BAD = 95°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95°$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180° - \angle DCF = 85°$ 이다.

따라서 $\angle x = 180° - 70° - 85° = 25°$ 이다.

8. 은정이는 5 회에 걸친 사회 시험에서 4 회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5 회는 병결로 인해 4 회까지의 평균 성적의 50 %를 받았다. 은정이의 5 회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점　② 73.2 점　③ 75.6 점

④ 77.8 점　⑤ 82 점

해설

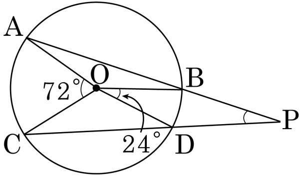
4 회 까지의 평균 : $\frac{83+84+79+90}{4} = \frac{336}{4} = 84(\text{점})$

5 회 성적 : $84 \times \frac{50}{100} = 42(\text{점})$

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

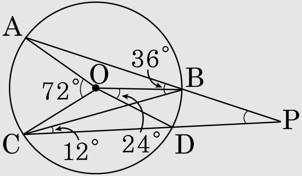
$= \frac{83+84+79+90+42}{5} = \frac{378}{5} = 75.6(\text{점})$

9. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72°$, $\angle BOD = 24°$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① $20°$　② $22°$　③ $23°$　④ $24°$　⑤ $25°$

해설



$\angle ABC = \dfrac{1}{2} \times 72° = 36°$, $\angle BCD = \dfrac{1}{2} \times 24° = 12°$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC$ 이므로

$36° = 12° + \angle BPC$

$\therefore\ \angle BPC = 24°$

10. 네 개의 변량 $4,\ 6,\ a,\ b$ 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, $7,\ a^2,\ b^2,\ 9$ 의 평균은?

① 16 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

변량 $4,\ 6,\ a,\ b$ 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4}=5,\quad a+b+10=20$$

$\therefore a+b=10 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

따라서 $7,\ a^2,\ b^2,\ 9$ 의 평균은

$$\frac{7+a^2+b^2+9}{4}=\frac{16+60}{4}=19$$ 이다.

11. 세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① $M,\ S^2$ ② $M,\ S^2+1$

③ $M+1,\ S^2$ ④ $M+1,\ S^2+1$

⑤ $M+1,\ (S+1)^2$

해설

세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$$M=\frac{a+b+c}{3}$$

$$S^2=\frac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$$

$a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1=\frac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}$$

$$=\frac{(a+b+c)+3}{3}=\frac{a+b+c}{3}+1=M+1$$

$$S_1^2=\frac{1}{3}\{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2\}$$

$$=\frac{1}{3}\{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2\}=S^2$$

따라서 $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1,\ S^2$ 이다.

12. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$　② $2+\sqrt{3}$　③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$　⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore\ abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore \text{(직육면체의 겉넓이)} &= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}) \\ &= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180}) \\ &= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5}) \\ &= 2(1+12\sqrt{5}) \\ &= 2+24\sqrt{5}\end{aligned}$$