1. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개) 이다.

2. 두 수 84, 120 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84 와 120 의 최대공약수는 12 이고, 12 의 약수는 모두 6 개 이므로 84, 120 의 공약수의 개수는 12 개이다.

3. 다음 중 6 의 배수이면서 동시에 8 의 배수가 되는 수는?

① 2 의 배수 ② 4 의 배수 ③ 12 의 배수

④ 24 의 배수 ⑤ 48 의 배수

해설

6 의 배수이면서 동시에 8 의 배수가 되는 수는 6 와 8 의 공배수이고 6 와 8 의 최소공배수는 24 이다.

4. 두 자연수의 최대공약수가 5 , 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

5. $\frac{n}{20}$, $\frac{n}{30}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 수는?

① 10 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 20 과 30 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
n 의 값 중 가장 작은 수는 60 이다.

6. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

7. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r|l} 2 & 360 \\ \hline 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$\therefore\ 3 + 2 + 1 = 6$

8. 49의 소인수와 42의 소인수를 모두 구한 것은?

① $2,\ 3,\ 7$ ② $2,\ 3,\ 7^2$ ③ $7^2,\ 21$

④ $2,\ 7,\ 21$ ⑤ $6,\ 7$

해설

$49 = 7^2$ 이므로 49의 소인수는 7,

$42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로 42의 소인수는 $2,\ 3,\ 7$이다.

따라서 두 수의 소인수를 모두 구하면, $2,\ 3,\ 7$이다.

9. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

10. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 1$, $b = 2$

11. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$

따라서 $x = 2$ 이다.

12. 우리 반 수학 선생님은 18 일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27 일에 한 번씩 쪽지 시험을 친다. 오늘 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후 다시 쪽지 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는가?

① 9 일 후 ② 45 일 후 ③ 54 일 후

④ 124 일 후 ⑤ 162 일 후

해설

18 일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27 일마다 한 번씩 쪽지시험을 친다고 하였으므로 18 과 27 의 최소공배수인 54 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

13. 다음 중 3의 배수인 것은?

① 124 ② 263 ③ 772 ④ 305 ⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $2+7+3=12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

14. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\dfrac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \dfrac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

15. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.

㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.

㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, a, b, $a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

16. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$ 이고, 두 번째 작은 자연수는
$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

17. 자연수 288 의 약수의 개수와 자연수 $4\times3\times7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로
약수의 개수는 $(5+1)\times(2+1) = 18$ (개)
$4\times3\times7^a = 2^2\times3\times7^a$ 이므로
약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)\times(a+1) = 6\times(a+1)$ (개)
$6\times(a+1) = 18$ 이므로
$a+1 = 3$
$\therefore\ a = 2$

18. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
$13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
$2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

19. 세 수 $30, 60, 80$ 의 공약수 중에서 소수의 합은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 17

해설

$30, 60, 80$ 의 최대공약수 : 10
공약수 중 소수 : $2, 5$
(소수의 합)$= 2 + 5 = 7$

20. 세 수 140, 28, 100 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7$ ② $2^2 \times 5^2$ ③ $2 \times 5 \times 7^2$

④ $2^3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7$

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $28 = 2^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 이다.

21. $2^2 \times 3 \times 5,\ 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

22. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1=24$, $37-1=36$, $61-1=60$ 의 공약수이다.
따라서 구하고자 하는 수는 $24, 36, 60$ 의 최대공약수의 약수와 같다.

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 24 & 36 & 60 \\ \hline 2 & 12 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 15 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 $1, 2, 3, 4, 6, 12$ 가 될 수 있다.

23. 톱니의 수가 12 개, 20 개, 24 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 차례로 맞물려 있다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 다시 처음의 위치로 돌아오려면 A는 최소한 몇 번 회전하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 10번

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $20 = 2^2 \times 5$, $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 세 수의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ 이다.

A 의 회전수는 $\frac{120}{12} = 10$ (번) 이다.

$\therefore$ 10 번

24. 세 자연수 $4, 5, 6$ 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 60 ② 61 ③ 62 ④ 63 ⑤ 64

해설

$4, 5, 6$ 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는
$60 + 3 = 63$ 이다.

25. 자연수 A 와 27 의 최대공약수는 9 이고, 최소공배수는 108일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$\begin{array}{r|ll} 9 & A & 27 \\ \hline & a & 3 \end{array}$$

A 와 27 의 최소공배수가 108 이므로

$9 \times a \times 3 = a \times 27 = 108$

$a = 108 \div 27 = 4$

$\therefore\ A = 4 \times 9 = 36$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$A \times 27 = 9 \times 108$

$\therefore\ A = 9 \times 108 \div 27 = 36$