

1. 연립부등식 $\frac{x-1}{3} < x+3 \leq 0.1(x+3)$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $\frac{x-1}{3} < x+3, \quad x > -5$

ii) $x+3 \leq 0.1(x+3), \quad x \leq -3$

i), ii) 에 의하여 공통된 해의 범위는 $-5 < x \leq -3$ 이므로
만족하는 정수는 $-4, -3$ 의 2 개이다.

2. 이차부등식 $(k+1)x^2 - kx + 1 < 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$f(x) = (k+1)x^2 - kx + 1$$

$f(x) < 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하지 않으면

모든 x 에 대해 $f(x) \geq 0$

$$(k+1)x^2 - kx + 1 \geq 0$$

i) $k+1 > 0$ 에서 $k > -1$

ii) $D = k^2 - 4(k+1) \leq 0$

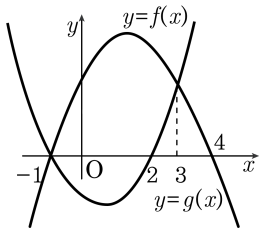
$$k^2 - 4k - 4 \leq 0$$

$$2 - 2\sqrt{2} \leq k \leq 2 + 2\sqrt{2}$$

i), ii)의 공통범위는 $2 - 2\sqrt{2} \leq k \leq 2 + 2\sqrt{2}$

정수 k : 0, 1, 2, 3, 4 (5개)

3. 두 이차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해를 구하면?



- ① $x \leq -1$ ② $-1 \leq x \leq 2$
③ $-1 \leq x \leq 3$ ④ $2 \leq x \leq 3$
⑤ $2 \leq x \leq 4$

해설

$f(x) - g(x) \leq 0$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 이 부등식을 만족하는 x 의 값의 범위는 $y = f(x)$ 의 그래프가 $y = g(x)$ 의 그래프와 같거나 아래쪽에 있는 부분이므로 $-1 \leq x \leq 3$

4. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$$\therefore k = -6$$

5. 두 점 $A(4,3)$, $B(1,1)$ 이 있을 때, x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

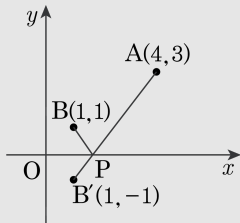
해설

B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B' 라 하면

$\overline{BP} = \overline{B'P}$ 이므로

$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{B'A}$ 일 때 최소가 된다.

$$\therefore \sqrt{(1-4)^2 + (-1-3)^2} = 5$$



6. 수직선 위의 두 점 $A(-4)$, $B(12)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 $5 : 3$ 으로 내분하는 점을 P , $\overline{AB}$ 를 $7 : 11$ 로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{PQ}$ 의 중점의 좌표는?

① -32

② -13

③ 6

④ 13

⑤ 32

해설

$P(a)$, $Q(b)$ 라고 하면,

$$P = \frac{5 \times 12 + 3 \times (-4)}{5 + 3} = 6,$$

$$Q = \frac{7 \times 12 - 11 \times (-4)}{7 - 11} = -32$$

$$\therefore \overline{PQ} \text{ 의 중점은 } \frac{-32 + 6}{2} = -13$$

7. 좌표평면 위의 네 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$, (a, b) 를 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 될 때, 다음 중 (a, b) 가 될 수 있는 좌표의 개수는?

$(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(3, 1)$, $(0, 2)$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

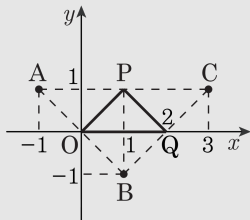
그림과 같이 점 O , P , Q 를 지나면서

$\overline{PQ}$, $\overline{OQ}$, $\overline{OP}$ 에

각각 평행인 직선들의 교점을 A , B , C 라고 할 때,

$\square AOQP$, $\square BQPO$, $\square CPOQ$ 는 모두 평행사변형이 된다.

따라서 구하는 점 (a, b) 는 A , B , C 세 가지이고 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(3, 1)$ 이다.



8. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $G(2, -1)$ 이고 세 변 AB, BC, CA 를 2 : 1 로 내분하는 점이 각각 $P(a, 3)$, $Q(-2, -2)$, $R(5, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

삼각형 ABC 의 무게중심과 삼각형 PQR 의 무게중심은 일치한다.

삼각형 PQR 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{a - 2 + 5}{3}, \frac{3 - 2 + b}{3} \right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{a + 3}{3} = 2 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\text{또 } \frac{1 + b}{3} = -1 \text{ 에서 } b = -4$$

$$\therefore a + b = -1$$

9. 점 $(0, 2)$ 를 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각이 30° 인 직선의 방정식은?

① $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

② $y = x + 2$

③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 3$

⑤ $y = x + 4$

해설

기울기 $m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

점 $(0, 2)$ 를 지나므로,

$$y - 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0)$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$$

10. 다음 그림에서 a 와 b 사이의 관계식을 나타내면?

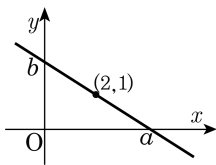
① $a + \frac{a}{2} = 1$

③ $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

⑤ $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} = 1$

② $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$

④ $\frac{2}{a} + b = 1$



해설

x 절편이 a , y 절편이 b 인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ 이다.}$$

11. A (1, 1), B (-2, -3), C ($k, k + 1$) 이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$$\Rightarrow \therefore k = 4$$

12. 다음은 직선 $x + ay + b = 0$ 이 제 1, 3, 4사분면을 지날 때, ab 의 부호를 조사하는 과정이다.

$a = 0$ 이면 주어진 직선이 제 1, 3, 4사분면을 지날 수 없으므로 $a \neq 0$ 이다.

이 때, 직선 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 에서

(기울기) (㉠) 0

(y 절편) (㉡) 0

a (㉢) 0

b (㉣) 0 이므로 따라서 ab (㉤) 0

위

의 (㉠) ~ (㉤) 의 부호가 옳지 않은 것은?

① (㉠): >

② (㉡): <

③ (㉢): <

④ (㉣): <

⑤ (㉤): <

해설

직선 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 의 그래프가

제 1, 3, 4 사분면을 지나려면

기울기는 양수, y 절편은 음수이어야 한다.

(기울기) = $-\frac{1}{a} > 0$

(y 절편) = $-\frac{b}{a} < 0$

$a < 0$, $b < 0$ 이므로 $ab > 0$

13. 점 A(0, 2), B(2, 0), C(3, 3) 으로 이루어진 삼각형ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 직선 $(k+1)x + (k-1)y = 2(k-1)$ 에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k 값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

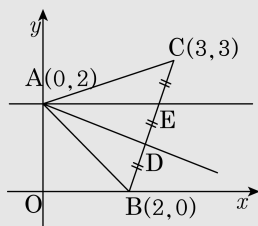
해설

$k(x+y-2) + x-y+2=0$ 은 k 에 관계없이

A(0, 2) 를 지나는 직선이므로

$\triangle ABC$ 를 그림과 같이

2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 1 : 2 또는 2 : 1 로 내분하는 점D, E 를 지나게 된다.

$D\left(\frac{7}{3}, 1\right), E\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3} + 1 - 2\right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$$k = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 부적합 } (\because k \text{ 는 정수})$$

(ii) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3} + 2 - 2\right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$$\therefore k = -1$$

14. 두 직선 $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$ 이 서로 수직일 때 직선 $aa'x + bb'y + cc' = 0$ 의 기울기는? (단, $aa'bb' \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ -2

④ -1

⑤ 2

해설

$ax + by + c = 0$ 에서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의

기울기는 $-\frac{a}{b}$

$a'x + b'y + c' = 0$ 에서 $y = -\frac{a'}{b'}x - \frac{c'}{b'}$ 의

기울기는 $-\frac{a'}{b'}$

두 직선이 서로 수직이므로

$$\left(-\frac{a}{b}\right) \cdot \left(-\frac{a'}{b'}\right) = -1 \quad \therefore \frac{aa'}{bb'} = -1$$

따라서 $aa'x + bb'y + cc' = 0$ 에서

$y = -\frac{aa'}{bb'}x - \frac{cc'}{bb'}$ 의 기울기는

$$\therefore -\frac{aa'}{bb'} = 1 \text{ 이다.}$$

15. 세 직선 $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x + y = k \\ kx - 5y = 5 \end{cases}$ 이 한점 $P(a, b)$ 에서 만날 때 $a + b$ 의 최댓값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$3x + y = 7 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2x + y = k \cdots \textcircled{㉡}$$

$$kx - 5y = 5 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡의 교점은 $(7 - k, -14 + 3k)$ 이므로
이를 ㉢에 대입하면,

$$k^2 + 8k - 65 = 0 \quad \therefore k = 5 \text{ 또는 } -13$$

$$\therefore P(a, b) = (2, 1) \text{ 또는 } (20, -53)$$

$$\therefore a + b \text{ 의 최댓값은 } 2 + 1 = 3$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 1 < x + 5y < 5 \\ -2 < 2x + 7y < 3 \end{cases}$ 을 성립시키는 정수로 이루어진

순서쌍 (x, y) 중 $x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + 2m$ 의 값을 구하면?

① -9

② -13

③ -18

④ -22

⑤ -26

해설

$$1 < x + 5y < 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} \times (-2) + \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$-10 < -2x - 10y < -2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$-2 < 2x + 7y < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉡} = -12 < -3 < 1$$

$$\text{그러므로, } -\frac{1}{3} < y < 4$$

그런데, y 는 정수이므로 $y = 0, 1, 2, 3$

이것을 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 대입하여 적합한 x 의 값을 구하면

$$(x, y) = (-3, 1), (-6, 2), (-7, 2), (-11, 3)$$

따라서, $x + y$ 의 최댓값은 $-3 + 1 = -2$ 이고,

최솟값은 $-11 + 3 = -8$ 이다.

$$\therefore M = -2, m = -8 \therefore M + 2m = -18$$

17. 연립부등식 $A : 5(x + 2) \leq 26 + x$, $B : 1 - x < 3(2x + 1)$, $C : 3x - 5 < -(x + 1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x + 2) \leq 26 + x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1 - x < 3(2x + 1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x - 5 < -(x + 1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

18. 일의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 5 만큼 큰 두 자리 자연수가 있다. 이 자연수가 27 보다 크고 38 이하라고 한다. 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

십의 자리 숫자를 a 라 하면 일의 자리 숫자는 $a + 5$ 이다.
즉 두 자리 자연수는 $10a + (a + 5) = 11a + 5$ 이다.

$$27 < 11a + 5 \leq 38$$

$$22 < 11a \leq 33$$

$$2 < a \leq 3$$

a 는 자연수이므로 3 이다. 따라서 두 자리 자연수는 38 이다.

19. 15%의 설탕물 300g이 있다. 여기에서 200g의 설탕물을 버리고 물 x g을 넣어 10% 이상 12% 이하의 농도를 만들려고 할 때, x 가 될 수 없는 것은?

① 25

② 32

③ 39

④ 47

⑤ 52

해설

설탕물을 200g 버려도 물과 설탕을 함께 버린 것 이므로, 농도에는 변화가 없다.

따라서 설탕물을 버린 후 남은 설탕물은 똑같은 15%의 설탕물 100g이다.

이 때의 소금물의 양은 $\frac{15}{100} \times 100 = 15$ (g)이다.

여기에 물 x g을 넣어줄 때의 농도를 식으로 나타내면 $\frac{15}{100+x} \times 100$ 이다.

농도가 10% 이상 12% 이하가 되게 해야 하므로, $10 \leq \frac{15}{100+x} \times 100 \leq 12$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 10 \leq \frac{15}{100+x} \times 100 \\ \frac{15}{100+x} \times 100 \leq 12 \end{cases}$$

이고, 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 50 \\ x \geq 25 \end{cases}$$

이다. 따라서 $25 \leq x \leq 50$ 이다.

20. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 (x) 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + (x) = 7$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

$$[x] = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

$$(x) = \begin{cases} k & (x \text{가 정수 } k \text{일 때}) \\ k+1 & (k < x < k+1 \text{일 때}) \end{cases}$$

따라서, $[x] + (x) = 7$ 이고

$[x]$, (x) 는 정수이므로

$$[x] = 3, (x) = 4 \quad (\because [x] \leq (x))$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

21. 부등식 $ax^2 + bx + a^2 > 2$ (a, b 는 실수) 의 해가 $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $2a - b$ 의 값을 구하면?

① -5

② -6

③ -7

④ -8

⑤ -9

해설

$$ax^2 + bx + a^2 - 2 > 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

해가 $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$ 인 이차부등식은

$$\{x - (1 - \sqrt{2})\} \{x - (1 + \sqrt{2})\} < 0$$

$$\text{즉, } x^2 - 2x - 1 < 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 부등호의 방향이 같으려면

$a < 0$ 이어야 한다.

$$\textcircled{㉡} \text{의 양변에 } a \text{ 를 곱하면 } ax^2 - 2ax - a > 0$$

$\textcircled{㉠}$ 과 일치하여야 하므로

$$b = -2a, \quad a^2 - 2 = -a$$

$$a^2 - 2 = -a \text{ 에서 } (a - 1)(a + 2) = 0$$

그런데, $a < 0$ 이므로 $a = -2, b = 4$

$$\therefore 2a - b = -8$$

22. 부등식 $\left| \frac{(1-a)x}{x^2+1} \right| < 1$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, a 의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 3$

② $a < -1$ 또는 $a > 3$

③ $-1 < a < 3$

④ $-1 \leq a \leq 3$

⑤ $-3 < a < 1$

해설

$$-1 < \frac{(1-a)x}{x^2+1} < 1$$

$$\Rightarrow \text{i) } -x^2 - 1 < (1-a)x,$$

$$\text{ii) } (1-a)x < x^2 + 1$$

$$\Rightarrow \text{i) } x^2 + (1-a)x + 1 > 0,$$

$$\text{ii) } x^2 + (a-1)x + 1 > 0$$

둘 모두 판별식이 0보다 작아야 한다.

$$D = (1-a)^2 - 4 < 0$$

$$D = (a-1)^2 - 4 < 0$$

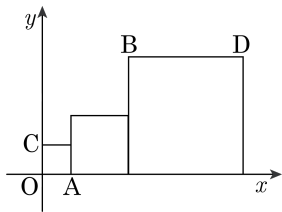
$$\Rightarrow (a-3)(a+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < a < 3$$

$$-1 < a < 3$$

$$\therefore -1 < a < 3$$

23. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?



- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 21

해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
 점 $A(4, 0)$ 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
 점 $B(9, 12)$
 즉, $B(9, 12)$
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

24. $\triangle ABC$ 의 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 10$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

그리고 빗변인 $\overline{BC}$ 의 중점인 M 은 직각삼각형의 외심이다.

$\therefore \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$

