

1. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{PA}$ 는 원 O 의 접선)

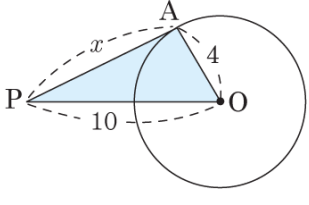
① $5\sqrt{3}$

② $3\sqrt{13}$

③ $4\sqrt{21}$

④ $4\sqrt{23}$

⑤ $9\sqrt{3}$



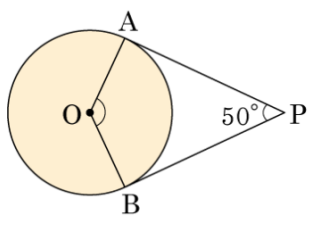
해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로

$$10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$$

따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 50^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는?

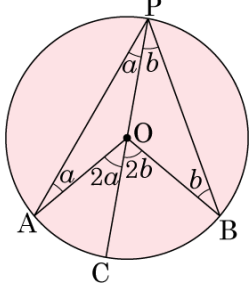


- ① 90° ② 100° ③ 120° ④ 130° ⑤ 150°

해설

$$\angle AOB = 360^\circ - 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

3. 다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.



$$\begin{aligned}\angle APB &= \angle APC + \text{} \\ &= \frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\text{} \\ &= \frac{1}{2}\text{}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BPC$

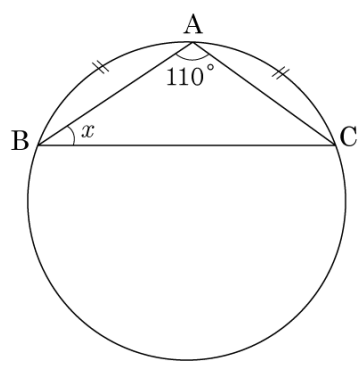
▷ 정답 : $\angle BOC$

▷ 정답 : $\angle AOB$

해설

한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이다

4. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $\angle BAC = 110^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?

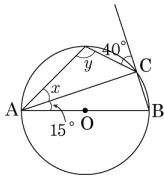


- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

호의 길이가 같으므로
 $\angle ABC = \angle ACB$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 답 ▶ ○ —

▷ 정답 : $\angle x = 25^\circ$

▷ 정답 : $\angle y = 105^\circ$

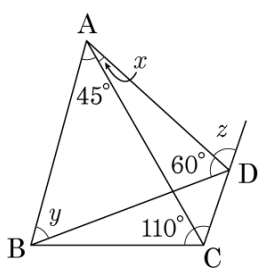
해설

$$\angle x + 15^\circ = 40^\circ \therefore \angle x = 25^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - (15^\circ + 90^\circ) = 75^\circ$$

$\angle y + \angle B = 180^\circ$ 이므로 $\angle y = 105^\circ$ 이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 때,
 $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 값은?

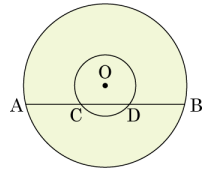


- ① 150° ② 140° ③ 130° ④ 120° ⑤ 110°

해설

$$\begin{aligned} x &= 180^\circ - (110^\circ + 45^\circ) = 25^\circ \\ y &= 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ + 25^\circ) = 50^\circ \\ z &= y + \angle DBC = y + x = 75^\circ \\ \therefore x + y + z &= 150^\circ \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 중심이 점 O 이고 반지름의 길이가 다른 두 개의 원이 있다. $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

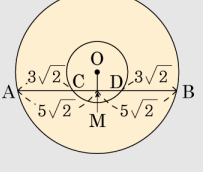


- ① $5\sqrt{2}\text{cm}$ ② $4\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $2\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{2}\text{cm}$

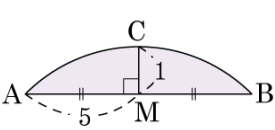
해설

$$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{MA} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5\sqrt{2}(\text{cm}),$$

$$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$



8. 다음 그림에서 원의 반지름의 길이는?



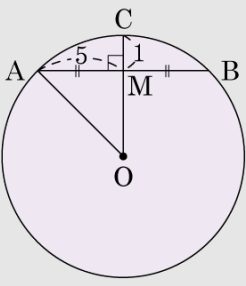
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ 13 ⑤ 7

해설

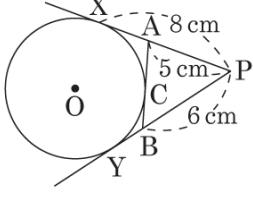
반지름을 x 라 하면

$$\overline{OM} = x - 1, x^2 = (x - 1)^2 + 5^2 \quad \therefore$$

$$x = 13$$



9. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 는 각각 점 X, Y 에서 접하는 원 O 의 접선이고, 원 위의 점 C 를 접점으로 하는 원 O 의 접선과 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 와의 교점을 각각 A, B 라 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : 5 cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overrightarrow{PX} = \overrightarrow{PY}$, $\overline{AX} = \overline{AC}$, $\overline{BY} = \overline{BC}$ 이므로

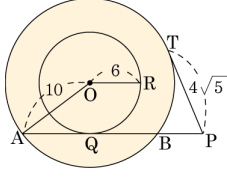
$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AX} = \overline{BY}$

$\overline{AX} = \overline{PX} - \overline{PA} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

$\overline{BY} = \overline{PY} - \overline{PB} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$

$\overline{AB} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이가 각각 6cm, 10cm 이고 점 Q, T 는 작은 원과 큰 원의 접점이다. 이 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?

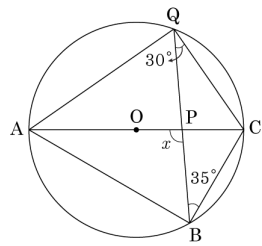


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\overline{OQ} = 6 \text{ 이므로 } \overline{AQ} = 8$$
$$\overline{BQ} = \overline{AQ} = 8$$
$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$$
$$80 = x(x + 16)$$
$$\therefore x = 4$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\angle QBC = 35^\circ$, $\angle BQC = 30^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?

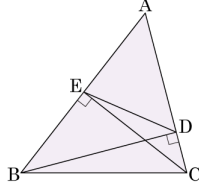


- ① 65° ② 80° ③ 85° ④ 90° ⑤ 95°

해설

반원에 대한 원주각 $\angle AQC = 90^\circ$ 이고
 또한, $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각 $\angle AQB = \angle ACB = \angle AQC - 30^\circ = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이다.
 $\triangle ABC$ 에 대하여 $\angle APB = \angle ACB + \angle CBP = 60^\circ + 35^\circ = 95^\circ$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 B, C에서 각각의 대변에 내린 수선의 발을 D, E라고 할 때, 사각형 BCDE에 외접하는 원의 지름은?

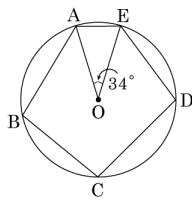


- ① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{AC}$ ④ $\overline{BD}$ ⑤ $\overline{EC}$

해설

$\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$ 이므로 사각형 BCDE는 $\overline{BC}$ 가 지름인 원에 내접한다.

13. 다음 그림의 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle AOE = 34^\circ$ 일 때, $\angle ABC + \angle CDE$ 의 크기는?

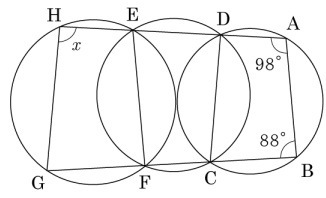


- ① 191° ② 193° ③ 195° ④ 197° ⑤ 199°

해설

A 와 D 를 이으면
 $\angle ADE = 17^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC + \angle CDA = 180^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle CDE = 180^\circ + 17^\circ = 197^\circ$

14. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



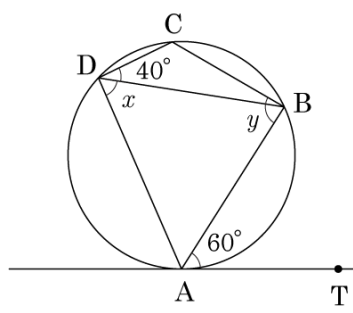
▶ 답 : °

▷ 정답 : 92 °

해설

$\angle ADC = 92^\circ$
 $\angle x = \angle EFC = \angle ADC = 92^\circ$

15. 원 O에서 $\angle CDB = 40^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이고 직선 AT가 접선일 때, $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. 이 때, $(\quad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



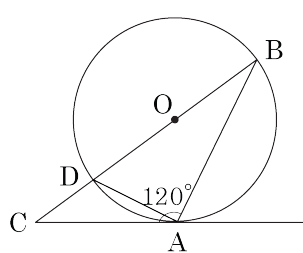
▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$\angle ADB = \angle BAT$
 $\therefore \angle x = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 는 내접사각형이므로
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
 $\angle ABC + 100^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 80^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 140^\circ$

16. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심, 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



- ① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5
 ④ 6 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 30^\circ$

$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$

$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서

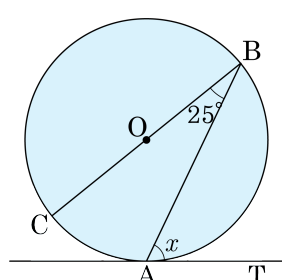
$60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$

$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$

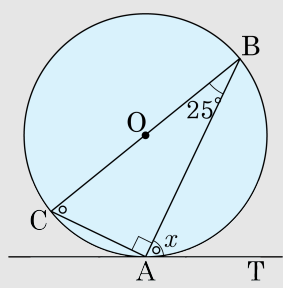
$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$

17. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

- ① 25° ② 40° ③ 55°
 ④ 60° ⑤ 65°

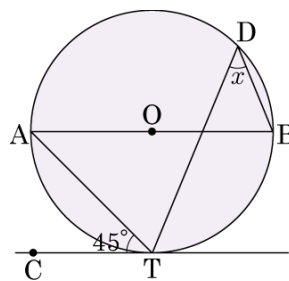


해설



$$x = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

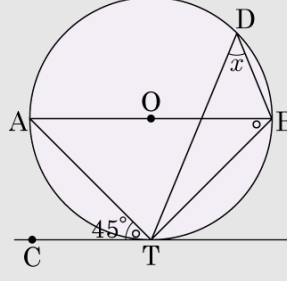
18. 다음 그림에서 x 의 값은?



- ① 30° ② 45° ③ 50° ④ 60° ⑤ 65°

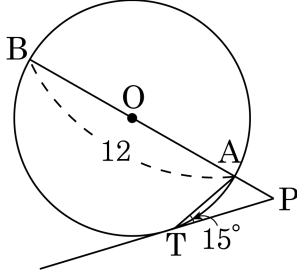
해설

점 B와 T에 보조선을 그으면



$\angle ATB = 90^\circ$ 이고 $\angle ABT = \angle ATC = 45^\circ$ 이므로
 $\angle A = 45^\circ$, $\angle x = \angle A = 45^\circ$

19. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 중심 O 를 지나고, $\angle PTA = 15^\circ$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

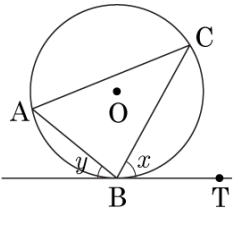


- ① $\sqrt{2} - 1$ ② $4\sqrt{2} - 2$ ③ $4\sqrt{3} - 2$
 ④ $4\sqrt{3} - 4$ ⑤ $4\sqrt{3} - 6$

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 15^\circ$ 이므로
 $\widehat{AT}$ 의 중심각 $\angle AOT = 30^\circ$ 이다.
 $\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{OT} = 6$ 이다.
 $\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} : \overline{OT} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ 이다.
 $\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3} - 6$

20. 다음 그림에서 직선 BT는 원 O의 접선이고,
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{CA} = 2 : 3 : 4$ 일
 때, $x + y$ 의 값은?

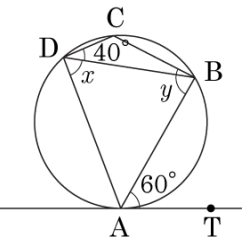


- ① 110° ② 100° ③ 95° ④ 90° ⑤ 85°

해설

$$\begin{aligned} \angle ACB &= 180 \times \frac{2}{9} = 40^\circ \\ \angle y &= \angle ACB = 40^\circ \\ \angle CAB &= 180 \times \frac{3}{9} = 60^\circ \\ \angle x &= \angle CAB = 60^\circ \\ \therefore x + y &= 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

21. 원 O 에서 $\angle CDB = 40^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이고 직선 AT 가 접선일 때, $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. 이 때, () 안에 알맞은 수는?

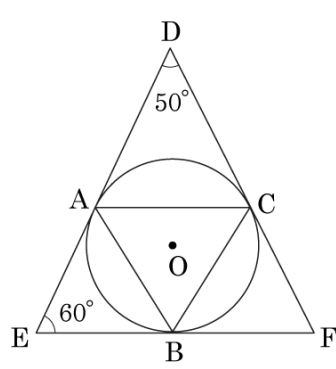


- ① 125 ② 130 ③ 135 ④ 140 ⑤ 145

해설

$\angle ADB = \angle BAT$
 $\therefore \angle x = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 는 내접사각형이므로
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$
 $\angle ABC + 100^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 80^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 140^\circ$

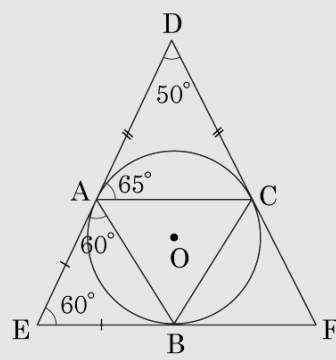
- 22.** 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 에 외접하고, $\triangle DEF$ 에 내접한다. $\angle D = 50^\circ$, $\angle E = 60^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



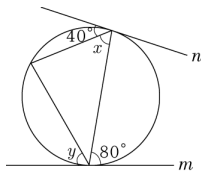
▶ 답: 1

▶ 정답 : 55°

해설

$$\begin{aligned} \triangle DAC \text{ 에서 } \overline{DA} &= \overline{DC} \\ \therefore \angle DAC &= 65^\circ \\ \overline{EA} &= \overline{EB} \\ \therefore \angle EAB &= 60^\circ \\ \therefore \angle BAC &= 180^\circ - (\angle DAC + \angle EAB) = 55^\circ \end{aligned}$$


23. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

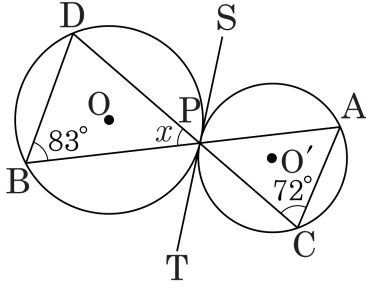


- ① 100° ② 110° ③ 120° ④ 130° ⑤ 140°

해설

$\angle x = \angle y$ 이고
 $\angle x = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\therefore \angle x + \angle y = 120^\circ$

24. 직선 ST가 두 원 O와 O'의 접선이고 접점 P를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?

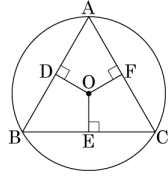


- ① 25° ② 26° ③ 27° ④ 28° ⑤ 29°

해설

$$\begin{aligned} \angle APS &= \angle ACP = 72^\circ \\ \angle SPD &= \angle DBP = 83^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



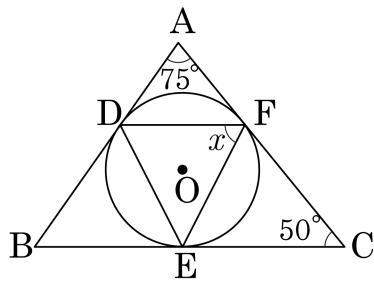
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $12\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$
 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$
 $\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$
 정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로
 $\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 (원의 넓이) $= \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\text{cm}^2)$

26. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle DAF = 75^\circ$, $\angle ECF = 50^\circ$ 일 때, $\angle DFE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 62.5°

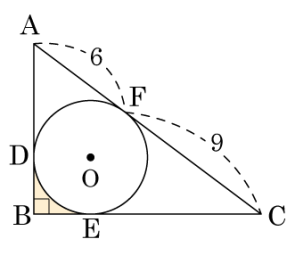
해설

$$\angle ABC = 180^\circ - (75^\circ + 50^\circ) = 55^\circ$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} \text{ 이므로}$$

$$\angle BED = \angle DFE = (180^\circ - 55^\circ) \div 2 = 62.5^\circ$$

27. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

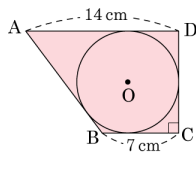


- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$
 $(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$
 $x^2 + 15x - 54 = 0$
 $(x + 18)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 3$
 색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.
 $\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$

28. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

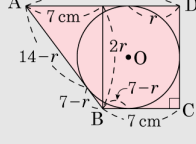


▶ 답 : cm

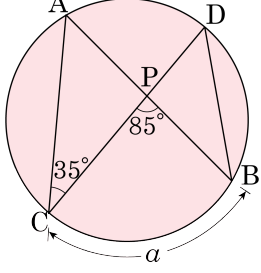
▷ 정답 : $\frac{28}{3}\pi$ cm

해설

반지름을 r cm라 하면
 $(14 - r + 7 - r)^2 = 7^2 + (2r)^2$
 $(21 - 2r)^2 = 49 + 4r^2$
 $441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2$
 $441 - 84r = 49$
 $84r = 392$
 $r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3}$ (cm)
(원의 둘레) $= 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi$ (cm)



29. 다음 그림에서 점 P는 두 현 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 길이는 a 이다. $\angle ACD = 35^\circ$, $\angle BPC = 85^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{19}{10}a$

해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle CAP = 85^\circ - 35^\circ = 50^\circ$,
 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$,
 $5.0\text{pt}\widehat{BC} : (5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}) = 50^\circ : 95^\circ = a : (5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD})$
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = a \times \frac{95^\circ}{50^\circ} = \frac{19}{10}a$

30. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

- ① $\angle A = \angle C$
- ② $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- ③ $\angle BAC = \angle BDC$
- ④ $\angle A + \angle C = 180^\circ$
- ⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

- ① $\angle A = 180^\circ - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.
- ② $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$
또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180^\circ$
따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.