

1. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

2. 다음은 완전제곱식을 이용하여 $3x^2 - 6x - 21 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. 옳은 것은?

$$3x^2 - 6x - 21 = 0$$

양변을 A 로 나누면 $x^2 - 2x - 7 = 0$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 7$

양변에 B 를 더하면 $x^2 - 2x + B = 7 + B$

$$(x - C)^2 = D$$

$$x - C = \pm \sqrt{D}$$

$$\therefore x = C \pm E$$

① $CD = 7$

② $A + B = 5$

③ $2A - C = 4$

④ $C - E = 1 \pm \sqrt{2}$

⑤ $B - E = 1 - 2\sqrt{2}$

해설

$$3x^2 - 6x - 21 = 0$$

양변을 3 으로 나누면 $x^2 - 2x - 7 = 0$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 7$

양변에 1 를 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 7 + 1$

$$(x - 1)^2 = 8$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{8}$$

$$\therefore x = 1 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 1, C = 1, D = 8, E = 2\sqrt{2}$$

3. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 중근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$

② $m^2 + 4n > 0$

③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$

⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

4. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 0

② 2

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ -1

해설

$$D = 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

5. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(x+2)(x-2) = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

6. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

7. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x + 2)^2 + 4$

② $y = -2(x + 3)^2 + 3$

③ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x + 3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x + 1 + 2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x + 3)^2 + 3$$

8. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉠} \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉡} \\&= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉢} \\&= 2(x+1)^2 - 4 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉣}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉠} \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉡} \\&= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉢} \\&= 2(x+1)^2 - 3 \quad \dots\dots\dots \textcircled{㉣}\end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

9. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

10. 이차방정식 $0.5(x-2)(x+1) = \frac{x(x-9)}{4}$ 의 모든 근의 곱은?

① 4

② $\frac{4}{3}$

③ -4

④ $-\frac{4}{3}$

⑤ -2

해설

양변에 4를 곱하면 $2(x-2)(x+1) = x(x-9)$ 이다.

$$2(x^2 - x - 2) = x^2 - 9x$$

$$x^2 + 7x - 4 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 -4이다.

11. $(x-y)(x-y-2)-8=0$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : -2

해설

$$(x-y)(x-y-2)-8=0,$$

$x-y=A$ 로 치환하면

$$A(A-2)-8=0,$$

$$A^2-2A-8=0,$$

$$(A-4)(A+2)=0,$$

$$A=4 \text{ 또는 } A=-2,$$

따라서 $x-y=4$ 또는 $x-y=-2$ 이다.

12. 어떤 자연수에 3를 더하여 제곱한 수는 이 수를 제곱하여 3배한 것보다 11작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+3)^2 = 3x^2 - 11$$

$$x^2 + 6x + 9 - 3x^2 + 11 = 0$$

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

$$(x+2)(x-5) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 5$ 이다.

13. 나이 차이가 4 살인 두 학생이 있다. 두 사람의 나이의 제곱의 합이 250 일 때, 나이가 적은 학생의 나이는?

① 8살

② 9살

③ 10살

④ 11살

⑤ 12살

해설

두 사람의 나이를 $x, x + 4$ 라 하면

$$x^2 + (x + 4)^2 = 250$$

$$2x^2 + 8x - 234 = 0$$

$$x^2 + 4x - 117 = 0$$

$$(x - 9)(x + 13) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 9 \text{ (살)}$$

14. 높이가 10m 인 건물 위에서 똑바로 떨어뜨린 공의 t 초 후의 높이를 h m라 할 때, $h = (10 + 30t - 5t^2)$ 이다. 공이 다시 건물에 떨어지는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 5 초

② 6 초

③ 7 초

④ 8 초

⑤ 9 초

해설

$$10 + 30t - 5t^2 = 10$$

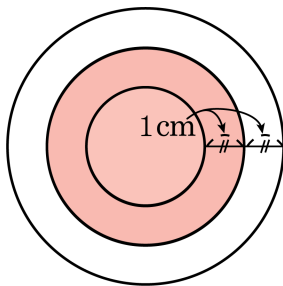
$$t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 6 \quad (\because t > 0)$$

따라서 공이 다시 건물에 떨어지는데 6초 걸린다.

15. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $12\pi\text{cm}^2$ ② $13\pi\text{cm}^2$ ③ $14\pi\text{cm}^2$
 ④ $15\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\text{cm}$ 이 된다.

$$\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$$

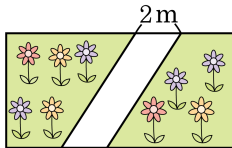
$$r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0, r = -1, 3 \text{ 에서}$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 3$$

색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.

따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 가로, 세로의 길이의 비가 $2:1$ 인 직사각형 모양의 꽃밭에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 40m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 세로의 길이를 $x\text{m}$ 라 할 때, x 를 구하기에 알맞은 이차방정식은?



① $x^2 + 2x + 40 = 0$

② $x^2 - x - 20 = 0$

③ $2x^2 - 40 = 0$

④ $2x^2 + 2x - 40 = 0$

⑤ $x^2 + 2x - 40 = 0$

해설

세로의 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면 가로의 길이는 $2x\text{m}$
 길을 제외한 넓이는 40m^2 이므로 $(2x - 2) \times x = 40$
 $\therefore x^2 - x - 20 = 0$

17. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$

② $y = -2x + 3$

③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$

⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1 \therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$ 이다.

18. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

19. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

20. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(6 + 7 + 8 + \cdots + n - 1) \\ = (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

22. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$y = 2(x + 3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

23. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

24. $a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0(m)$ 을

$a_n \times m^n + a_{n-1} \times m^{n-1} + \cdots a_1 \times m + a_0 \times 1$ 이라고 할 때, $11_{(m)}$ 에 3 배를 하여 3을 더하면 $120_{(m)}$ 이 된다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$11_{(m)} = 1 \times m + 1$ 이므로

$11_{(m)}$ 에 3 배를 하여 3을 더하면

$$3(m+1) + 3 = 3m + 6$$

또한, $120_{(m)} = 1 \times m^2 + 2 \times m + 0 \times 1 = m^2 + 2m$

따라서 $m^2 + 2m = 3m + 6$

$$m^2 - m - 6 = 0$$

$$(m+2)(m-3) = 0$$

이므로 $m = 3$ ($\because m > 0$) 이다.

25. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-8, 16), (8, 16)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서

x 좌표가 -8 일 때 : 1 개

x 좌표가 -7 일 때 :

y 좌표는 13 부터 16 까지이므로 4 개

x 좌표가 -6 일 때 :

y 좌표는 9 부터 16 까지이므로 8 개

x 좌표가 -5 일 때 :

y 좌표는 7 부터 16 까지이므로 10 개

x 좌표가 -4 일 때 :

y 좌표는 4 부터 16 까지이므로 13 개

x 좌표가 -3 일 때 :

y 좌표는 3 부터 16 까지이므로 14 개

x 좌표가 -2 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 -1 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 0 일 때 : 1 개

$\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)