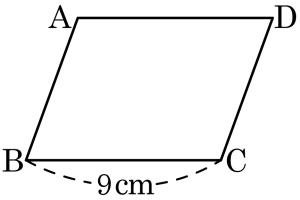
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 32cm 이다. $\overline{\mathrm{BC}} = 9\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 9\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{CD}} = (32 - 18) \div 2 = 7(\mathrm{cm})$

2. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중에서 평행사변형이 되는 것은? (단, 점 O 는 □ABCD 의 두 대각선의 교점이다.)

① $\overline{AD} = 5\text{cm}, \overline{CO} = 5\text{cm}, \overline{BD} = 10\text{cm}$

② $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}, \overline{BC} = \overline{AD} = 5\text{cm}$

③ $\angle A = 130°, \angle B = 45°, \angle C = 130°$

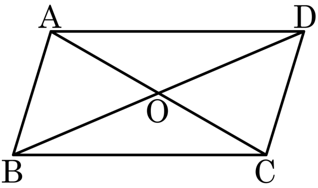
④ $\overline{AB} = 5\text{cm}, \overline{BC} = 5\text{cm}, \overline{DC} = 6\text{cm}, \overline{DA} = 6\text{cm}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{BC} = \overline{DC}$

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

3. 평행사변형 ABCD에서 $\triangle AOB = 4$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구여라?



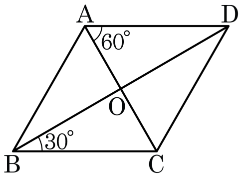
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\square ABCD = 4 \times 4 = 16$이다.

4. 평행사변형ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle DBC = 30°$, $\angle CAD = 60°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\angle DAC = \angle ACB$(엇각)

$\therefore \angle BOC = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

□ABCD는 마름모이다.

5. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 모든 직사각형은 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

② 모든 마름모는 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

③ 모든 정사각형은 직사각형이고, 모든 직사각형은 평행사변형이다.

④ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 평행사변형이다.

⑤ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 직사각형이다.

해설

마름모의 일부는 직사각형이 아니고, 직사각형의 일부는 마름모가 아니다.

6. 두 직선 $2x - y + 3 = 0$, $3x - 4y - 5 = 0$의 교점은 제 몇 사분면에 있는가?

① 제1사분면 ② 제2사분면

③ 제3사분면 ④ 제4사분면

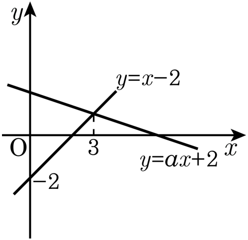
⑤ 교점이 존재하지 않는다.

해설

연립방정식을 풀면 교점은 $\left(-\frac{17}{5}, -\frac{19}{5}\right)$

$\therefore$ 제3사분면

7. 두 일차함수 $y=x-2$, $y=ax+2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

해설

$y=x-2$ 에 $x=3$ 을 대입하면 $y=1$

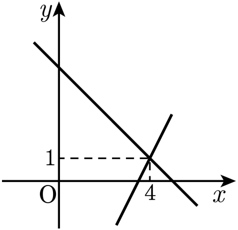
$y=ax+2$ 의 그래프도 점 $(3,\ 1)$ 을 지나므로

$1=3a+2$

$\therefore a=-\frac{1}{3}$

8.

x, y에 관한 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y = a \\ bx + y = 5 \end{cases}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b$의 값은?



① 4　　② 6　　③ 2

④ 8　　⑤ -3

해설

두 직선의 교점이 $(4,\ 1)$이므로 $x = 4$, $y = 1$을 두 방정식에 대입하면

$8 - 1 = a$　　$\therefore\ a = 7$

$4b + 1 = 5$　　$\therefore\ b = 1$

따라서 $a - b = 7 - 1 = 6$이다.

9. 두 직선 $2x+y-a=0$ 과 $x-3y-a+2=0$ 의 교점이 직선 $y=\frac{2}{3}x$ 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{11}$

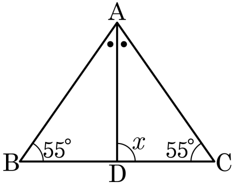
해설

$2x+y-a=0$ 을 a 에 대하여 정리하면
$a=2x+y$ 이다.
$x-3y-a+2=0$ 에 $a=2x+y$ 를 대입하면
$x-3y-2x-y+2=0$
$\Rightarrow -x-4y=-2$
$\Rightarrow x+4y=2$
또, $y=\frac{2}{3}x$ 와 한 점에서 만나므로

$$\begin{cases} x+4y=2 & \cdots ㉠ \\ \frac{2}{3}x=y & \cdots ㉡ \end{cases}$$

①을 ㉡에 대입하면 $x+\frac{8}{3}x=2$ 이고,
양변에 3 을 곱하면 $3x+8x=6$,
$x=\frac{6}{11}$ 이고, $y=\frac{4}{11}$ 이다.
따라서 $a=2x+y=\frac{2\times 6}{11}+\frac{4}{11}=\frac{12}{11}+\frac{4}{11}=\frac{16}{11}$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\angle B = \angle C = 55°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

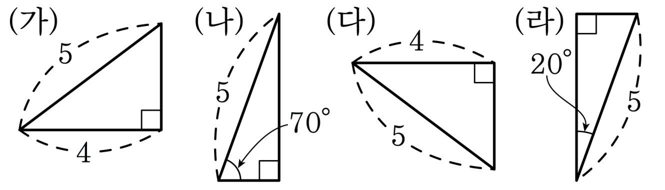


① 70 °　② 75 °　③ 80 °　④ 85 °　⑤ 90 °

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질 중 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\angle x = 90°$ 이다.

11. 다음 중 서로 합동인 것끼리 바르게 짝지어진 것은? (정답 2 개)



① (가)와 (라)　　② (가)와 (다)　　③ (나)와 (라)

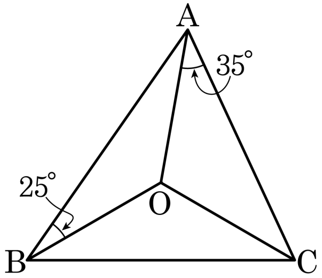
④ (가)와 (나)　　⑤ (나)와 (다)

해설

(가)와 (다) $\Rightarrow$ RHS 합동

(나)와 (라) $\Rightarrow$ RHA 합동

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



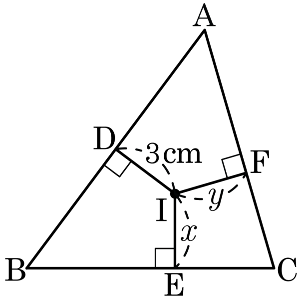
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID} = 3cm$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?



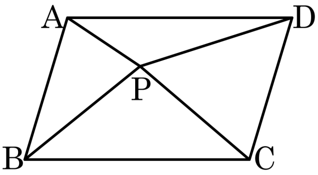
① 4cm　　② 5cm　　③ 6cm　　④ 7cm　　⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\mathrm{cm})$ 이다.

$\therefore\ x + y = 6(\mathrm{cm})$

14. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle$PAB, $\triangle$PAD, $\triangle$PBC 의 넓이는 각각 12cm^2 , 9cm^2 , 18cm^2 이다. $\triangle$PCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,\text{cm}^2$

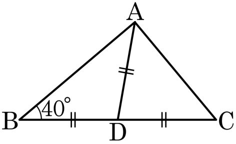
해설

$\triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD}$

$9 + 18 = 12 + \triangle\text{PCD}$

$\therefore \triangle\text{PCD} = 15(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?

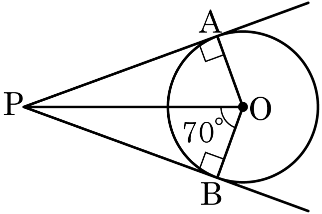


① $75°$　② $80°$　③ $85°$　④ $90°$　⑤ $95°$

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BAD = 40°$
$\angle CDA = 40° + 40° = 80°$
또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$
$\therefore \angle BAC = 40° + 50° = 90°$

16. 다음 그림에 대한 설명 중 옳은 것은?



① $\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AO}$

② $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$

③ $\angle APB = 30°$

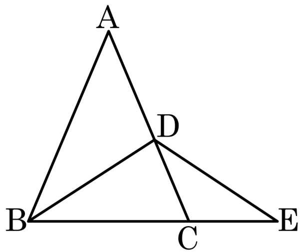
④ $\angle POA = 60°$

⑤ $\overline{PO} = \overline{AP}$

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 $\overline{OP}$ 는 공통이고, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{OB} = \overline{AO}$ 는 반지름으로 같으므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ 는 RHS 합동이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\overline{CD} = \overline{CE}$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로

$\angle CDE = \angle CED$, $\angle CED = \angle a$ 라 하면

$\therefore\ \angle DCB = \angle CDE + \angle CED = 2\angle a$

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle DCB = 2\angle a$

$\angle CBD = \dfrac{1}{2}\angle ABC = \dfrac{1}{2} \times 2\angle a = \angle a$

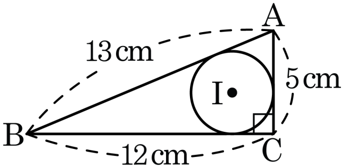
$\angle CBD = \angle CED = \angle a$ 이므로

$\triangle BDE$는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $\overline{DE}$의 길이와 같다.

$\therefore\ 5\text{cm}$

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 내접원 I 의 넓이는?



① $2\pi \text{cm}^2$ ② $3\pi \text{cm}^2$ ③ $4\pi \text{cm}^2$

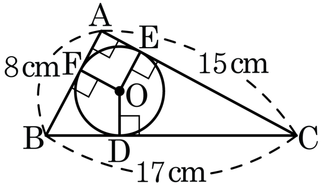
④ $\frac{9}{2}\pi \text{cm}^2$ ⑤ $9\pi \text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면 $\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times r \times (13+12+5)$ 이다.

$30 = 15r$, $r = 2$ 이다. 따라서 내접원의 넓이는 $4\pi \text{cm}^2$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E, F는 내접원과 세 변의 접점이다.
이때, 선분 AF의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

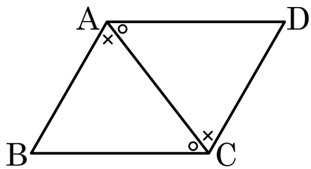
해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = x\text{cm}$ 라고 하면

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8 - x$, $\overline{CE} = \overline{CD} = 15 - x$

$\therefore 8 - x + 15 - x = 17, x = 3\,\text{cm}$

20. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 ⋯ ㉠

$\overline{AB} //$ $\boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯ ㉡

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$　② ㄴ : $\overline{AC}$　③ ㄷ : $\overline{DC}$

④ ㄹ : $\angle BCA$　⑤ ㅁ : SAS

해설

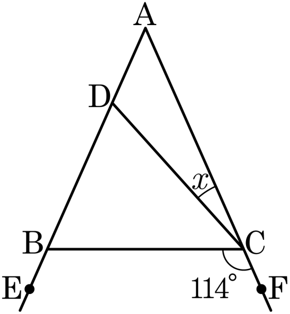
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동) 이다.

21. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 18°　② 24°　③ 30°　④ 36°　⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$에서

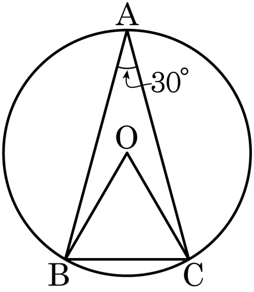
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

22. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?



① $\frac{3}{2}\pi\ cm^2$ ② $4\pi\ cm^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\ cm^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\ cm^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\ cm^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times30° = 60°$ 이므로

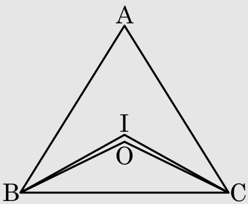
부채꼴의 넓이는 $\pi\times3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(cm^2)$

23. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $3\,\underline{°}$

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned}\angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A)\\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°)\\ &= 58°\end{aligned}$$

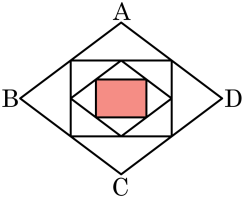
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\angle OBC &= \angle OCB\\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°)\\ &= 26° \cdots ㉠\end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

24. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 계속하여 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 $12\mathrm{cm}^2$ 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

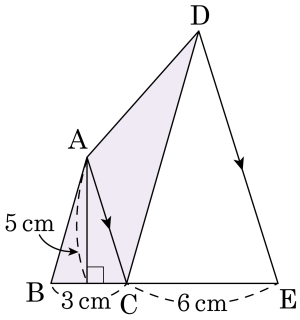
▷ 정답 : $96\,\mathrm{cm}^2$

해설

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

마름모 ABCD 의 넓이는 $12\times2\times2\times2=96(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선이 BC의 연장선과 만나는 점을 E라 할 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{\dfrac{45}{2}\ \text{cm}^2}$

해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \triangle ABC + \triangle ACE \\ &= \triangle ABE \end{aligned}$$

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 9 \times 5 = \dfrac{45}{2}(\text{cm}^2)$