1. □ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, 다음 두 조건을 동시에 만족하는 □ABCD 와 그 사각형의 각 변의 중점을 차례대로 이어 만든 사각형이 올바르게 짝지어진 것은?

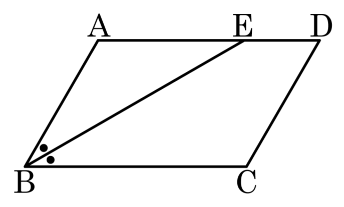
ㄱ. 점O 는 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 중점
ㄴ. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

① 마름모 - 직사각형
② 직사각형 - 정사각형
③ 등변사다리꼴 - 평행사변형
④ 평행사변형 - 마름모
⑤ 정사각형 - 정사각형

해설

1) 두 조건을 동시에 만족하는 사각형은 마름모이다.
2) 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이다.
따라서 옳게 짝지어진 것은 마름모-직사각형이다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\angle BED = 150^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하면?

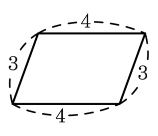


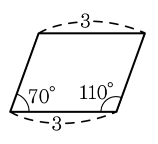
① 30° ② 45° ③ 60° ④ 120° ⑤ 150°

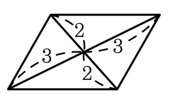
해설

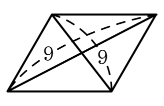
$\angle BED = 150^\circ$ $\angle AEB = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$
$\angle B = 60^\circ$ $\therefore \angle C = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

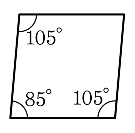
3. 다음 사각형 중 평행사변형인 것을 모두 구하면?

①


②


③


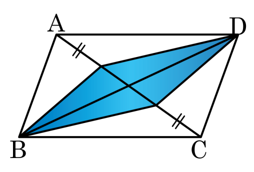
④


⑤


해설

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분 한다.

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 직사각형

④ 마름모　⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면

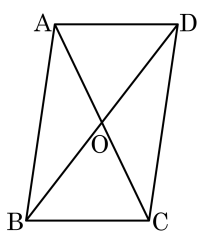
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.

그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

5. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle AOB$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



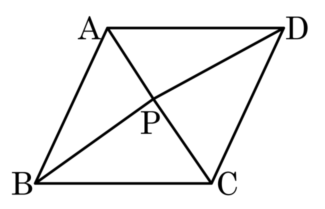
① 8　② 10　③ 12

④ 16　⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle OBC$ 의 넓이는 같으므로
$\triangle ABC = 2 \times \triangle AOB = 16$ 이다.

6. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 80cm^2이다. 대각선 BD 위의 한 점 P에 대하여 $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$일 때, $\triangle PBC$의 넓이는?



① 30cm^2 ② 20cm^2 ③ 15cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.
평행사변형 전체의 넓이가 80cm^2이므로 $\triangle PAD + \triangle PBC = 40\text{cm}^2$이다.
따라서 $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$이므로 $\triangle PBC = 40 - 15 = 25(\text{cm}^2)$이다.

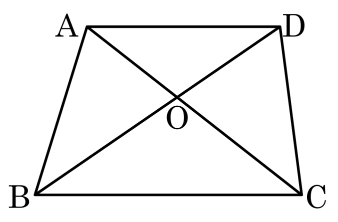
7. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

'대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.'

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형
② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모
③ 마름모, 정사각형
④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형
⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설
대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

8. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\triangle ABC = 50\text{cm}^2$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$ 이다. 이 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?

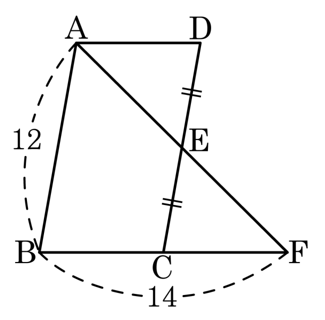


① 25cm^2　② 35cm^2　③ 45cm^2
④ 55cm^2　⑤ 65cm^2

해설

$\triangle ABC = \triangle DBC$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC$
$\therefore\ \triangle OBC = 50 - 15 = 35(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E , $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle\mathrm{ADE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}(\mathrm{SAS})$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}}$

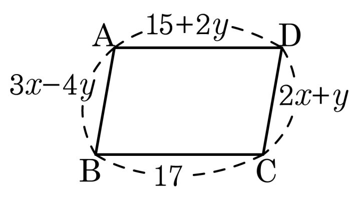
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{AD}}$

$2 \times \overline{\mathrm{BC}} = 14$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 7$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = 7$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

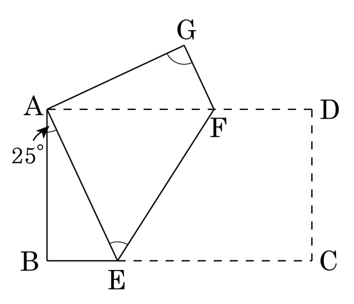


① $x=4,\ y=1$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=4,\ y=1$
④ $x=5,\ y=1$ ⑤ $x=5,\ y=2$

해설

$15+2y=17,\ 2y=2$
$\therefore y=1$
$3x-4=2x+1$
$\therefore x=5$

11. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C가 점 A에 오도록 $\overline{EF}$를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\angle BAE = 25°$일 때, $\angle AGF + \angle AEF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

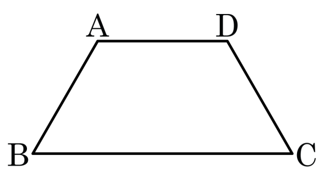
▷ 정답 : $147.5°$

해설

직사각형의 한 내각의 크기는 $90°$이므로
$\angle AGF = \angle D = 90°$(접은각)
$\triangle ABE$에서 $\angle B = 90°$이므로
$\angle AEB = 90° - 25° = 65°$
또한, $\angle AEF = \angle FEC$(접은각)

$\angle BEC$가 평각이므로
$\angle AEB + \angle AEF + \angle FEC = 180°$
$65° + 2\angle AEF = 180°$
$\therefore\ \angle AEF = 57.5°$
$\therefore\ \angle AGF + \angle AEF = 147.5°$

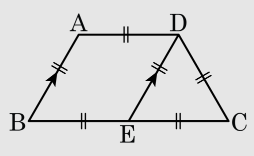
12. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$일 때, ∠B의 크기는?



① 45°　② 50°　③ 55°　④ 60°　⑤ 70°

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$
$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 ∠B = ∠DEC = 60°이다.

13. 다음 보기 중 두 대각선의 길이가 항상 같은 것은 모두 몇 개인가?

보기

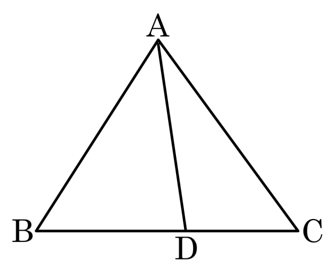
사각형, 사다리꼴, 등변사다리꼴,
평행사변형, 직사각형, 마름모,
정사각형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형 3 개이다.

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이가 70cm^2이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?

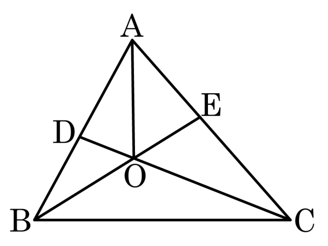


① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2
④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ADC$의 넓이는 $= 70 \times \dfrac{3}{4+3} = 30(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$ 이다. $\triangle EOC$ 의 넓이가 $8cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $28cm^2$
④ $32cm^2$ ⑤ $35cm^2$

해설

$\triangle EOC$ 와 $\triangle COB$ 에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$ 이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \dfrac{2}{2+3} = 8(cm^2)$

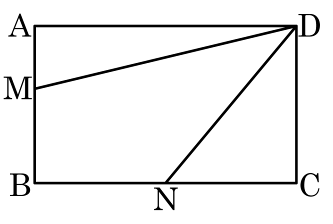
$\therefore \triangle CBE = 20(cm^2)$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle BCE$ 에서 높이는 같고 밑변은 $3 : 4$ 이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \dfrac{4}{3+4} = 20(cm^2)$

$\therefore \ \triangle ABC = 35cm^2$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 N 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AM}$: $\overline{MB} = 2:3$ 이다. $\square ABCD = 60cm^2$ 일 때, $\square MBND$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm^2

▷ 정답: 33 cm^2

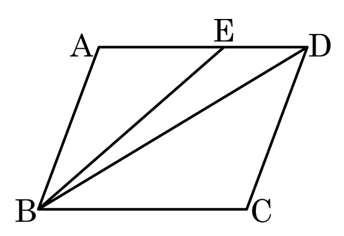
해설

$\triangle DMB = \frac{3}{5}\triangle ABD = \frac{3}{10}\square ABCD$

$\triangle DBN = \frac{1}{2}\triangle DBC = \frac{1}{4}\square ABCD$

$$\begin{aligned}\square MBND &= \triangle DMB + \triangle DBN \\ &= \frac{11}{20}\square ABCD \\ &= \frac{11}{20}\times 60 = 33(cm^2)\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 50cm^2 이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3:2$ 일 때, $\triangle\text{ABE}$ 의 넓이는?



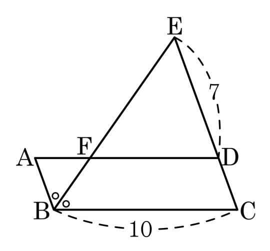
① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \frac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



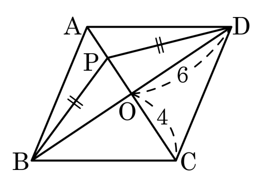
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} \,//\, \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD},\ \overline{CD} = 3$ 이다.

19. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)

$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고

$\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,

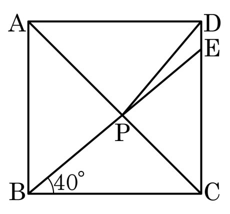
$\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)

따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.

따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle AOD = 90°$ 이므로

넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

20. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 40°$ 일 때, $\angle DPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad}°$

▷ 정답: $\underline{10}°$

해설

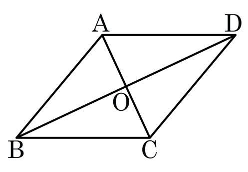
$\triangle BPC \equiv \triangle DPC$ 이므로

$\angle PDC = 40°$, $\angle BEC = 50°$ 이다.

$\angle DPE + \angle PDE = \angle BEC = 50°$ 이므로

$\angle DPE = 10°$ 이다.

21. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

㉡ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

㉢ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉣ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉤ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

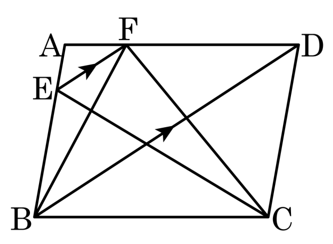
▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$ 이면 된다.

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BD} // \overline{EF}$ 일 때, 넓이가 다른 것을 골라라.



보기

㉠ $\triangle EBD$　㉡ $\triangle EBC$　㉢ $\triangle FDB$
㉣ $\triangle CFD$　㉤ $\triangle EFC$

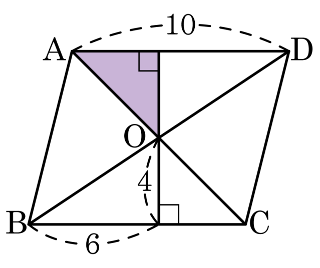
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$\overline{BD} // \overline{EF}$ 임을 이용해야 한다.
$\triangle EBD = \triangle EBC$, $\triangle EBD = \triangle FDB = \triangle CFD$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\angle OQC = 90^\circ$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

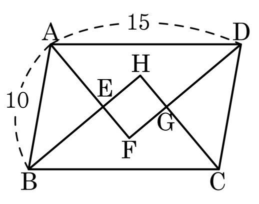
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD}$, $\overline{PD} = \overline{BQ} = 6$ 이므로 $\overline{AP} = 4$이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$이다.

24. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선으로 만들어진 □EFGH 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 10$, $\overline{\mathrm{AD}} = 15$, $\overline{\mathrm{EG}} = 5$ 일 때, $\overline{\mathrm{HF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, $\frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 90°$, $\frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = 90°$

$\angle AEB = \angle CGD = 90°$

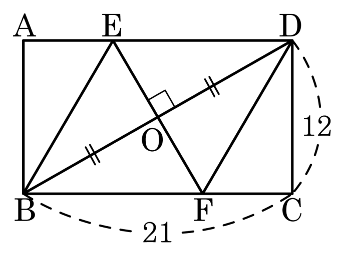
맞꼭지각으로 $\angle FEH = \angle FGH = 90°$

마찬가지의 방법으로 $\angle EHG = \angle EFG = 90°$

□EFGH 는 직사각형이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{EG}} = \overline{\mathrm{HF}} = 5$

25. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 하고, $\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$일 때, □EBFD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 168

해설

$\triangle OED \equiv \triangle OFB$ (ASA 합동)이므로 $\overline{OF} = \overline{OE}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 □EBFD는 마름모이다.

$\overline{BF} : \overline{FC} = 2 : 1$이므로 $\overline{BF} = 21 \times \frac{2}{3} = 14$이고,

$\overline{CD} = 12$이므로
넓이는 $14 \times 12 = 168$이다.