

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned} \therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \dots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12} \end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉠, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

3. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

4. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

5. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

6. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

7. 49의 소인수의 개수와 120의 소인수의 개수의 합은?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$49 = 7^2$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로
49의 소인수는 7, 120의 소인수는 2, 3, 5
 $\therefore 1 + 3 = 4$

8. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

9. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

10. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (n+1) = 20$

$\therefore n = 4$

12. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

13. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이 때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를
 $(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$)라 하면,
 $(a-1) + a + (a+1) = (21 \text{의 배수})$
 $\Rightarrow 3a = (21 \text{의 배수})$
 $\Rightarrow a = (7 \text{의 배수})$
 $\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

14. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다. 암호 숫자를 구하여라.

To. 인진
인진아, 오른쪽 숫자판에서
소수가 적힌 칸을 모두 색칠하면
암호 숫자가 나타난대,
한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

15. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

16. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$
이고, 두 번째 작은 자연수는
 $5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

17. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 35

▷ 정답: 315

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 5 \times 7 \times k^2 \text{ 풀이므로}$$

n 을 작은 순으로 3 개 써 보면

$$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$$

$$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$$

$$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$$

$$\therefore 35, 315$$

18. 다음 중 360의 약수가 아닌 것은?

① 3^2

② 2×3

③ $2^3 \times 5$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360의 약수가 아니다.

19. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$36 = (5+1) \times (2+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = 2^4 = 16$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$36 = (a+1) \times (1+1) \times (2+1) \times (1+1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

\therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

20. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.