

1. $(3x - a)^2 = 9x^2 + 24x + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 18

해설

$$(3x)^2 - 2 \times 3x \times a + (-a)^2 = 9x^2 - 6ax + a^2 \text{ 이므로}$$

$$-6a = 24, \quad a = -4$$

$$b = a^2 = 16$$

$$\therefore a + b = (-4) + 16 = 12$$

2. $(x+3)(x-2) + (x-3)(x+5)$ 를 간단히 하면?

① $x^2 + 3x - 21$ ② $x^2 + 6x - 15$ ③ $2x^2 + 3x - 15$

④ $2x^2 + 3x - 21$ ⑤ $2x^2 + 6x - 6$

해설

$$\begin{aligned} & (x+3)(x-2) + (x-3)(x+5) \\ &= x^2 + x - 6 + x^2 + 2x - 15 \\ &= 2x^2 + 3x - 21 \end{aligned}$$

3. 다음은 곱셈 공식 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 을 이용하여 $(2x+y-3)^2$ 을 전개한 것이다. () 안을 알맞게 채운 것은?

$$\begin{aligned} 2x+y &= A \text{로 놓으면, 주어진 식은} \\ (2x+y-3)^2 &= (A-3)^2 = (\textcircled{\hspace{1cm}}) - 6A + 9 \\ \text{이제 } A \text{ 대신에 } 2x+y \text{를 대입하면} \\ (\text{준식}) &= (\textcircled{\hspace{1cm}}) - 6(2x+y) + 9 \\ &= 4x^2 + (\textcircled{\hspace{1cm}}) + y^2 - 12x - 6y + 9 \end{aligned}$$

- ① $\textcircled{\hspace{1cm}} A^2$

② $\textcircled{\hspace{1cm}} A^3$

③ $\textcircled{\hspace{1cm}} (x+y)^2$

④ $\textcircled{\hspace{1cm}} (x+2y)^3$

⑤ $\textcircled{\hspace{1cm}} 3xy$

해설

$$\begin{aligned} 2x+y &= A \text{로 놓으면, 주어진 식은} \\ (2x+y-3)^2 &= (A-3)^2 \\ &= A^2 - 6A + 9 \\ \text{이제 } A \text{ 대신에 } 2x+y \text{를 대입하면} \\ &= (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 9 \\ &= 4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 9 \\ \therefore \textcircled{\hspace{1cm}} &= A^2, \quad \textcircled{\hspace{1cm}} = (2x+y)^2, \quad \textcircled{\hspace{1cm}} = 4xy \end{aligned}$$

4. $x - y = 5$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, xy 의 값은?

① -5

② -8

③ -10

④ -12

⑤ -14

해설

$$(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$$

$$25 + 2xy = 9$$

$$2xy = -16$$

$$\therefore xy = -8$$

5. 다음 중 완전제곱식이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $x^2 - 12x + 48$	㉡ $x^2 + 8x + 16$
㉢ $x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}$	㉣ $x^2 + 14xy + 45y^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉡ $(x + 4)^2$

㉢ $\left(x + \frac{1}{5}\right)^2$

6. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 안에 알맞은 수를 넣을 때,
안의 수가 가장 큰 것은?

① $x^2 - 12x + \square$

② $4x^2 - \square x + 25$

③ $9x^2 + \square x + 1$

④ $x^2 + 18x + \square$

⑤ $x^2 - \square x + 100$

해설

① $\square = \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 36$

② $\square = 2 \times 2 \times 5 = 20$

③ $\square = 2 \times 3 \times 1 = 6$

④ $\square = \left(\frac{18}{2}\right)^2 = 81$

⑤ $\square = 2 \times 10 = 20$

7. $x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$ 을 인수분해하면?

① $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

② $\left(x + \frac{1}{6}\right)(x + 1)$

③ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

④ $(x - 1)\left(x - \frac{1}{6}\right)$

⑤ $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$

해설

$a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{3}$ 라 하면 $a + b = -\frac{5}{6}$, $ab = \frac{1}{6}$ 이므로

$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$ 이 성립한다.

8. $(x-2y)(x-2y-3)-10$ 을 인수분해하면
 $(x-2y+m)(x-2y+n)$ 일 때, mn 의 값은?

① -10 ② 3 ③ 10 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x-2y &= t \text{ 라 하면,} \\t(t-3)-10 &= t^2-3t-10 \\&= (t-5)(t+2) \\&= (x-2y-5)(x-2y+2) \\\therefore m &= -5, n = 2 \\\therefore mn &= -10\end{aligned}$$

9. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 15

④ 17

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^8-1)(x^8+1) \\ &= x^{16}-1 \\ & x^a + b = x^{16}-1 \text{ 이므로 } a=16, b=-1 \\ & \therefore a-b=17 \end{aligned}$$

10. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-7)(5x+a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 -30 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$(x-7)(5x+a) = 5x^2 + (a-35)x - 7a$$

x 의 계수가 -30 이므로

$$a-35 = -30$$

$$\therefore a = 5$$

11. $0 < x < 7$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$ 를 간단히 하면?

① $-2x + 3$

② $2x + 1$

③ $-2x - 5$

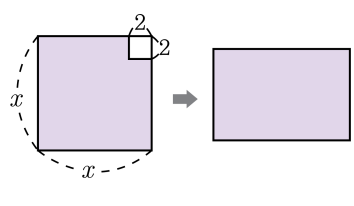
④ $3x - 1$

⑤ $-3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25} \\ &= \sqrt{(x - 8)^2} - \sqrt{(x + 5)^2} \\ &= |x - 8| - |x + 5| \\ &= -x + 8 - x - 5 = -2x + 3 \end{aligned}$$

12. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 2인 정사각형을 넓이를 뺀다. 이때, 이 넓이를 직사각형으로 나타냈을 때, 직사각형의 가로와 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

▷ 정답 : $x - 2$

해설

두 넓이를 빼면 $x^2 - 4$ 이므로 $(x + 2)(x - 2)$

13. $6x^2+7x+2$ 을 인수분해하면, $(ax+b)(cx+d)$ 가 된다. $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$6x^2+7x+2=(3x+2)(2x+1)$$

$$\therefore a+b+c+d=8$$

14. 두 다항식 $2x^2 + 3xy - 2y^2$, $4x^2 + 5xy + ay^2$ 의 공통인 인수가 $x + by$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ -3 ④ -4 ⑤ -8

해설

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 = (2x - y)(x + 2y)$$

공통인 인수가 $x + by$ 이므로 $b = 2$

$$4x^2 + 5xy + ay^2 = (x + 2y)(4x + cy) \text{ 에서}$$

$$8 + c = 5, \quad c = -3$$

$$a = 2c = -6$$

$$\therefore a - b = -8$$

15. $(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)-10$ 을 인수분해하면?

① $(x^2-1)(x^2-6)$

② $(x^2+1)(x^2-6)$

③ $(x^2-1)(x^2+6)$

④ $(x^2+1)(x^2+6)$

⑤ $(x^2-1)(x^2-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2-4)-10 &= x^4-5x^2+4-10 \\ &= x^4-5x^2-6 \\ &= (x^2+1)(x^2-6)\end{aligned}$$

16. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

17. $a = 1 + \sqrt{2}$, $b = 1 - \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

① $-4\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$ab = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

$$a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$$

$$a - b = (1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} &= \frac{b^2 - a^2}{ab} = \frac{-(a+b)(a-b)}{ab} \\ &= \frac{-2 \times 2\sqrt{2}}{-1} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$

19. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

20. $[a, b, c] = (a-b)(a-c)$ 라 할 때, $[a, b, c] - [b, a, c]$ 를 인수분해하면, $(xa + yb + zc)(pa + qb + rc)$ 이다. 이 때, $x + y + z + p + q + r$ 의 값은?

① -1

② 3

③ 0

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a-b)(a-c) - (b-a)(b-c) \\ &= (a-b)(a-c) + (a-b)(b-c) \\ &= (a-b)\{(a-c) + (b-c)\} \\ &= (a-b)(a+b-2c) \\ \therefore x+y+z+p+q+r \\ &= 1 + (-1) + 0 + 1 + 1 + (-2) = 0 \end{aligned}$$

21. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

22. $(x^3 + ax^2 - x + 5)(2x^3 - x^2 + x + b)$ 를 전개하였을 때, x^3 의 계수는 4, x 의 계수는 9 가 되는 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

주어진 식에서 x^3 항은

$$bx^3 + ax^3 + x^3 + 10x^3 = (a + b + 11)x^3$$

$$\text{즉, } a + b + 11 = 4 \quad \therefore a + b = -7 \cdots \textcircled{7}$$

x 항은 $-bx + 5x = (5 - b)x$

$$\text{즉, } 5 - b = 9 \quad \therefore b = -4 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{8}$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면 $a = -3$

따라서 $\frac{a}{b} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ 이다.

23. $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x + y)^{100}(x - y)^{102}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (x + y)^{100}(x - y)^{100}(x - y)^2 \\ &= (x^2 - y^2)^{100}(x - y)^2\end{aligned}$$

에서 $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 를 대입하면

$$(\text{주어진 식}) = (-1)^{100} \times 2^2 = 4$$

24. 양수 a, b, c 에 대하여 $A = a + b + ab, B = b + c + bc, C = c + a + ca$ 이고, $A + B + C = 33, A - B + C = -1, A + B - C = 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 8$

해설

$$\begin{cases} A + B + C = 33 & \cdots \textcircled{㉠} \\ A - B + C = -1 & \cdots \textcircled{㉡} \\ A + B - C = 11 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } 2B = 34$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2C = 22$$

$$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{ 에서 } 2A = 10$$

$$\therefore A = 5, B = 17, C = 11 \text{ 이므로}$$

$$5 = a + b + ab \text{ 에서 } (a + 1)(b + 1) = 6$$

$$17 = b + c + bc \text{ 에서 } (b + 1)(c + 1) = 18$$

$$11 = c + a + ca \text{ 에서 } (c + 1)(a + 1) = 12$$

세 식을 모두 곱하면

$$\{(a + 1)(b + 1)(c + 1)\}^2 = 6 \times 18 \times 12$$

$$\therefore (a + 1)(b + 1)(c + 1) = 36$$

$$c + 1 = 6, c = 5$$

$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$b + 1 = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

25. $a-b=3ab$ 일 때, $\frac{3a^2b-3ab^2-7a^2b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$, $a \neq b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{ab(3a-3b-7ab)}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab\{3(a-b)-7ab\}}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab(9ab-7ab)}{(3ab)^2} \\&= \frac{2a^2b^2}{9a^2b^2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$