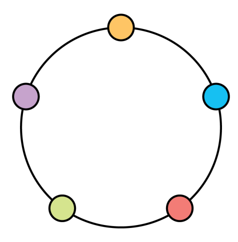
1. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 다섯 개의 점이 있다. 이 중 두 개의 점을 이어서 만들 수 있는 선분의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ________ 개

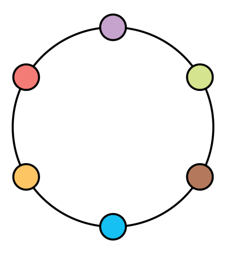
▷ 정답 : 10 개

해설

순서에 관계없이 두 개의 점을 선택하는 경우의 수를 구하면 된다.

$\frac{5\times4}{2} = 10$ (개)

2. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 여섯 개의 점이 있다. 이 중 두 개의 점을 이어서 만들 수 있는 선분의 개수는?



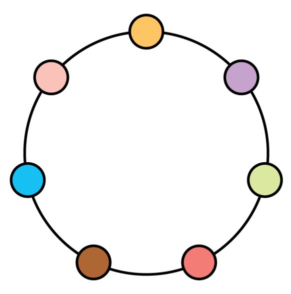
① 10 개 ② 12 개 ③ 15 개
④ 18 개 ⑤ 20 개

해설

순서에 관계없이 두 개의 점을 선택하는 경우의 수를 구하면 된다.

$\frac{6\times5}{2}=15$ (개)

3. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 7 개의 점이 있다. 이 중 두 개의 점을 이어서 만들 수 있는 선분의 개수를 구하여라.



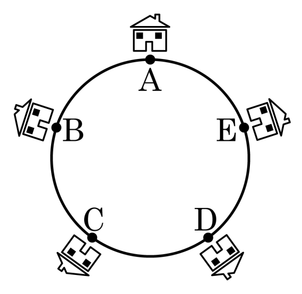
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 21 개

해설

$\frac{7 \times 6}{2} = 21$ (개)

4. 다음 그림과 같이 다섯 집이 원형으로 위치하고 있다. 각 집을 직선으로 잇는 길을 만든다고 할 때, 만들 수 있는 길의 개수는?

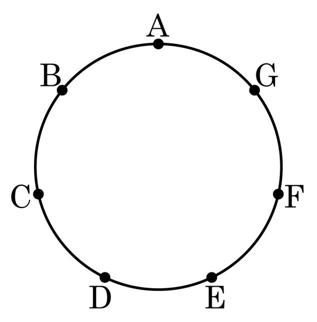


① 5개 ② 9개 ③ 10개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

A, B, C, D, E 의 5개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$(가지) 이다. 이 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 $\overline{\mathrm{BA}}$ 이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$(개) 이다.

5. 다음 그림과 같이 한 원 위에 7개의 점이 있다. 이들 중 두 점을 이어서 생기는 선분의 개수는?

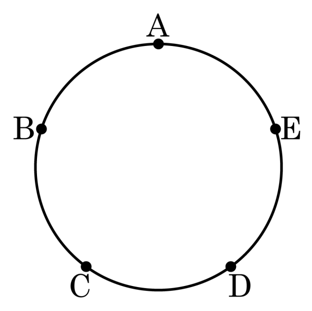


① 15개 ② 21개 ③ 22개 ④ 30개 ⑤ 42개

해설

A, B, C, D, E, F, G 의 7개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7\times6=42$가지이다. 이 때, $\overline{AB}$는 $\overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{7\times6}{2\times1}=21$(가지)이다.

6. 다음 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 이어 생기는 삼각형의 개수를 구하여라.



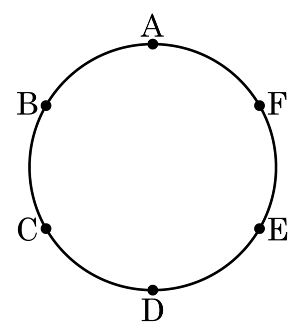
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10개

해설

5개의 점 중에서 3개의 점을 차례로 뽑는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$(가지)이다. 그런데 세 점 A, B, C 를 이어 생기는 $\triangle ABC$, $\triangle ACB$, $\triangle BAC$
$\triangle BCA$, $\triangle CAB$, $\triangle CBA$는 모두 같은 삼각형이다. 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 도형으로 간주하여 구하는 삼각형의 개수는 $\dfrac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$(개)이다.

7. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 6개의 점이 있다. 이 중에서 3개의 점을 이어 삼각형을 만들 때, 만들 수 있는 삼각형의 개수는?

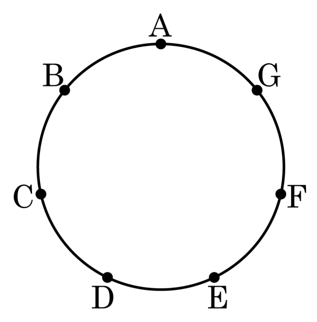


① 10개　② 15개　③ 18개　④ 20개　⑤ 30개

해설

6개의 점 중에서 3개의 점을 차례로 뽑는 경우의 수는 $6\times5\times4$(가지) 이다. 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$(개) 이다.

8. 다음 그림과 같이 원 위에 7명 A, B, C, D, E, F, G가 앉아 있을 때, 3명씩 조를 짜는 경우의 수를 구하여라.



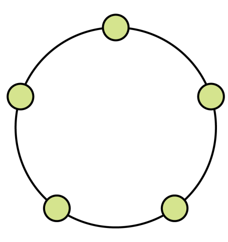
▶ 답: 가지

▷ 정답: 35가지

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7\times6\times5=210$가지이다. 세 명의 순서가 바뀌어도 조를 짜는 것은 같으므로 구하고자하는 경우의 수는 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$(가지)이다.

9. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 5 개의 점이 있다. 이 중 3 개의 점으로 이루어지는 삼각형의 갯수를 구하여라.



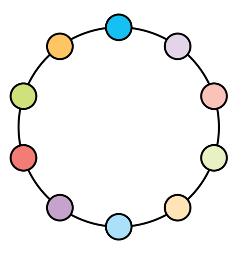
▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 10 개

해설

서로 다른 5 개의 점 중에서 3 개를 선택하는 경우의 수 : $5\times4\times3 = 60$ (개)
세 점을 고르는 것은 순서와 상관 없으므로
$3\times2\times1 = 6$ 으로 나누어 준다.
$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$ (개)

10. 다음 그림과 같이 원 위에 서로 다른 10개의 점이 있다. 이 중 3개의 점으로 이루어지는 삼각형의 경우의 수는?

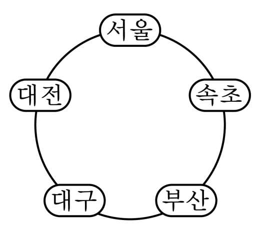


① 30가지　② 60가지　③ 120가지　④ 360가지　⑤ 720가지

해설

서로 다른 10개의 점 중에서 3개를 뽑아서 나열하는 경우의 수
: $10 \times 9 \times 8 = 720$ (가지)
세 점을 고르는 것은 순서와 상관 없으므로
$3 \times 2 \times 1 = 6$ 으로 나누어 준다.
$\dfrac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$ (가지)

11. 다음 그림과 같이 다섯 개의 도시를 원 모양으로 위치한 것이다. 각 도시를 직선으로 모두 잇는 길을 만들려고 할 때, 몇 개의 길을 만들어야 하는지 구하여라.

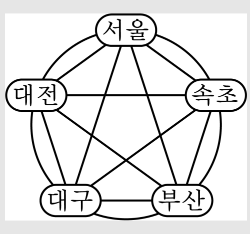


▶ 답: ______ 개

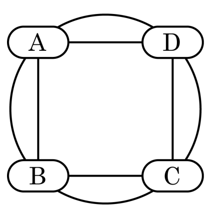
▷ 정답: 10 개

해설

이웃하는 도시끼리 잇는 길이 5 개, 이웃하지 않는 도시끼리 잇는 길이 5 개이므로 모두 10 개이다.



12. 다음 그림은 네 개의 도시를 원 모양으로 위치한 것이다. 각 도시를 직선으로 모두 잇는 길을 만들려고 할 때, 몇 개의 길을 만들어야 하는지 구하여라.

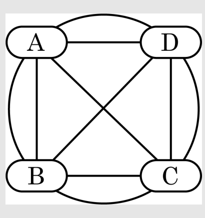


▶ 답 : ______ 개

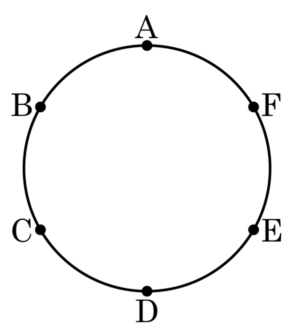
▷ 정답 : 6 개

해설

이웃하는 도시끼리 잇는 길이 4 개, 이웃하지 않는 도시끼리 잇는 길이 2 개이므로 모두 6 개이다.



13. 다음 그림과 같이 원 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있을 때, 2개의 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수를 m이라고 하고, 3개의 점을 연결하여 그릴 수 있는 삼각형의 개수를 n이라고 할 때, $n-m$의 값은?

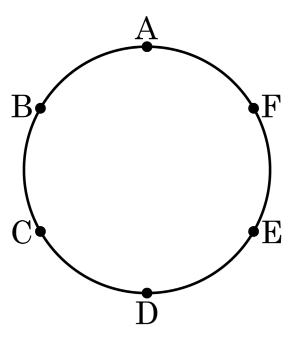


① 5　② 9　③ 10　④ 12　⑤ 16

해설

A, B, C, D, E, F 의 6개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $6\times5=30$(가지)이다. 이때, $\overline{AB}=\overline{BA}$이므로 구하는 선분의 개수는 $\frac{6\times5}{2\times1}=15$(개)이므로 $m=15$이다.
6개의 점 중에서 3개의 점을 차례로 뽑는 경우의 수는 $6\times5\times4=120$(가지)이다. 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$(개)이므로 $n=20$이다.
따라서 $n-m=20-15=5$이다.

14. 다음 그림과 같이 한 원 위에 6개의 마을이 있다. 각 마을을 연결하는 도로를 만든다고 할 때, 만들 수 있는 다리의 개수는?

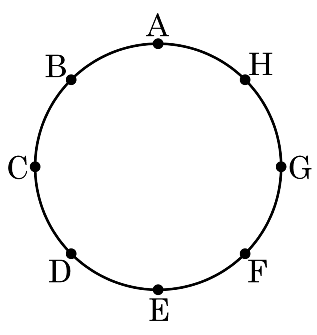


① 8개　② 10개　③ 12개　④ 15개　⑤ 20개

해설

A, B, C, D, E, F의 6개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $6 \times 5 = 30$(가지)이다. 이때, $\overline{AB}$는 $\overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$(개)이다.

15. 다음 그림과 같이 한 원 위에 8개의 점이 있다. 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분은 모두 몇 개인지 구하여라.



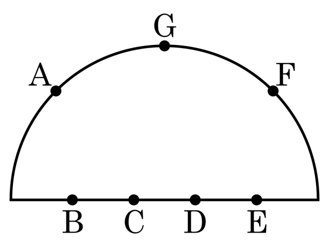
▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 28 개

해설

A, B, C, D, E, F, G, H의 8개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $8 \times 7 = 56$(가지)이다. 이 때, $\overline{AB} = \overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$(개)이다.

16. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



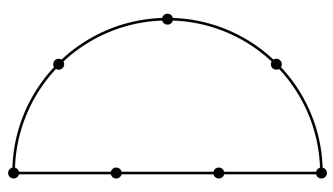
① 21개　　② 31개　　③ 35개

④ 150개　　⑤ 210개

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7\times6\times5$(가지)이다. 이 때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$(개)이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7개의 점 중에 3개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E중에 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.
따라서 $\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}-\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=35-4=31$(가지)이다.

17. 다음 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 두 점을 이어 생기는 서로 다른 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 16 개

해설

7개의 문자에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7\times6=42$(개)이다. 그런데 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BA}$ 는 같은 선분이므로 $\frac{7\times6}{2\times1}=21$(개)이다. 여기서 반원의 지름 위에 있는 네 개의 점은 같은 직선을 만든다. 따라서 서로 다른 직선의 개수는 다음과 같다.

$\frac{7\times6}{2\times1}-\frac{4\times3}{2\times1}+1=16$(개)

18. 길이가 5cm, 6cm, 7cm, 9cm, 10cm, 11cm 인 선분 6 개가 있다. 이 선분 중 3 개를 골라 이를 세 변으로 하는 삼각형을 만들 때의 모든 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 19 가지

해설

6 개의 선분 중에 순서를 고려하지 않고 3 개를 뽑으면 삼각형을 이룰 수 있다. 이 때, 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 11) 의 경우에만 삼각형을 이루지 못한다. 그러므로 전체 경우의 수에서 1 가지 경우를 빼 주면 된다. 따라서 삼각형을 만들 때의 모든 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} - 1 = 19$(가지) 이다.

19. 길이가 1cm, 3cm, 5cm, 7cm, 9cm 인 선분 5개가 있다. 이 선분 중 3개를 골라 삼각형을 만들 때, 서로 다른 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

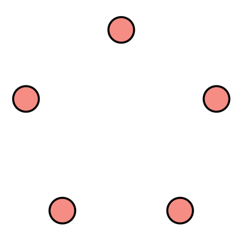
해설

가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로

(3, 5, 7), (3, 7, 9), (5, 7, 9)

따라서 서로 다른 삼각형은 모두 3개이다.

20. 다음 그림과 같이 정오각형의 꼭짓점을 이루는 5 개의 점들이 있다. 이들 중에서 어느 3 개의 점을 이어 만든 삼각형은 모두 몇 개인가?

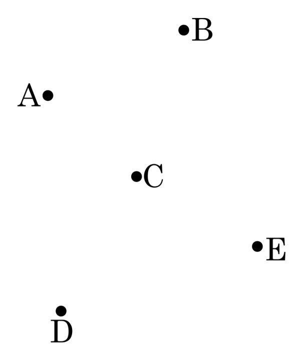


① 6 개　② 8 개　③ 10 개　④ 12 개　⑤ 15 개

해설

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$ (개)

21. 다음 그림과 같이 세 점이 한 직선위에 있지 않는 5 개의 점 중 서로 다른 두 점을 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

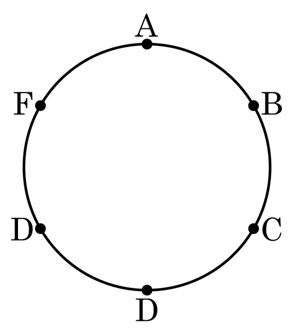
▷ 정답 : 10 개

해설

점 두 개를 임의로 뽑은 뒤, 반복해서 뽑은 경우의 수로 나눈다. 예를 들어 점 A 와 점 B 를 뽑아서 연결했을 때, 선분 AB 와 선분 BA 는 같은 것으로 중복된다.

따라서 $\frac{5\times4}{2} = 10$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 한 원의 둘레 에 점 A, B, C, D, E, F 가 있다. 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 20 개

해설

우선 임의로 세 점 A, B, C 를 뽑아 삼각형을 만들면 △ABC, △ACB, △BAC, △BCA, △CAB, △CBA 와 같이 6 개의 중복된 삼각형이 만들어 진다. 따라서 점 3 개씩 뽑는 경우의 수를 구한 후 6 으로 나눠 준다.

$6 \times 5 \times 4 \times \frac{1}{6} = 20$

23. 승진이네 학교 2 학년은 모두 8 반이 있다. 반에서 한 명씩 대표가 나와 다른 반 대표와 한 번씩 씨름을 하려고 한다. 씨름은 모두 몇 번해야 하는지 구하여라.

▶ 답: 번

▷ 정답: 28 번

해설

$\frac{8\times 7}{2} = 28$ (번)

24. 5 명의 사람이 있을 때, 한 사람이 다른 사람과 모두 한 번씩 악수를 한다면, 악수하는 횟수는 모두 몇 번인지 구하여라.

▶ 답: 번

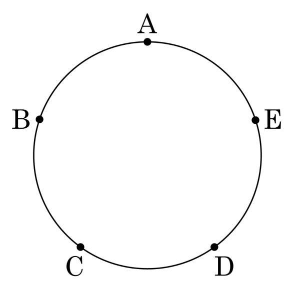
▷ 정답: 10 번

해설

두 사람이 악수를 하고 뽑는 순서는 관계없으므로,

$\frac{5 \times 4}{2} = 10$ (번)

25. 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 두 점을 이어서 그릴 수있는 선분의 개수를 a개, 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 b개라 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 직선위에 있지 않은 5개의 점 중에서 두 점을 이어서 그릴 수 있는 선분의 개수는

$\frac{5\times4}{2}=10$(개)

$\therefore\ a=10$

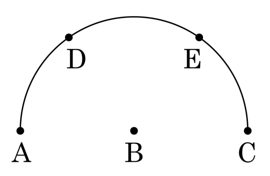
한 직선위에 있지 않는 5개의 점 중에서
세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(개)

$\therefore\ b=10$

$\therefore\ a-b=0$

26. 다음 그림과 같이 반원 위에 5개의 점이 있다. 이 중 세 점을 이어 만들어지는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9개

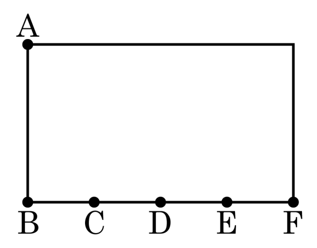
해설

5개의 점 중에서 세 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(개)

이 때, 한 직선 위에 있는 점 A, B, C로 이루어 지는 삼각형은 없다.

따라서 구하는 삼각형의 개수는 $10-1=9$(개)

27. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형이 모두 몇 가지인가?

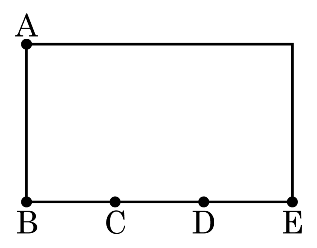


① 5 가지　② 9 가지　③ 10 가지　④ 20 가지　⑤ 30 가지

해설

6개의 점 A, B, C, D, E, F로 만들 수 있는 삼각형의 개수에서 점 A를 제외하면 나머지 점들로 삼각형을 만들 수 없으므로 점 A와 B, C, D, E, F에서 점 2개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있다.
따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$(가지) 이다.

28. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 5개의 점이 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



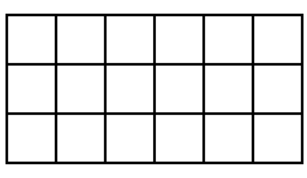
▶ 답: ________ 개

▷ 정답: 6개

해설

점 A와 점 B, C, D, E 중 2개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있으므로 삼각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$(개)이다.

29. 다음 그림에서 직사각형은 모두 몇 개를 만들 수 있는가?



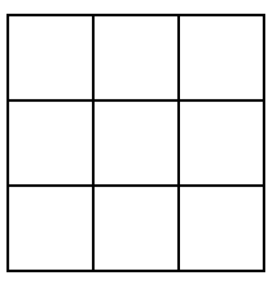
① 18개　　② 48개　　③ 60개

④ 126개　　⑤ 240개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 7개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 126$(개)이다.

30. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?

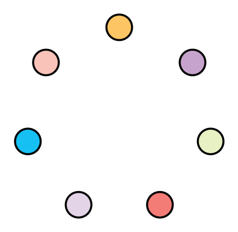


① 12개　② 24개　③ 36개　④ 48개　⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2 개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2}\times\frac{4\times3}{2}=6\times6=36$(개) 이다.

31. 다음 그림과 같이 정칠각형의 꼭짓점을 이루는 7 개의 점들이 있다. 이들 중에서 어느 3 개의 점을 이어 만든 삼각형은 모두 몇 개인지 구하여라.



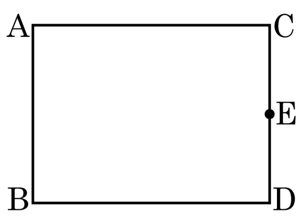
▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 35 개

해설

$$\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35 \text{ (개)}$$

32. 다음 그림과 같은 직사각형 위의 점 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형은 모두 몇 개인가?



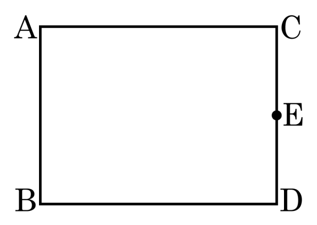
▶ 답: 개

▷ 정답: 9개

해설

삼각형의 세 꼭짓점이 될 수 있는 경우를 나열해 보면
(A, B, C) , (A, B, D), (A, B, E) , (A, C, D) ,
(A, C, E) , (A, D, E) ,(B, C, D) , (B, C, E) ,
(B, E, D)
$\therefore$ 9가지

33. 다음 그림과 같은 직사각형 위의 점 중 두 점을 이어 만들 수 있는 선분은 모두 몇 개인지 구하여라.



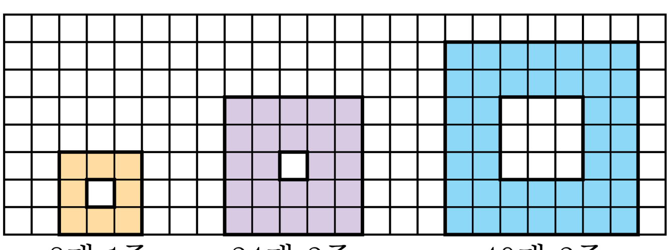
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 10 개

해설

두 점을 이어서 선분을 만들 수 있는 경우를 나열해 보면,
(A, B) , (A, C) , (A, D) , (A, E) , (B, C),
(B, D) , (B, E) , (C, D) , (C, E) , (E, D)
∴ 10가지

34. 한 칸의 길이가 1 인 모눈종이 위에 다음과 같은 방법으로 색칠하여 한가운데가 비어있는 정사각형 모양을 만들 수 있다.



8개 1중　　24개 2중　　40개 2중

이와 같은 방법으로 400 개의 모눈에 색칠하여 5 중의 한가운데가 비어있는 정사각형 모양을 만들 때, 가장 바깥쪽의 한 변의 정사각형의 개수와 가장 안쪽의 한 변의 정사각형의 개수의 차를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

<8 개 1 중> 의 경우, 색칠된 정사각형의 개수 $8 = 3\times3-1\times1 = 3^2-(3-2\times1)^2$

<24 개 2 중> 의 경우, 색칠된 정사각형의 개수 $24 = 5\times5-1\times1 = 5^2-(5-2\times2)^2$

<40 개 2 중> 의 경우, 색칠된 정사각형의 개수 $40 = 7\times7-3\times3 = 7^2-(7-2\times2)^2$

$\cdots$

따라서, 가장 바깥쪽 한 변의 정사각형의 개수가 n 개이고, m 중의 한가운데가 비어있는 정사각형 모양의 색칠된 정사각형의 개수

$n\times n-(n-2m)\times(n-2m) = n^2-(n^2-4nm+4m^2) = 4m(n-m)$

400 개의 모눈에 색칠하여 5중의 한가운데가 비어있는 정사각형 모양을 만들 때,

$400 = 4\times5(n-5)$

$\therefore n = 25$ (개)

가장 바깥쪽 한 변의 정사각형의 개수가 25 개이고 5 중일 때, (25 개→23 개→21 개→19 개→17 개) 이므로

가장 안쪽 한 변의 정사각형의 개수는 17 개이다.

$\therefore 25-17 = 8$ (개)

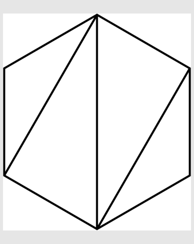
35. 정육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어 4 개의 삼각형을 만들려고 한다. 이러한 방법 중 2 쌍의 삼각형이 합동인 경우의 수를 구하여라

▶ 답 : ________ 가지

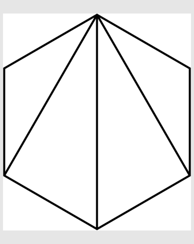
▷ 정답 : 12 가지

해설

육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어서 2 쌍의 삼각형이 합동인 4 개의 삼각형으로 나누는 방법은 두 가지가 있다.



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$ (가지) 이다.

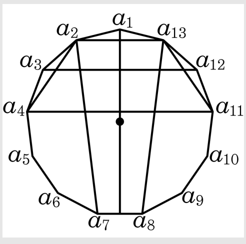
36. 정십삼각형의 꼭짓점을 이어서 만들 수 있는 사다리꼴은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿ 가지

▷ 정답 : 195 가지

해설

다음 그림과 같이 정 13 각형의 외접원을 그리고 정십삼각형의 꼭짓점을 차례로 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{13}$ 이라 하자.



a_1 을 지나는 외접원의 지름에 대하여 대칭인 사다리꼴의 수는 a_2, a_3, $\cdots$, a_7 중에서 2 개의 꼭짓점을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{6 \times 5}{2} = 15$ (가지)

이때, 각각의 꼭짓점에 대하여 같은 방법으로 생각하면
구하는 사다리꼴의 수는 $15 \times 13 = 195$ (가지) 이다.

37. x의 값이 $x = a,\ b,\ c$이고, y의 값이 $y = 1, 2, 3, 4$인 함수 f에서 $f(b) = 2$인 경우는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 16 가지

해설

$f(b) = 2$일 때, $a,\ c$의 함숫값은 각각 4가지씩 있으므로 $4 \times 4 = 16$(가지)이다.

38. x 의 값은 $x = a,\ b,\ c$ 이고 y 의 값은 $y = 1, 2, 3, 4$ 인 함수 f 에서 $f(a) = 3$ 인 경우는 모두 몇 가지인가?

① 12 가지 ② 13 가지 ③ 14 가지
④ 15 가지 ⑤ 16 가지

해설

$f(a) = 3$ 일 때, $b,\ c$ 의 함숫값은 각각 4 가지씩 있으므로 $4 \times 4 = 16$(가지) 이다.

39. $a=1,\ 2,\ 3$이고, $b=4,\ 5,\ 6,\ 7$일 때, a의 값을 x좌표, b의 값을 y좌표로 하는 순서쌍은 모두 몇 개인가?

① 4개　② 8개　③ 12개　④ 16개　⑤ 20개

해설

$a=1$인 경우 만들 수 있는 순서쌍은 4개이다.
a의 값은 3개이므로, 모든 경우의 수는 $3\times4=12$(가지)
$\therefore$ 12개

40. 주사위를 3 회 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, 두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = bx + c$ 가 한 점에서 만날 수 있는 경우의 수를 모두 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 180 가지

해설

주사위를 3 회 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, (a, b, c) 의 경우의 수는 $6 \times 6 \times 6 = 216$ (가지) 이다.

(1) $y = ax + b$ 와 $y = bx + c$ 가 일치할 조건은 $a = b = c$ 이다. 따라서 6 가지

(2) $y = ax + b$ 와 $y = bx + c$ 가 평행할 조건은 $a = b \neq c$ 이다. 따라서 $6 \times 5 = 30$ (가지)

(3) $y = ax + b$ 와 $y = bx + c$ 가 한 점에서 만날 조건은 전체 경우의 수에서 일치할 경우의 수와 평행할 경우의 수를 빼면 된다.

$\therefore$ $216 - (6 + 30) = 180$ (가지) 이다.

41. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 방정식 $ax - b = 0$ 의 해가 1 이 되는 경우의 수는?

① 1 가지　② 2 가지　③ 3 가지
④ 4 가지　⑤ 6 가지

해설

$x = 1$ 을 방정식에 대입하면 $a - b = 0$, $a = b$ 이므로 두 주사위의 눈이 같게 나올 경우의 수와 같다. 따라서 $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$ 의 6 가지

42. 서로 다른 주사위 A, B 를 던져서 A 에서 나온 눈의 수를 x, B 에서 나온 눈의 수를 y라 할 때, $3x+y<8$ 이 성립하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 5가지

해설

$y<8-3x$ 에서
$x=1$ 이면 $y<5$, 즉 $y=1,\ 2,\ 3,\ 4$
$x=2$ 이면 $y<2$, 즉 $y=1$
$\therefore (x,y)=(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (2,1)$
$\therefore$ 5 가지

43. 주사위 한 개를 연속으로 두 번 던질 때, 처음 나온 수를 x, 두 번째 나온 눈의 수를 y 라고 할 때, $2x+4y=12$ 가 되는 경우의 수를 구하면?

① 2가지 ② 3가지 ③ 4가지
④ 5가지 ⑤ 6가지

해설
$x=6-2y$ 이므로 x, y의 순서쌍은 $(4, 1), (2, 2)$
$\therefore$ 2가지

44. 주사위 한 개를 두 번 던져서 처음 나온 수를 x, 나중에 나온 수를 y 라고 할 때, $3x+2y=15$가 되는 경우의 수를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$3x+2y=15$를 만족하는 1부터 6까지의 자연수 해는 $(1,6)$, $(3,3)$

$\therefore$ 2가지

45. 주사위를 2 회 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 직선 $ax+by-4=0$과 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 $\frac{4}{5}$가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 2 가지

해설

직선 $ax+by-4=0$의 x절편은 $\frac{4}{a}$, y절편은 $\frac{4}{b}$이다.
직선과 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\frac{4}{a}\times\frac{4}{b}=\frac{4}{5}$, $ab=10$
$ab=10$인 경우는 $(2,\ 5)$, $(5,\ 2)$이므로
구하는 경우의 수는 2 (가지)이다.

46. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 두 직선 $y = ax$ 와 $y = -x + b$ 의 교점의 x 좌표가 2가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 2가지

해설

교점의 x 좌표는 연립방정식의 해 $ax = -x + b$ 에서 $x = 2$ 이므로
$2a = -2 + b$, $b = 2a + 2$
a, b 의 순서쌍 $(1, 4)$, $(2, 6)$
$\therefore$ 2가지

47. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 두 직선 $3x+ay+1=0$, $(b+1)x+4y+1=0$ 이 평행하게 될 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 3가지

해설

두 직선이 평행하다면 $\frac{3}{b+1}=\frac{a}{4}\neq 1$ 가 되는데 이 식을 정리하면 $a\times(b+1)=12$, $a\neq 4$, $b\neq 2$ 이다. 이렇게 되는 $(a,\ b)$는 $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(6,\ 1)$로 3가지이다.

48. $a = -2, -1, 0, 1$이고, $b = -1, 2, 3$일 때, a의 값을 x좌표, b의 값을 y좌표로 하는 순서쌍은 모두 m개이고, 이 중 제2사분면에 위치한 순서쌍은 n개이다. 이때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

a의 값을 x 좌표, b의 값을 y 좌표로 하는 모든 순서쌍은
$(-2,\ -1), (-2,\ 2), (-2,\ 3), (-1,\ -1), (-1,\ 2), (-1,\ 3), (0,\ -1),$
$(0,\ 2), (0,\ 3), (1,\ -1), (1,\ 2), (1,\ 3)$의 12 개
$\therefore\ m = 12$
순서쌍 중 제 2 사분면에 위치한 순서쌍은
$(-2,\ 2), (-2,\ 3), (-1,\ 2), (-1,\ 3)$의 4 개
$\therefore\ n = 4$
$\therefore\ m + n = 16$

49. 좌표평면 위에서 x좌표의 값이 $-2, -1, 0, 1$이고, y좌표의 값이 $-1, 2, 3$일 때, 점(x, y)가 제3사분면에 존재하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2가지

해설

제3사분면에 존재하는 점(x, y)는

$x < 0,\ y < 0$이므로

x : $-2, -1$의 2가지 ⋯㉠

y : -1의 1가지 ⋯㉡

$\therefore\ 2 \times 1 = 2$(가지)

50. 직선 $y=\frac{b}{a}x+4$ 가 있다. 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라고 한다.
서로 다른 직선은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23 개

해설

서로 다른 직선이 나오려면 각 미지수 앞의 계수의 비가 달라야 한다.
즉, 겹쳐지는 경우를 살펴보면 다음과 같다.

(1) $\frac{b}{a}$ 가 1 인 경우 : (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

(2) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{3}$ 인 경우 : (6, 2)

(3) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{1}{2}$ 인 경우 : (4, 2), (6, 3)

(4) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{3}{2}$ 인 경우 : (4, 6)

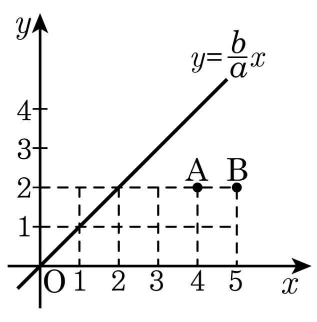
(5) $\frac{b}{a}$ 가 $\frac{2}{3}$ 인 경우 : (6, 4)

(6) $\frac{b}{a}$ 가 2 인 경우 : (2, 4), (3, 6)

(7) $\frac{b}{a}$ 가 3 인 경우 : (2, 6)

총 36 가지에서 위의 반복되는 13 가지를 뺀 23 가지가 서로 다른 직선이 된다.

51. 다음 그림과 같이 두 점 A(4, 2), B(5, 2) 와 직선 $y=\frac{b}{a}x$ 가 있다. 주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라고 할 때, 직선 $y=\frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ 가지

▷ 정답 : 32 가지

해설

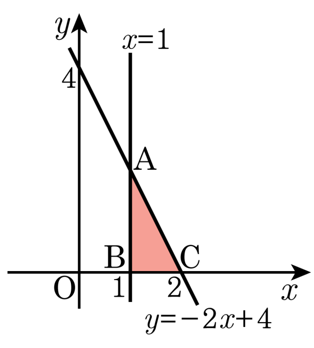
A(4, 2), B(5, 2) 의 각 점을 $y=\frac{b}{a}x$ 에 각각 대입을 하면 선분 AB 와 만나는 경우는 $\frac{2}{5} \le \frac{b}{a} \le \frac{1}{2}$ 을 만족해야 한다.

따라서 (a, b) 의 경우의 수는

(2, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 3) 으로 4 가지이다.

따라서 직선 $y=\frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수는 전체 36 가지에서 4 가지를 제외한 32 가지이다.

52. 다음 그림의 색칠한 부분의 삼각형 ABC는 $y=-2x+4$, $x=1$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형이다. 이때, 주사위를 두 번 던져서 처음에 나온 눈의 수를 p, 두 번째에 나온 눈의 수를 q로 하여 만든 일차함수 $y=\frac{p}{q}x$가 $\triangle ABC$와 만나기 위한 경우의 수를 구하여라.



▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 30가지

해설

점 A의 좌표는 (1, 2)

$y=\frac{p}{q}x$가 점 A를 지날 때 $\frac{p}{q}=2$이므로

$0 \le \frac{p}{q} \le 2$

$p>2q$인 경우는 (5, 2), (6, 2), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1)의 6가지이므로

조건을 만족하는 (p, q)의 개수는 $36-6=30$(가지)

53. 동전을 6회 던져서 n회째 동전이 앞면이면 $X_n = 1$이라 하고, 뒷면이면 $X_n = -1$ 이라고 하자. $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ $(1 \le n \le 6)$이라고 할 때, $S_2 \ne 0$이고, $S_6 = 2$일 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

$S_6 = 2$일 때 앞면은 네 번, 뒷면은 두 번 나와야 하고, $S_2 \ne 0$ 이므로 처음 두 번은 (앞, 앞) 또는 (뒤, 뒤) 여야 한다.
처음 두 번 모두 앞면이 나오는 경우 :
$\dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 6$(가지)
처음 두 번이 모두 뒷면이 나오는 경우 : 1(가지)
$\therefore\ 6 + 1 = 7$(가지)

54. 모든 자연수 n에 대하여 함수 $f(n)$을 $f(n) = (n$의 각 자리의 수의 곱$)$으로 정의한다. 예를 들면, $f(47) = 4 \times 7 = 28$이다. 일의 자리가 0이 아닌 두 자리의 자연수 a, b, c가 $f(a) + f(b) + f(c) = 6$을 만족할 때, 세 수 a, b, c의 곱 abc의 값은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 11 가지

해설

합이 6인 세 수는 $(1,\ 2,\ 3)$, $(1,\ 1,\ 4)$, $(2,\ 2,\ 2)$의 세 가지 경우뿐이다.

(1) 각 자리 수의 곱이 1인 두 자리 수는 11, 2인 수는 12, 21, 3인 수는 13, 31이므로
$(1, 2, 3)$인 경우 abc의 경우의 수는 $1 \times 2 \times 2 = 4$(가지)

(2) 각 자리 수의 곱이 4인 두 자리 수는 14, 41, 22의 세 가지이므로
$(1,\ 1,\ 4)$인 경우 abc의 경우의 수는 $1 \times 1 \times 3 = 3$(가지)

(3) $(2, 2, 2)$인 경우 세수의 곱 abc는
$(12 \times 12 \times 12)$, $(12 \times 12 \times 21)$, $(12 \times 21 \times 21)$, $(21 \times 21 \times 21)$의 4(가지)

$\therefore\ 4 + 3 + 4 = 11$ (가지)

55. 한 개의 주사위를 네 번 던져서 나타나는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d 라고 할 때, $(a-b)(b-c)(c-d)=0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 546 가지

해설

(1) $(a-b)$, $(b-c)$, $(c-d)$ 중 하나만 0 인 경우 :
예를 들어 $a=b$, $b\neq c$, $c\neq d$ 의 경우 $6\times1\times5\times5=150$ (가지) 이므로
$3\times150=450$ (가지)

(2) $(a-b)$, $(b-c)$, $(c-d)$ 중 두 개가 0 인 경우 :
예를 들어 $a=b=c\neq d$ 인 경우 $6\times1\times1\times5=30$ (가지) 이므로
$3\times30=90$ (가지)

(3) $(a-b)$, $(b-c)$, $(c-d)$ 모두 0 인 경우 :
즉 $a=b=c=d$ 인 경우 6 가지

$\therefore$ $450+90+6=546$ (가지)

56. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음 나온 수를 x, 나중에 나온 눈의 수를 y라고 할 때, $\frac{2y}{x} < 1$ 이 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

$\frac{2y}{x} < 1, 2y < x$ 를 만족하는 $(x,\ y)$ 는

$(3,\ 1), (4,\ 1), (5,\ 1), (6,\ 1), (5,\ 2), (6,\ 2)$

$\therefore$ 6 가지

57. 각 면에 0, 1, 2, 3, 4, 5 가 적힌 정육면체와 각 면에 1, 2, 3, 4 가 적힌 정사면체를 동시에 던질 때, 정육면체의 윗면에 나온 눈의 수를 x, 정사면체의 바닥에 깔린 수를 y 라 한다. 이 때, $(x-2)(y-2)>0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 8 가지

해설

i) $x>2$, $y>2$ 가 나올 경우의 수는

$3\times 2=6$ (가지)

ii) $x<2$, $y<2$ 가 나올 경우의 수는

$2\times 1=2$ (가지)

$\therefore$ $6+2=8$ (가지)

58. 두 사람이 가위바위보를 할 때, 비기는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 3 가지

해설

(가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보) 의 3가지이다.

59. A, B 두 사람이 가위, 바위, 보를 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

① 2 가지 ② 3 가지 ③ 6 가지
④ 9 가지 ⑤ 12 가지

해설
A 가 낼 수 있는 것은 가위, 바위, 보의 3 가지이고, B 가 낼 수 있는 것도 마찬가지로 3 가지이다. 그러므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ (가지) 이다.

60. 다음 중 그 사건이 일어날 경우의 수가 가장 작은 것은?

① 주사위 한 개를 던질 때, 3 이하의 눈이 나온다.
② 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 2이다.
③ 두 사람이 가위, 바위, 보를 하여 비긴다.
④ 동전 두 개를 동시에 던질 때, 서로 다른 면이 나온다.
⑤ 동전 한 개와 주사위 한 개를 던질 때, 앞면과 짝수가 나온다.

해설
① 3 가지
② 1 가지
③ 3 가지
④ 2 가지
⑤ 3 가지

61. A, B, C 세 사람이 가위, 바위, 보를 할 때, 세 사람이 모두 서로 다른 것을 내는 경우의 수는?

① 6 가지　② 9 가지　③ 12 가지
④ 21 가지　⑤ 27 가지

해설

A 가 낼 수 있는 경우는 3 가지, B 가 낼 수 있는 경우는 2 가지, C 가 낼 수 있는 경우는 1 가지이므로 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다.

62. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 27 가지

해설

$3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)

63. 다음 [보기] 중에서 경우의 수가 다른 것은 어느 것인가?

보기

㉠ 라면, 쫄면, 떡볶이 중 한가지를 주문하는 경우의 수

㉡ 한 개의 주사위를 던질 때, 소수의 눈이 나오는 경우의 수

㉢ 크기가 다른 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 앞면이 하나 나올 경우의 수

㉣ 두 사람이 가위, 바위, 보를 할 때, 승부가 나지 않을 경우의 수

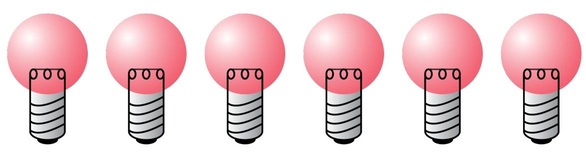
㉤ 0, 1, 2 가 적힌 3 장의 카드로 만들 수 있는 두 자리 정수의 경우의 수

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉣　⑤ ㉤

해설

㉠ : 3 가지
㉡ : 3 가지
㉢ : 3 가지
㉣ : 3 가지
㉤ : 4 가지

64. 다음 그림과 같은 전구에 불을 켜서 신호를 보내려고 한다. 각각의 전구에 불을 켜거나 꺼서 만들 수 있는 신호는 모두 몇 가지인가?



▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 64 가지

해설

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ (가지)

65. 1 에서 9 까지의 숫자가 적힌 아홉 장의 카드에서 동시에 두 장의 카드를 뽑아 각각의 카드에 적힌 수를 곱했을 때, 짝수가 되는 경우의 수는?

① 6 가지 ② 12 가지 ③ 20 가지
④ 26 가지 ⑤ 32 가지

해설

곱한 수가 홀수가 되는 경우는 홀수끼리 곱한 경우밖에 없으므로 전체 경우의 수에서 홀수가 나오는 경우의 수를 빼 주면 된다.

$\therefore \dfrac{9\times 8}{2}-\dfrac{5\times 4}{2}=26$(가지)

66. 9개의 귤을 세 개의 바구니에 나누어 담는 방법의 경우의 수를 구하여라. (단, 각 바구니에 적어도 한 개씩은 넣는다.)

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

$(1, 1, 7)$, $(1, 2, 6)$, $(1, 3, 5)$, $(1, 4, 4)$, $(2, 2, 5)$, $(2, 3, 4)$, $(3, 3, 3)$

$\therefore$ 7가지

67. 서로 다른 알파벳 $a,\ b,\ c,\ d$를 사전식으로 배열하였을 때, 20번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $dacb$

해설

$a\ \square\ \square\ \square$의 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)
$b\ \square\ \square\ \square$의 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)
$c\ \square\ \square\ \square$의 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)

그 다음 19번째의 수 부터는
$dabc,\ dacb,\ \cdots$ 이므로
20번째 단어는 $dacb$이다.

68. 1, 2, 3, 4, 5 의 숫자가 각각 적혀 있는 5 장의 카드를 사용하여 다섯 자리 의 정수를 만들 때, 작은 수부터 71 번째 수의 각 자리 의 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35412

해설

$1\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

$2\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

$3\square\square\square\square$의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

만의 자리의 숫자가 1, 2, 3 인 수는 72 가지 이다.

이 때, 3 으로 시작하여 가장 큰 수는 35421 이므로 71 번째 수는 35412 이다.