

1. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

2. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

①

-1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

3. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

4. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $-\frac{23}{4}$

② $-\frac{16}{3}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4}$ 이므로

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

5. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

-1	2	-1	-6	-1	2
		-2	3	3	-2
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

6. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

7. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) \quad x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여 $x = -1$

8. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$ 일 때, $z_1^3 + z_2^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4 - 2i$

② 0

③ 20

④ $-2 + 4i$

⑤ -4

해설

$$z_1 + z_2 = 2, z_1 z_2 = 2$$

$$z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2)$$

$$= 8 - 12$$

$$= -4$$

9. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면

$$(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \text{ 에서}$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

10. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$(\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

11. 상수 a, b 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$ 이어야 한다.

양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,

$$a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$$

$$(a+b)x + (3a-b) = 6x+6$$

$$\therefore a+b=6, 3a-b=6$$

두 식을 연립하여 풀면,

$$a=3, b=6-a=3$$

$$\therefore 2a+b=2 \times 3 + 3 = 9$$

12. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

① -3

② -1

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

계수의 합 $a+b+c+d$ 를 구할 때는 우변의 문자부분을 모두 1 이 되게 하는 x 값을 양변에 대입하면 간단하게 그 값을 구할 수 있다.

이 문제에서는 $x=2$ 를 양변에 대입하면

$$16 - 12 - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

해설

a, b, c, d 의 값을 각각 구하기 위해서는 아래와 같이 조립제법을 사용할 수 있다.

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$$= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d$$

즉, $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

1	2	-3	-1	1	
		2	-1	-2	
1	2	-1	-2	-1	← d
		2	1		
1	2	1	-1		← c
		2			
	2	3			← b
	↑				
	a				

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 나머지가 3 이고, 다항식 $f(x+2)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $ax+4$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하는 과정을 나타낸 것이다. ()안에 알맞지 않은 것을 고르면?

풀이) $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 3 이므로 (㉠) 이다.

$f(x+2)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 (㉡) ... (㉢)

(㉣)은 x 에 대한 항등식이므로 $x = -1$ 을 대입하면 (㉤) 이다.

따라서 (㉤)에서 (㉥)이다.

① ㉠ $f(1) = 3$

② ㉡ $f(x+2) = (x+1)^2 Q(x) + ax + 4$

③ ㉢ $f(-1) = -a + 4$

④ ㉤ $-a + 4 = 3$

⑤ ㉥ $a = 1$

해설

㉣에 $x = -1$ 를 대입하면 $f(1) = -a + 4$

14. 두 다항식 $f(x) = x^2 + x + a$, $g(x) = 2x^2 + bx - 1$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 구하면?

① $(x - 1)(x - 2)(2x - 1)$

② $(x - 1)(x + 1)(2x - 1)$

③ $(x - 1)(x + 2)(2x + 1)$

④ $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

⑤ $(x - 1)(x + 2)(x - 2)$

해설

$$f(1) = 0, 1 + 1 + 0 = a \therefore a = -2$$

$$g(1) = 0, 2 + b - 1 = 0 \therefore b = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$$

$$g(x) = 2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$$

$$\therefore \text{최소공배수} : (x - 1)(x + 2)(2x + 1)$$

15. 합이 $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^4 - 3x^2 + 2x$ 인 두 식을 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(2) \times g(2)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 22

③ 26

④ 32

⑤ 36

해설

$$f(x) = Ga, \quad g(x) = Gb \quad (\text{단, } a, b : \text{서로소})$$

$$f(x) + g(x) = G(a + b)$$

$$= (x-1)(x+2)(2x-1) \cdots \text{㉠}$$

$$L = Gab = x(x-1)^2(x+2) \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a + b$ 와 ab 가 서로소이므로

$$G = (x-1)(x+2)$$

$$\therefore f(x)g(x) = LG = x(x-1)^2(x+2)(x-1)(x+2) = x(x-1)^3(x+2)^2$$

$$\therefore f(2)g(2) = 32$$

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + mx + 6 = 0$ 의 두 근 a, b 에 대하여 $|a - b| = 1$ 이 성립할 때, $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1}$ 의 값은? (단, $m < 0$)

① $-1 - \sqrt{2}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{2}$

⑤ $-2 + \sqrt{5}$

해설

$$x^2 + mx + 6 = 0 \text{의 두 근이 } a, b$$

$$a + b = -m, ab = 6$$

$$|a - b| = 1$$

$$|a - b|^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$= m^2 - 24 = 1$$

$$m^2 = 25 \therefore m = -5 (\because m < 0)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore \sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

17. 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$$y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$$

$$y = x + 1$$

포물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 m 의 범위를 정하여라.

① $m < -2, m > \frac{2}{3}$

② $m < -1, m > \frac{2}{3}$

③ $m < -2, m > 2$

④ $m < 2, m > \frac{2}{3}$

⑤ $m < -5, m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$ 을 항상 만족시키도록 m 을 정하면 된다.

$x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$ 에서 판별식

$$D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$$

$$(m-2+2m)(m-2-2m) < 0$$

$$(3m-2)(m+2) > 0$$

$$\therefore m < -2, m > \frac{2}{3}$$

18. $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$ 와 $y = x$ 의 두 교점이 원점에 관하여 대칭이다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ -4

④ -2

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$$

$$y = x \text{ 의 교점은 } x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2 = x$$

$x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면
두 근이 원점에 대칭이므로 중점은 원점이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{(a - 2)^2}{2} = 0$$

$$\therefore a = 2$$

19. 이차함수 $y = 3x^2 + a(2 + b)x - 4$ 는 축의 방정식이 $x = 2$ 이고, 최솟값은 b 이다. 이때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

① $-\frac{9}{7}$

② $\frac{6}{7}$

③ 30

④ $-\frac{16}{7}$

⑤ $-\frac{96}{7}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3(x-2)^2 + b \\&= 3(x^2 - 4x + 4) + b \\&= 3x^2 - 12x + 12 + b\end{aligned}$$

$$12 + b = -4 \therefore b = -16$$

$$2a + ab = 2a - 16a = -12$$

$$-14a = -12$$

$$\therefore a = \frac{6}{7}$$

$$\therefore ab = \frac{6}{7} \times (-16) = -\frac{96}{7}$$

20. $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32} - 1$

② $2^{32} + 1$

③ $2^{31} - 1$

④ $2^{31} + 1$

⑤ $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에 $(2 - 1) = 1$ 을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$