

1. 다음 보기에 주어진 수를  $x$ 라 할 때,  $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x$ 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

- ① 1 개    ② 3 개    ③ 5 개    ④ 7 개    ⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$ 의 3개이다.

2.  $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$  의 값은?

- ①  $8\sqrt{3}i$     ②  $4\sqrt{3}i$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

3. 다음 중 옳은 것은?

①  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

4. 이차방정식  $x^2 - 2x + m = 0$  이 허근을 가질 때, 실수  $m$  의 범위를 구하면?

①  $m < 1$

②  $-1 < m < 1$

③  $m < -1$  또는  $m > 1$

④  $m > 1$

⑤  $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

5. 이차방정식  $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 1                      ② 3                      ③ 4                      ④ 8                      ⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

6. 이차함수  $y = -x^2 + 4x$  의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의  $x$  의 값은?

- ①  $x = 2$  일 때, 최댓값은 4      ②  $x = -2$  일 때, 최댓값은 4  
③  $x = 4$  일 때, 최댓값은 4      ④  $x = 2$  일 때, 최솟값은 4  
⑤  $x = 4$  일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서  $x = 2$  일 때, 최댓값 4를 갖는다.

7.  $2 \leq x \leq 4$  에서 이차함수  $y = x^2 - 2x + 3$  의 최댓값은  $M$  , 최솟값은  $m$  이다.  $M + m$  의 값은?

① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

해설

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$$

따라서 함수의 그래프는 점(1,2) 를 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이므로

( i )  $x = 2$  일 때 최소이며, 최솟값은

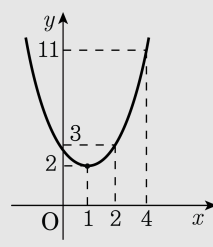
$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$$

$$\therefore m = 3$$

( ii )  $x = 4$  일 때 최대이며, 최댓값은  $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 11$

$$\therefore M = 11$$

$$\therefore M + m = 14$$



8. 사차방정식  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$  에서  
 $x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로  
 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$   
 $= (x-1)(x+1)(x^2+x-6)$   
 $= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$   
 $\therefore x = -3, -1, 1, 2$   
따라서 최대의 근은 2

9. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

(좌변)  $= (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$ , 나머지 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

10. 세 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ ,  $abc = -1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값은?

① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

11.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고,  $x+2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때,  $m-n$ 의 값은?

① -2      ② -3      ③ -4      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx^2 + nx + 1 &= (x-1)Q(x) \\ &= (x+2)Q'(x) + 3\end{aligned}$$

양변에  $x=1$ 을 대입하면

$$1 + m + n + 1 = 0$$

$$\therefore m + n = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

양변에  $x=-2$ 을 대입하면

$$-8 + 4m - 2n + 1 = 3$$

$$\therefore 2m - n = 5 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } m=1, n=-3$$

$$\therefore m - n = 4$$

12. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고,  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-4$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(2)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\&= (x+2)Q_2(x) - 4 \\&= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해  $a = 3$ ,  $b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

13.  $x$ 에 대한 항등식  $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수  $a, b, c, d$ 의 곱  $abcd$ 의 값은?

- ① -2
- ② 0
- ③ 5
- ④ 10
- ⑤ 18

해설

$a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$   
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1)+b\}+c]+d$ 임을 이용하여 조립제법을 사용하면

|    |  |   |    |   |    |     |
|----|--|---|----|---|----|-----|
| -1 |  | 1 | 0  | 0 | -1 |     |
|    |  |   | -1 | 1 | -1 |     |
| -1 |  | 1 | -1 | 1 | -2 | ← d |
|    |  |   | -1 | 2 |    |     |
| -1 |  | 1 | -2 | 3 |    | ← c |
|    |  |   | -1 |   |    |     |
|    |  | 1 | -3 |   |    | ← b |
|    |  | ↑ |    |   |    |     |
|    |  | a |    |   |    |     |

$\therefore abcd = 1 \times (-3) \times 3 \times (-2) = 18$

14.  $x$ 에 대한 두 다항식  $A = x^3 + ax^2 + bx$ 와  $B = x^2 + bx + a$ 의 최대공약수가 일차식이다. 그 최대공약수를 구하면? (단,  $a, b$ 는 상수이고  $ab \neq 0$ )

①  $x - 1$       ②  $x - 2$       ③  $x + 1$       ④  $x + 2$       ⑤  $x + 3$

해설

$$A(x) = x(x^2 + ax + b), \quad B(x) = x^2 + bx + a$$

인수를  $(x - p)$ 로 놓으면

$$A(p) = 0 \text{에서 } p^3 + ap^2 + bp = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$B(p) = 0 \text{에서 } p^2 + bp + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times p \text{에서 } (a - b)p^2 + (b - a)p = 0$$

$$\therefore (a - b)p(p - 1) = 0$$

그런데  $a \neq 0$ 이므로  $p \neq 0$

$$\therefore p = 1$$

따라서 최대공약수는  $x - 1$

15. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가  $x-1$  이고, 최소공배수가  $x^3+x^2-2x$  일 때, 두 이차식의 합을 구하면?

①  $2x^2-1$

②  $2x^2-2$

③  $2x^2-3$

④  $2x^2+1$

⑤  $2x^2+2$

해설

두 다항식은  $(x-1)a, (x-1)b$  ( $a, b$ 는 서로소)

$$x^3+x^2-2x=(x-1)ab=x(x+2)(x-1)$$

두 다항식은  $x(x-1), (x+2)(x-1)$

$\therefore$  두식의 합은  $2x^2-2$

16. 이차방정식  $ax^2+bx+c=0$  의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\quad\text{가}\quad)$$
$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\quad\text{나}\quad)}{4a^2}$$
$$\Leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\quad\text{다}\quad)}{2a}$$

- ①  $\frac{b^2}{4a^2}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
- ②  $\frac{b}{2a}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
- ③  $\frac{b}{2a}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
- ④  $\frac{b}{4a^2}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
- ⑤  $\frac{b}{a}, \left(\frac{b}{2}\right)^2-ac, \pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로  $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=$   
 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나)  $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다)  $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

17.  $x$ 에 대한 두 이차방정식  
 $x^2 - 2\sqrt{b}x + (2a + 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$   
 $x^2 - 2ax - b = 0 \cdots \textcircled{B}$ 가 있다.  $\textcircled{A}$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때,  $\textcircled{B}$ 의 근을 판별하면? (단,  $a, b$ 는 실수이고,  $b \geq 0$ )
- ☒ ① 서로 다른 두 실근을 가진다.  
☐ ② 중근을 가진다.  
☐ ③ 서로 다른 두 허근을 가진다.  
☐ ④ 판별할 수 없다.  
☐ ⑤ 한 개의 실근과 한 개의 허근을 가진다.

해설

$\textcircled{A}$ 의 판별식을  $D$ 라 하면  
 $\frac{D}{4} = b - (2a + 1) > 0 \therefore b > 2a + 1$

$\textcircled{B}$ 의 판별식을  $D'$ 이라 하면  
 $\frac{D'}{4} = a^2 + b > a^2 + 2a + 1$   
 $= (a + 1)^2 \geq 0$

$\therefore \frac{D'}{4} > 0$

따라서,  $\textcircled{B}$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

18. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $x$  축과 두 점  $(2, 0)$ ,  $(8, 0)$  에서 만나고 최솟값이  $-9$  이다. 이 때,  $a + b + c$  의 값은?
- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤  $x$  축과 두 점  $(p, 0)$ ,  $(q, 0)$  에서 만나는  $\overline{pq}$  의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)(x-8) \\&= a(x^2 - 10x + 16) \\&= a(x-5)^2 - 9a \\-9a &= -9 \\\therefore a &= 1 \\y &= x^2 - 10x + 16 \\b &= -10, c = 16 \\\therefore a + b + c &= 1 + (-10) + 16 = 7\end{aligned}$$

19.  $x - y = 1$  이고  $x^2 + y^2 = -1$  일 때,  $x^{10} + y^{13}$  의 값은 얼마인가?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ -2

해설

$$x - y = 1 \text{ 에서 } y = x - 1$$

이것을  $x^2 + y^2 = -1$  에 대입하면

$$2x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

양변에  $x + 1$  을 곱하면,  $x^3 + 1 = 0$

$$\therefore x^3 = -1$$

또  $x = y + 1$  을  $x^2 + y^2 = -1$  에 대입하면

$$2y^2 + 2y + 2 = 0, y^2 + y + 1 = 0 \therefore y^3 = 1$$

$$\therefore x^{10} + y^{13} = (x^3)^3 \cdot x + (y^3)^4 \cdot y$$

$$= (-1)^3 \cdot x + 1^4 \cdot y$$

$$= -(x - y) = -1$$

20.  $a^3 + b^3 + c^3 = p(a + b + c)^3 + q(a + b + c)(ab + bc + ca) + rabc$ 가  $a, b, c$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $p, q, r$ 의 값을 정할 때,  $p + q + r$ 을 구하면?

- ①  $-1$       ②  $0$       ③  $1$       ④  $-23$       ⑤  $23$

해설

$a^3 + b^3 + c^3 = p(a + b + c)^3 + q(ab + bc + ca) + rabc$ 에서  
 $a, b, c$ 에 대한 항등식이므로  
 $a = 1, b = 0, c = 0 : 1 = p \cdots$  ①  
 $a = 1, b = 1, c = 0 : 2 = 2p + 2q \cdots$  ②  
 $a = 1, b = 1, c = 1 : 3 = 27p + 9q + r \cdots$  ③  
①, ②, ③에서  $p = 1, q = 0, r = -24$   
 $\therefore p + q + r = -23$