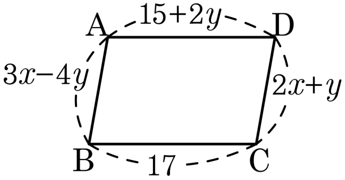
1. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=1$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=4,\ y=1$

④ $x=5,\ y=1$ ⑤ $x=5,\ y=2$

해설

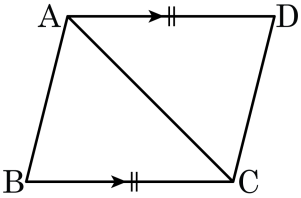
$15+2y=17,\ 2y=2$

$\therefore y=1$

$3x-4=2x+1$

$\therefore x=5$

2. 다음은 ‘한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.’를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

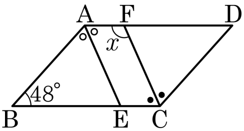
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AE}}, \overline{\mathrm{CF}}$가 각각 $\angle\mathrm{A}, \angle\mathrm{C}$의 이등분선일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$°

▷ 정답 : $\underline{114°}$

해설

$\angle\mathrm{BAD}+48° = 180°$이므로 $\angle\mathrm{BAD} = 132°$

$\therefore \angle\mathrm{EAF} = \angle\mathrm{BAE} = \frac{1}{2} \times 132° = 66°$

이때, □AECF는 평행사변형이므로

$66° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 114°$

4. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

① $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AB} /\!/ \overline{CD}$

② $\overline{AD} /\!/ \overline{BC},\ \angle A = \angle B = 90°$

③ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

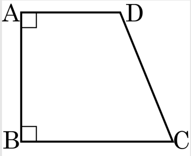
④ $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD},\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

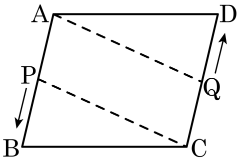
해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

②



5. $\overline{AB}=100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

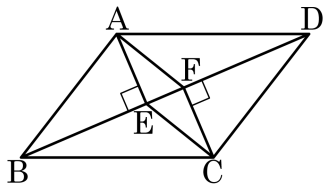
해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP}=\overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초)이다.

$\overline{AP}=5(x+4)$, $\overline{CQ}=7x$, $5(x+4)=7x$

$\therefore x=10$ (초)이다.

6. 다음은 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. △AED ≡ △CFB 의 합동 조건은?



[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF 는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \angle CFB$ (엇각)
$\overline{AE} // \overline{CF} \cdots$ ㉠
△AED 와 △CFB 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$
따라서 △AED ≡ △CFB 이다.
$\overline{AE} = \overline{CF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF 는 평행사변형이다.

① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

△AED 와 △CFB 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$ 이므로
RHA 합동이다.

7. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 경우를 골라라. (점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

㉠ $\angle A = 70°, \angle B = 70°, \angle C = 110°$

㉡ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}, \overline{AB} = \overline{CD}$

㉢ $\overline{BO} = \overline{CO}, \overline{AO} = \overline{DO}$

㉣ $\overline{AD} = \overline{BC}, \overline{AC} = \overline{BC}$

㉤ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

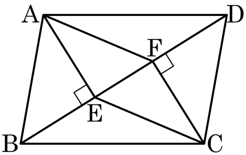
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABE = \angle CDF$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

④ $\overline{AE} \,//\, \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90°$

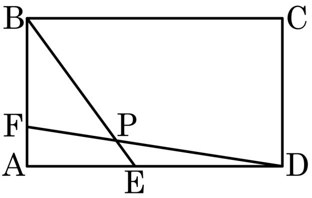
$\overline{AB} = \overline{CD}$

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} \,//\, \overline{CF},\ \overline{AE} = \overline{CF}$

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 일 때, $\angle BPF$ 의 값을 구하여라.

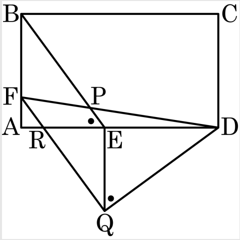


▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 45 °

해설

다음 그림과 같이 점 F 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선과 점 E 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선의 교점을 Q 라 하면 □FBEQ 는 평행사변형이다.



$\therefore\ \overline{BE} = \overline{FQ},\ \overline{FB} = \overline{QE},\ \angle FBE = \angle FQE$

선분 AB 와 선분 QE 는 평행하므로

$\angle QEA = \angle EAB = 90°$ (엇각)

$\therefore\ \angle QED = 90°$

$\overline{QE} = \overline{FB} = \overline{EA},\ \overline{ED} = \overline{AB}$ 이므로

$\triangle QED \equiv \triangle EAB$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{QD} = \overline{EB} = \overline{QF},\ \angle DQE = \angle BEA$

이때, $\overline{AD}$ 와 $\overline{FQ}$ 의 교점을 R 이라 하면

선분 FQ 와 선분 BE 는 평행하므로

$\angle QRE = \angle BER$ (엇각)

$\therefore\ \angle DQE = \angle QRE$

$\triangle QRE$ 에서

$\angle QRE + \angle RQE = 90°$ 이므로

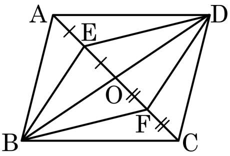
$\angle DQE + \angle RQE = \angle RQD = 90°$

즉, $\triangle QFD$ 는 $\overline{QF} = \overline{QD}$ 이고 $\angle FQD = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로

$\angle QFD = 45°,\ \angle BPF = \angle QFD$ (엇각) 이므로

$\therefore\ \angle BPF = 45°$ (엇각)

10. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ____ 배

▷ 정답 : 2 배

해설

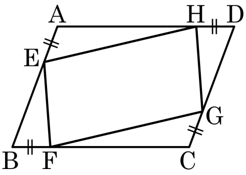
$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ 이고 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 $\triangle AOD = 2\triangle EOD$ 가 된다.

같은 방법으로 $\triangle DOC = 2\triangle DOF$, $\triangle OBC = 2\triangle OBF$, $\triangle AOB = 2\triangle EOB$ 가 된다.

따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EF} // \overline{HG}$

③ $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

④ $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

⑤ $\angle EFG = \angle GHE$

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)

$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$(SAS합동)

$\therefore \overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

12. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은?

① $\overline{AO} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 4\text{cm}$, $\overline{DO} = 4\text{cm}$, $\overline{BO} = 3\text{cm}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점)

② $\angle A = 150°$, $\angle B = 30°$, $\angle C = 150°$

③ $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$

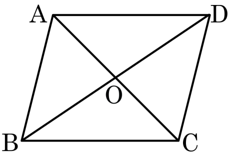
④ $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$

⑤ $\angle A = 110°$, $\angle C = 110°$, $\angle D = 60°$

해설

② $\angle D = 360° - (150° + 30° + 150°) = 30°$이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$이다.
따라서 □ABCD는 평행사변형이다.

13. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 가 평행사변형이 아닌 것은?



① $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

② $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$

③ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

③ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 일 때, □ABCD는 평행사변형이다.

14. 다음 조건을 만족하는 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\angle A = 80°$, $\angle B = 100°$, $\angle C = 80°$ 인 □ABCD
㉡ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 인 □ABCD
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 □ABCD
㉣ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD

① 없다 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

평행사변형이 되는 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.