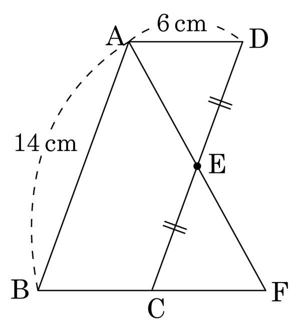
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{AE}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



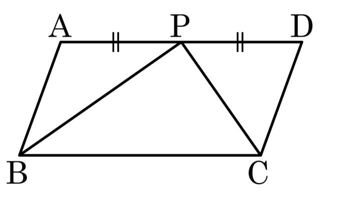
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
$\overline{ED} = \overline{EC}$
$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)
$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC} = 6\,\mathrm{cm}$
평행사변형이므로 $\overline{BC} = \overline{AD} = 6\,\mathrm{cm}$
$\therefore \overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 6 + 6 = 12(\,\mathrm{cm})$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?

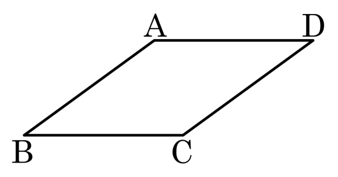


① $60°$ ② $75°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PD}$
$\angle ABP = \angle APB, \angle DPC = \angle DCP$
$\angle A + \angle D = 180°$ 이므로
$2\angle APB + 2\angle DPC = 180°$
$\therefore \angle APB + \angle DPC = 90°$
$\angle BPC = 180° - (\angle APB + \angle DPC)$
$= 180° - 90° = 90°$

3. 다음 그림의 $\square$ABCD 는 평행사변형이다. $\angle$A 와 $\angle$D 의 크기의 비가 $4 : 1$ 일 때, $\angle$B 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 36°

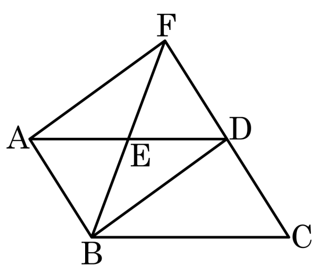
해설

$\angle A : \angle D = 4 : 1$

$\angle D = 180° \times \frac{1}{5} = 36°$

$\therefore\ \angle B = \angle D = 36°$

4. 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $60\,\mathrm{cm}^2$ 이고 점F는 $\overline{\mathrm{CD}}$의 연장선 위에 있다. $\triangle\mathrm{ABE} = 16\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{AEF}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

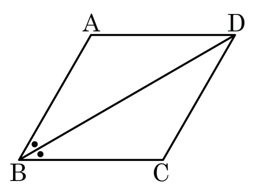
▷ 정답: 14 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{FAB}$ 와 $\triangle\mathrm{DAB}$ 의 넓이는 같다 즉, $\triangle\mathrm{FAB} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = 30\,\mathrm{cm}^2$

이때, $\triangle\mathrm{ABE} = 16\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\triangle\mathrm{AEF} = 30 - 16 = 14(\,\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 그림에서 사각형ABCD 가 평행사변형이고,
$\angle ABD = \angle DBC$ 일 때, 사각형ABCD 에 해당하는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

② 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

③ 정사각형이 된다.

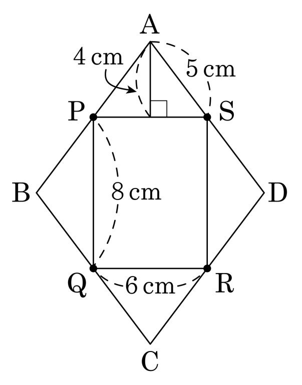
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle DBC = \angle ADB$ 이고, $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로
$\angle ABD = \angle BDC$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AD}$
$\triangle CBD$ 도 이등변삼각형이므로
$\overline{BC} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$
그러므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
따라서 마름모에 관한 ①, ⑤ 설명이 옳다.

6. 다음과 같은 마름모 ABCD의 각 변의 중점을 P, Q, R, S이라 할 때, □PQRS의 둘레의 길이를 구하여라.



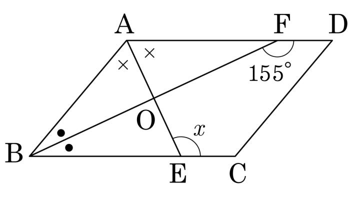
▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이 된다.
직사각형은 마주보는 변의 길이가 같으므로
□PQRS의 둘레의 길이는 $2(8+6)=28(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 O 라 하자 $\angle BFD = 155°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

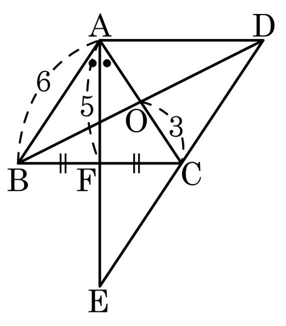
▷ 정답 : $115\underline{°}$

해설

$\overline{AE}$ 에 의하여 이등분되는
$\angle A$ 를 $\angle DAE = \angle BAE = a$ 라 하고
$\overline{BF}$ 에 의하여 이등분되는
$\angle B$ 를 $\angle ABF = \angle EBF = b$ 라 하면
평행사변형에서 이웃하는 각의 크기의 합이 $180°$ 이므로
$2a + 2b = 180°$
$a + b = 90°$

$\angle AFB = 180° - 155° = 25°$ 이고 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 엇각의 성질에 의하여 $b = 25°$
$a + b = 90°$ 이므로 $a + 25° = 90°$
$\therefore\ a = 65°$
$\triangle ABE$ 에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으므로 $a + 2b = \angle x$
$\therefore\ \angle x = 65° + 50° = 115°$

8. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?

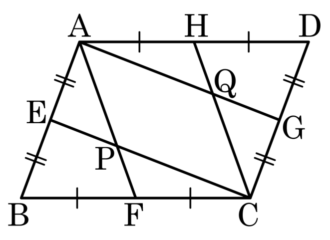


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6+6+5+5=22$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

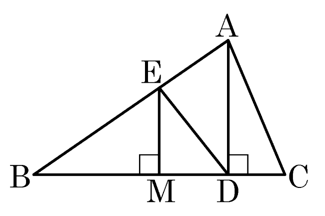
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} /\!/ \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} /\!/ \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} /\!/ \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

10. 다음 그림에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{EM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $60cm^2$ 일 때, $\square AEDC$ 의 넓이는?

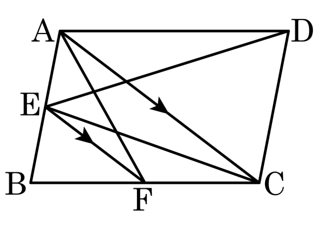


① $20cm^2$
② $25cm^2$
③ $30cm^2$
④ $35cm^2$
⑤ $40cm^2$

해설

$\overline{EM}$ 과 $\overline{AD}$ 가 모두 $\overline{BC}$ 에 수직이므로 $\overline{EM} \mathbin{/\!/} \overline{AD}$
따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED = \triangle AMD$ 이다.
$\square AEDC = \triangle AED + \triangle ADC = \triangle AMD + \triangle ADC = \triangle AMC$
$\therefore \square AEDC = \frac{1}{2} \triangle ABC = 30cm^2$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$ 이고 $\triangle AED$ 의 넓이가 $20cm^2$ 일 때, $\triangle ACF$ 의 넓이는?



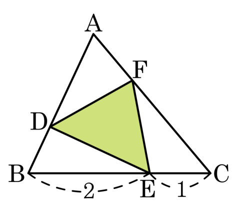
① $16cm^2$　② $18cm^2$　③ $20cm^2$

④ $22cm^2$　⑤ $24cm^2$

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle AED = \triangle ACE$ 이다.
$\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle ACF = \triangle ACE$ 이다.
$\therefore\ \triangle ACF = 20(cm^2)$

12. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 2 : 1 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{32}{9}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{46}{9}\,\mathrm{cm}^2$
④ $6\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

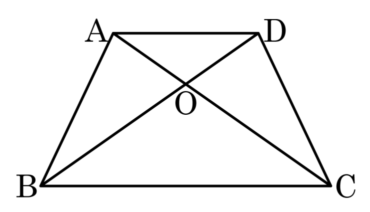
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\mathrm{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\mathrm{cm}^2$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 2\overline{DO}$ 이다. $\triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



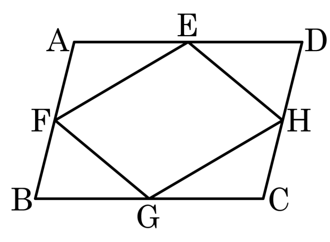
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답: $36\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle DOC$ 와 $\triangle OBC$ 는 높이가 같으므로, $\triangle DOC : \triangle OBC = 1 : 2 = 12\text{cm}^2 : \triangle OBC$ 이다. $\therefore \triangle OBC = 24\text{cm}^2$
$\overline{AD}//\overline{BC}$ 이므로, $\triangle ABC = \triangle DBC$ 이고 $\triangle ABO = \triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 이다.
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC = 12 + 24 = 36\text{cm}^2$

14. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄷ에 들어갈 것으로 옳은 것을 차례로 나열한 것은?



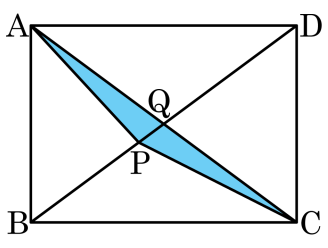
△AEH 와 △CGF 에서
$\boxed{\quad ㄱ \quad} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{CF} \cdots$ ㉠
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG} \cdots$ ㉡
□ABCD 는 평행사변형이므로
$\angle HAE = \boxed{\quad ㄴ \quad} \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 △AEH ≡ △CGF (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{EH} = \overline{FG} \cdots$ ㉣
△EBF 와 △GDH 에서도 같은 방법으로하면
△EBF ≡ △GDH 이므로
$\therefore \overline{EF} = \boxed{\quad ㄷ \quad} \cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의하여 □EFGH는 평행사변형이다.

① $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{HG}$
② $\overline{AH}, \angle CFG, \overline{HG}$
③ $\overline{AD}, \angle FGC, \overline{CD}$
④ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{HG}$
⑤ $\overline{AH}, \angle FCG, \overline{GD}$

해설

$\overline{AH} = \overline{CF}$ 이고, $\angle HAE = \angle FCG$ 이다. $\triangle EBF \equiv \triangle GDH$ 이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle$PCD, $\triangle$BCP 의 넓이는 각각 10cm^2, 6cm^2 가 된다. 이 때, $\triangle$PAC 의 넓이를 구하여라.



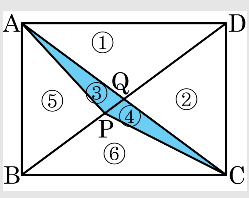
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 4 cm^2

해설

$\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{ACD} = \triangle\text{APD} + \triangle\text{BPC}$ 이므로

각각의 넓이를 다음과 같이 나타낼 때,



① + ② = ① + ③ + ⑥ 에서

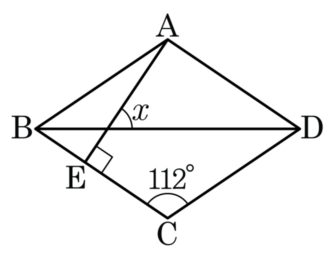
② = ③ + ⑥ 이다.

② = $\triangle$DPC − ④ 라 하면

$\triangle$DPC − ④ = ③ + ⑥ 이므로

③ + ④ = $\triangle$DPC − ⑥ = 10 − 6 = 4 (cm^2)

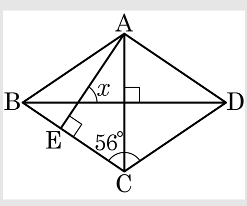
16. 아래 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AE}\perp\overline{BC}$ 이고 $\angle C = 112°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 56°

해설

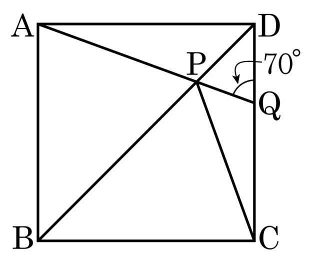


그림에서 $\angle ACD = \frac{1}{2}\angle BCD = 56°$

따라서 $\triangle AEC$ 에서 $\angle EAC = 90° - 56° = 34°$

$\therefore\ \angle x = 90° - 34° = 56°$

17. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle AQD = 70°$ 일 때, $\angle PCD$ 의 크기를 구하여라.



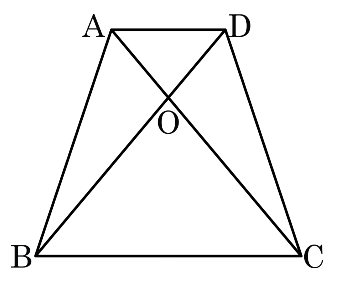
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 20°

해설

$\triangle DPA \equiv \triangle DPC$ (SAS합동)
$\angle AQD = 70°$ 이므로
$\angle DAP = 20°$ $\therefore \angle PCD = 20°$

18. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOD = 16\,\mathrm{cm}^2$이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 4 : 7$일 때, $\square ABCD$의 넓이로 알맞은 것은?



① $100\,\mathrm{cm}^2$ ② $107\,\mathrm{cm}^2$ ③ $114\,\mathrm{cm}^2$
④ $121\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $128\,\mathrm{cm}^2$

해설

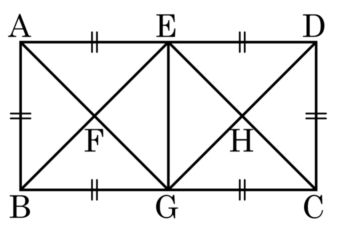
$\triangle DOC = \frac{7}{4} \times 16 = 28\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$이므로

$\triangle OBC = \frac{7}{4} \times 28 = 49\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 16 + 28 \times 2 + 49 = 121\ (\mathrm{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, G 라고 할 때, 다음과 같이 연결하여 나온 □EFGH 의 넓이를 구하여라.



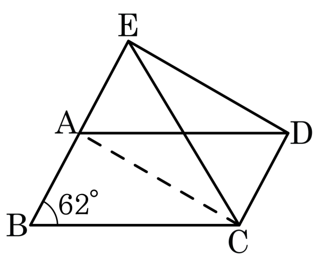
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{8\,\text{cm}^2}$

해설

□ABGE 와 □EGCD 는 각각 정사각형이다.
정사각형의 두 대각선은 그 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이 등분하므로
□EFGH 는 정사각형이다.
$\square\text{EFGH} = \frac{1}{4}\square\text{ABCD} = \frac{1}{4} \times (8 \times 4) = 8(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 대각선 AC 와 평행하며 꼭짓점 D 를 지나는 직선과 변 AB 의 연장선이 만나는 점을 E 라고 하였다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이고, $\angle ABC = 62°$ 일 때, $\angle BEC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad °}$

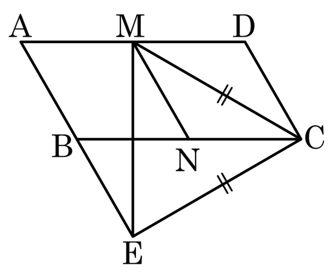
▷ 정답 : $59°$

해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{ED}$, $\overline{AE} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 사각형 ACDE 는 평행사변형이다.
$\overline{EA} = \overline{DC} = \overline{AB}$
$\overline{BE} = 2\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 삼각형 BCE 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle BEC &= \frac{1}{2}(180° - \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 62°) \\ &= 59° \end{aligned}$$

21. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 이고, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 연장선과 꼭짓점 C 에서 내린 수선과의 교점을 E 라고 한다. $\overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\angle\mathrm{AEM} = a$ 일 때, $\angle\mathrm{EBN}$ 의 크기를 a 로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2a$

해설

점 N 은 직각삼각형 BCE 의 외심이므로

$\overline{\mathrm{BN}} = \overline{\mathrm{EN}} = \overline{\mathrm{CN}}$

$\overline{\mathrm{AM}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BN}}$, $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BN}}$ 이므로, $\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{MN}}$

$\overline{\mathrm{AE}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{MN}}$ 이므로 $\angle\mathrm{AEM} = \angle\mathrm{NME} = a$ (엇각)

$\overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{BN}} = \overline{\mathrm{EN}}$ 이므로 $\angle\mathrm{NEM} = \angle\mathrm{NME} = a$

$\therefore\ \angle\mathrm{NEA} = 2a$

$\overline{\mathrm{BN}} = \overline{\mathrm{EN}}$ 이므로 $\angle\mathrm{EBN} = \angle\mathrm{NEA} = 2a$

따라서 $\angle\mathrm{EBN} = 2a$ 이다.