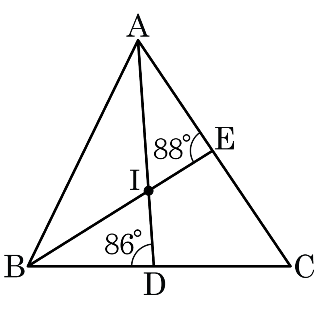
1. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\angle$A 의 내각의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 교점을 D, $\angle$B 의 내각의 이등분선과 $\overline{\mathrm{AC}}$의 교점을 E라고 할 때, $\angle\mathrm{AEB} = 88°$, $\angle\mathrm{ADB} = 86°$이다. $\angle$C 의 크기를 구하여라.

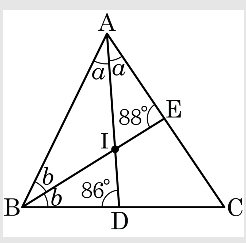


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 56°

해설

$\angle\mathrm{A} = 2\angle a,\ \angle\mathrm{B} = 2\angle b$ 라고 하면,



$\triangle$ABE에서 $2\angle a + \angle b + 88° = 180°,\ 2\angle a + \angle b = 92° \cdots$ ①

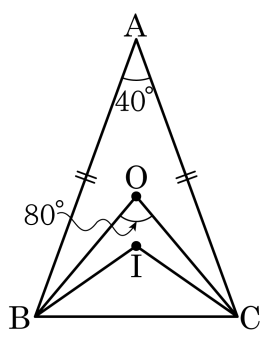
$\triangle$ABD 에서 $\angle a + 2\angle b + 86° = 180°,\ \angle a + 2\angle b = 94° \cdots$ ②

①, ②를 연립방정식으로 풀면, $\angle a = 30°,\ \angle b = 32°$

$\therefore \angle\mathrm{A} = 60°, \angle\mathrm{B} = 64°$이므로,

$\therefore\ \angle\mathrm{C} = 180° - (60° + 64°) = 56°$

2. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$

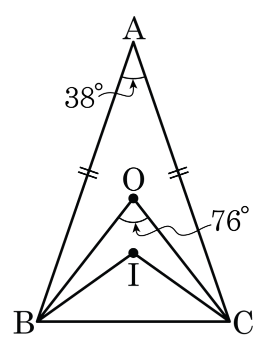
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

3. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

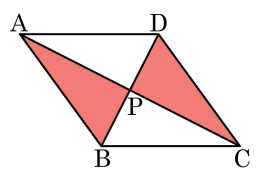
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

4. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 70cm^2 일 때, $\triangle\text{ABP}+\triangle\text{DPC}$ 의 넓이를 구하여라.



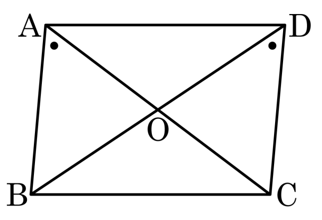
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $35\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$\triangle\text{ABP}+\triangle\text{DPC}=\square\text{ABCD}\times\frac{1}{2}$$
$$=70\times\frac{1}{2}=35(\text{cm}^2)$$

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = \angle BDC$ 일 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 마름모 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설

$\angle BAC = \angle DCA$ (엇각) 이고 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 대각선의 길이가 같다.
따라서 직사각형이다.

6. 다음 보기 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건을 모두 골라라.

㉠ 한 내각이 90° 이다.
㉡ 두 대각선의 길이가 같다.
㉢ 두 대각선이 직교한다.
㉣ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

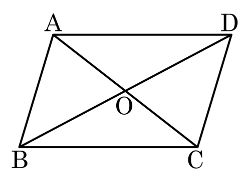
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직으로 만나야 한다. ㉠, ㉡ 은 직사각형이 되는 조건이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모가 될 조건을 골라라.



㉠ $\overline{AB}=\overline{AD}$	㉡ $\overline{AO}=\overline{AD}$	㉢ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
㉣ $\overline{BO}=\overline{OC}$	㉤ $\angle A=90°$	

▶ 답 :

▶ 답 :

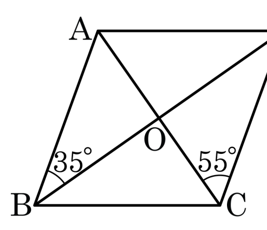
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직으로 만나야 한다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ADO$ 의 크기는?

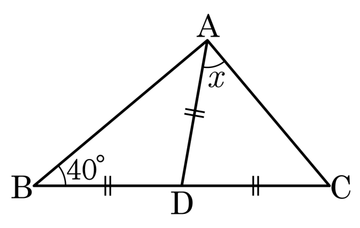


① $25°$ ② $32°$ ③ $35°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\angle ABD = \angle BDC = 35°$,$\angle DOC = 90°$ 이므로 □ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\angle ADO = 35°$

9. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이고 $\mathrm{B} = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

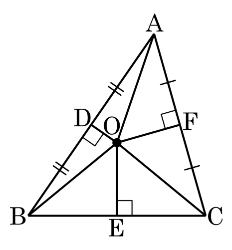
해설

$\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{BAD} = 40°$ 이므로

$\angle \mathrm{ADC} = 40° + 40° = 80°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

10. 다음 그림을 보고, 다음 중 크기가 같은 것끼리 묶은 것이 아닌 것은?



① $\overline{AO} = \overline{OC}$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\angle OEB = \angle OEC$

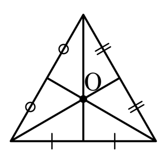
④ $\angle OBE = \angle OCE$

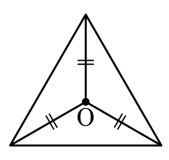
⑤ $\angle DOB = \angle FOC$

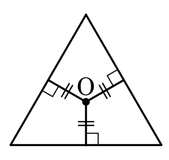
해설

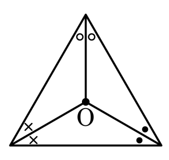
$\angle DOB = \angle DOA$ 이고 $\angle FOC = \angle FOA$ 이다.

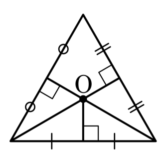
11. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


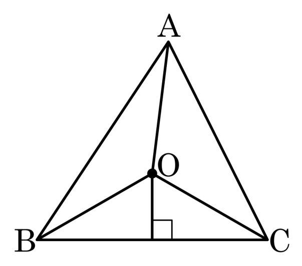
④


⑤


해설

내심 ③,④
외심 ②,⑤

12. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



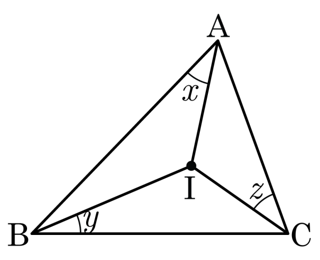
① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$

④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

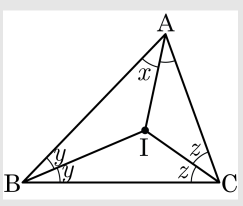
13. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\qquad)^{\circ}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

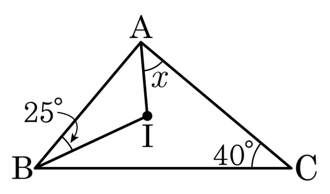
해설



$2(x+y+z) = 180^{\circ}$

$\therefore\ x+y+z = 90^{\circ}$

14. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내심일 때, $\angle \mathrm{IBA} = 25°$, $\angle \mathrm{BCA} = 40°$이다. $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 45°

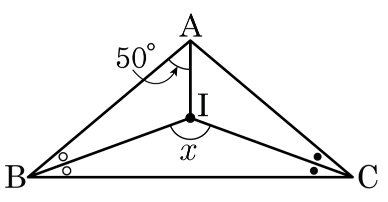
해설

$\angle \mathrm{B} = 2 \times 25° = 50°$

$\angle \mathrm{A} = 180° - (40° + 50°) = 90°$

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{IAC} = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

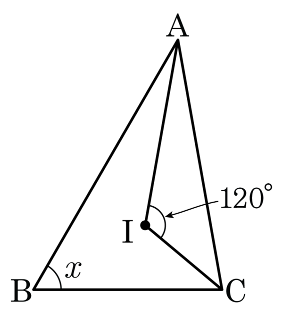


① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

16. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 60°

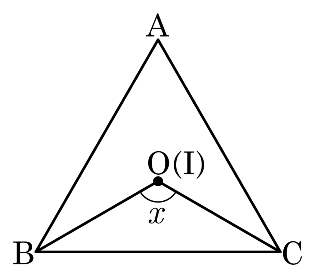
해설

$\frac{x}{2} + 90° = 120°,$

$\frac{x}{2} = 30°$

$\therefore\ x = 60°$

17. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



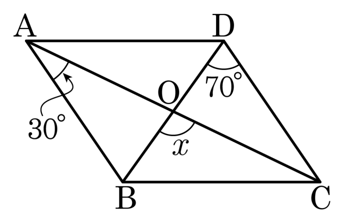
$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 (   ) 이고, $\angle BOC = (\quad)^\circ$ 이다.

① 직각삼각형, 90
② 직각삼각형, 120
③ 이등변삼각형, 60
④ 정삼각형, 90
⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
$\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.
따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



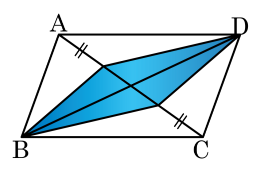
① 80°　② 85°　③ 90°　④ 95°　⑤ 100°

해설

$\angle ABO = \angle ODC = 68^\circ$ (엇각)

$\angle x = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?

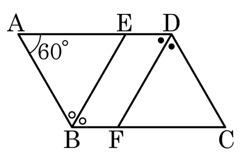


① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.
그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

20. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① 60° ② 80° ③ 100°

④ 120° ⑤ 140°

해설

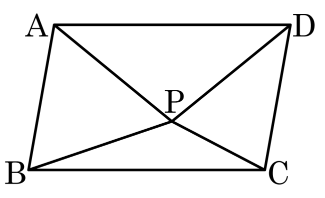
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

21. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PAB 의 넓이가 $30\mathrm{cm}^2$, $\triangle$PCD 의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square$ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $100\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

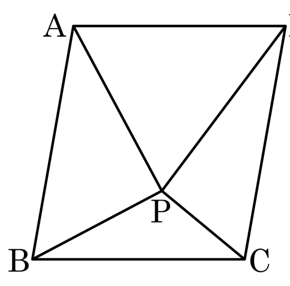
해설

$\triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PDC} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$ 이므로

$30 + 20 = \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$

$\therefore \square\mathrm{ABCD} = 100\mathrm{cm}^2$

22. 다음 평행사변형 ABCD 는 내부에 점 P 를 잡고 각 점을 연결한 그림이다. $\triangle PAB = 12\text{cm}^2$, $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이와 평행사변형 ABCD 의 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▶ 답: ______ cm^2

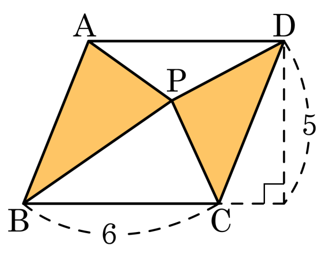
▷ 정답: $\triangle PBC = 7\,\text{cm}^2$

▷ 정답: $\square ABCD = 44\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $12 + 10 = 15 + \triangle PBC$, $\triangle PBC = 7(\text{cm}^2)$, $\square ABCD = 44(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡았을 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?

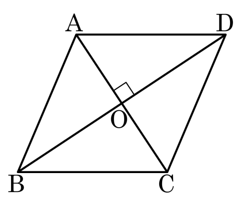


① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이다.
평행사변형의 넓이가 $5 \times 6 = 30$이므로
$\triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

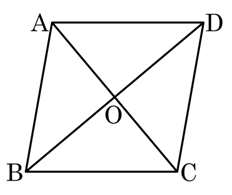


① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이면 평행사변형 ABCD 는 마름모가 된다.

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되기 위한 조건은?

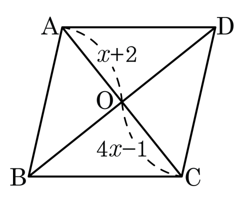


① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
② $\overline{AC} \perp \overline{AD}$
③ $\angle B + \angle C = 180°$
④ $\overline{BD} = 2\overline{OD}$
⑤ $\angle A = \angle C$

해설

① : 마름모는 대각선이 서로를 수직이등분한다.
③, ④, ⑤ : 평행사변형의 성질

26. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{AO} = x + 2$, $\overline{OC} = 4x - 1$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



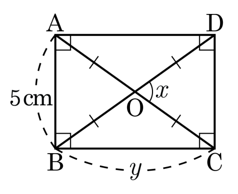
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 ABCD 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 마름모이다.
$\overline{AO} = \overline{OC}$ 이므로 $x + 2 = 4x - 1$, $3x = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 $\overline{OC} = 4x - 1 = 3$ 이다.

27. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답: _____ °

▶ 답: _____ cm

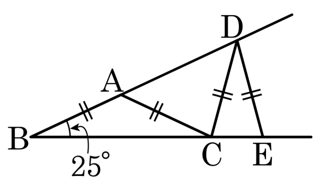
▷ 정답: $\angle x = 90$ °

▷ 정답: $y = 5$ cm

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 $90°$ 이므로 $\angle x = 90°$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\mathrm{cm})$

28. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이다. $\angle B = 25°$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



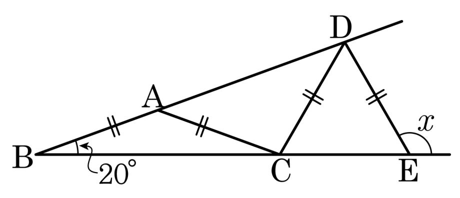
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답: $30°$

해설

$\angle CAD = 50°$
$\angle ACD = 180° - (50° \times 2) = 80°$
$\angle DCE = 180° - (25° + 80°) = 75°$
$\angle CDE = 180° - (75° \times 2) = 30°$

29. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DE}$ 이고 $\angle B=20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 120°

해설

삼각형의 외각의 크기는 다른 두 내각의 합과 같으므로

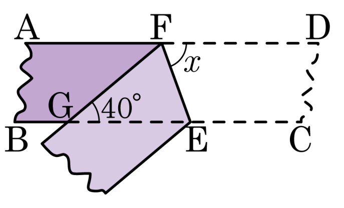
$\angle CAD=\angle ABC+\angle ACB=40°$

$\angle ACD=180°-(40°\times 2)=100°$

$\angle DCE=20°+40°=60°$

$\angle x=180°-60°=120°$

30. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle FGE = 40°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

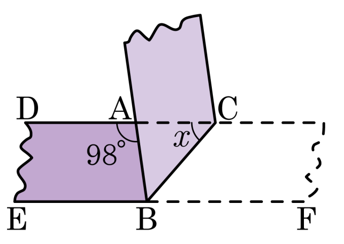
종이 테이프를 접으면 $\angle DFE = \angle GFE = \angle x$이고

$\angle DFE = \angle GEF = \angle x$ (엇각)

$\angle GFE = \angle GEF = \angle x$

$\angle x = \dfrac{180° - 40°}{2} = 70°$

31. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접을 때, $\angle x$의 크기는?

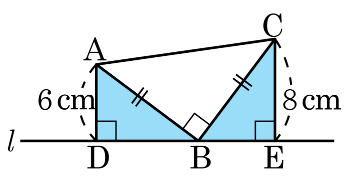


① $45°$ ② $46°$ ③ $47°$ ④ $48°$ ⑤ $49°$

해설

종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle FBC$이고
$\angle CBF = \angle BCA = \angle x$ (엇각)
$\therefore \angle ABC = \angle x$
$\angle DAB = \angle ABF = 98°$
$\therefore \ \angle x = \dfrac{98°}{2} = 49°$

32. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{AD}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



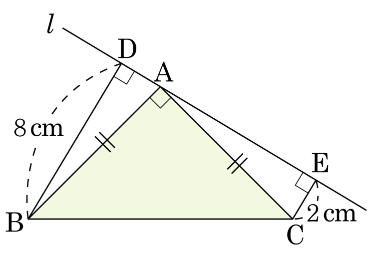
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고,
$\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BCE}$ ($\because$ $\angle\mathrm{ABD} + 90° + \angle\mathrm{CBE} = 180°$, $\angle\mathrm{BCE} + \angle\mathrm{CBE} + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{CE}}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2배를 하면 된다.
$$2\left(\frac{1}{2}\times 8\times 6\right) = 48(\mathrm{cm}^2)$$

33. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선 l이 있다. 두 꼭짓점 B, C에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 34 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle DBA \equiv \triangle EAC$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{BD} = 8\,\text{cm}$

$\overline{DA} = \overline{EC} = 2\,\text{cm}$

$\therefore$ (△ABC의 넓이)

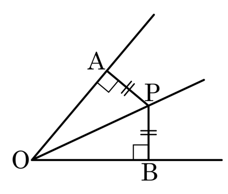
$= $ (사다리꼴□DBCE의 넓이) $-2 \times$ (△ABD의 넓이)

$$= \left\{\frac{1}{2} \times (2+8) \times 10\right\} - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 2\right)$$

$= 50 - 16$

$= 34(\text{cm}^2)$

34. 다음 그림에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이고 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 일 때, 다음 중 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AO} = \overline{BO}$	㉡ $\angle APO = \angle BPO$
㉢ $\angle AOB = \angle APB$	㉣ $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
㉤ $\angle AOP = \angle BOP$	㉥ $\overline{OA} = \overline{OP}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

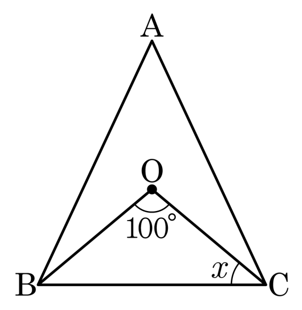
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동)이다.
㉢ $\angle AOB \neq \angle APB$
㉥ $\overline{OA} \neq \overline{OP}$

35. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

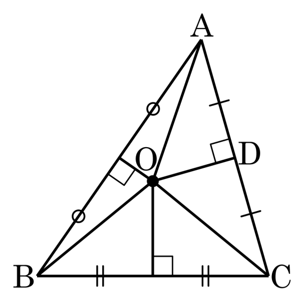


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

36. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



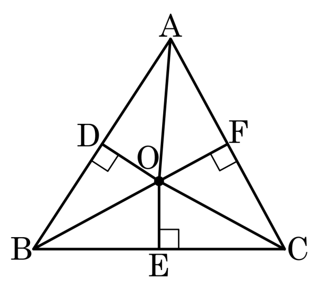
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의
수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \boxed{}$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \boxed{}$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

37. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

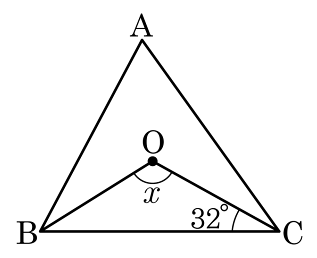


① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$
② $\overline{AF} = \overline{CF}$
③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
④ $\angle DAO = \angle DBO$
⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

38. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 번에서 만나는 점이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___ °

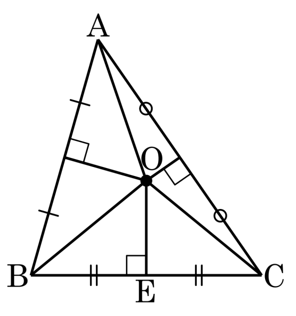
▷ 정답 : 116 °

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\angle x = 180° - 2 \times 32° = 116°$ 이다.

39. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.

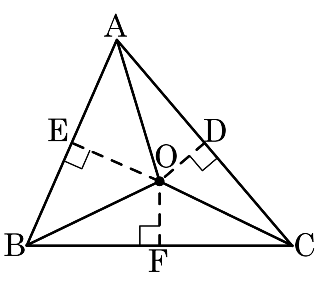


점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA}$ = (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB}$ = (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE}$ = (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설
$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

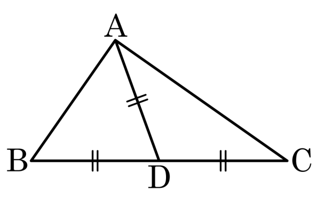
40. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① △OBE ≡ △OBF ② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE ④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설
△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

41. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 <u>없는</u> 삼각형의 종류는 무엇인가?



① 이등변삼각형 ② 정삼각형

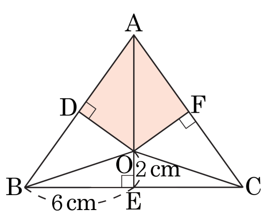
③ 직각삼각형 ④ 직각이등변삼각형

⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

42. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\triangle ABC = 50\,cm^2$일 때, $\square ADOF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 19 cm^2

해설

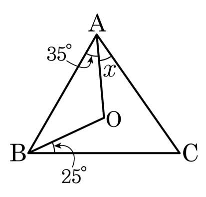
$\triangle OBE = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(cm^2)$

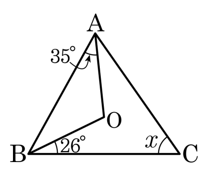
또한, $\triangle OBE \equiv \triangle OCF$, $\triangle OCF \equiv \triangle OAF$, $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$(RHS 합동)이므로

$$\begin{aligned}\triangle OBE + \triangle OCF + \triangle OAD &= \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25(cm^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \square ADOF &= \triangle AOD + \triangle AOF \\ &= \triangle AOD + \triangle COF \\ &= 25 - 6 \\ &= 19(cm^2)\end{aligned}$$

43. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. 이때, (1), (2)의 $\angle x$의 크기의 합을 구하시오.

(1) 

(2) 

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

▷ 정답 : $85\underline{\circ}$

해설

(1) $\angle x + 25° + 35° = 90°$ $\quad \therefore \ \angle x = 30°$

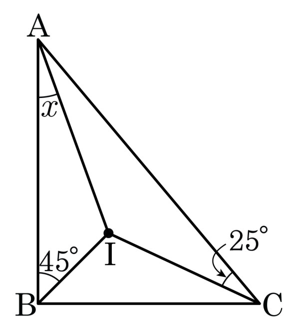
(2) $\angle x = 26° + \angle OCA$,

$\angle OCA + 35° + 26° = 90°$, $\angle OCA = 29°$

$\therefore \angle x = 55°$

$\therefore \ 30° + 55° = 85°$

44. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때 $\angle x$ = (   )° 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

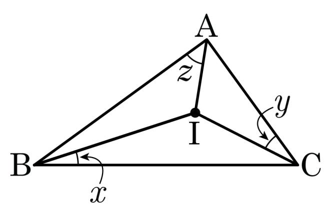
해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로

$\angle x + 45° + 25° = 90°$

$\therefore\ \angle x = 20°$

45. 다음 그림의 $\triangle ABC$에 대하여 점 I는 내심이고, $x : y : z = 2 : 3 : 5$이다. 이때, $\angle y + \angle z$ 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $72\underline{°}$

해설

$\angle x + \angle y + \angle z = 90°$

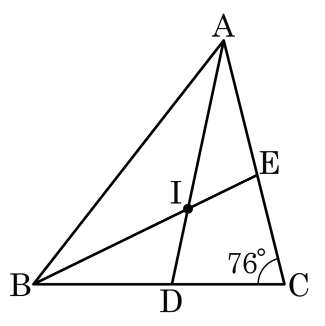
$x : y : z = 2 : 3 : 5$이므로 $\angle x = 2k$, $\angle y = 3k$, $\angle z = 5k$이다.

$2k + 3k + 5k = 90°$, $k = 9$

$\therefore \angle x = 18°$, $\angle y = 27°$, $\angle z = 45°$

$\therefore \angle y + \angle z = 27° + 45° = 72°$

46. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190°　② 195°　③ 201°　④ 204°　⑤ 205°

해설

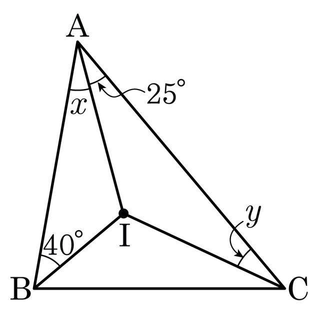
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

47. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\angle x = 25$ °

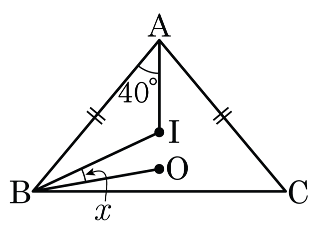
▷ 정답 : $\angle y = 25$ °

해설

$\angle x = \angle \mathrm{IAC} = 25°$

$\angle y = 90° - (25° + 40°) = 25°$

48. 다음 그림에서 I, O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심, 외심일 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때,
$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로
$\angle A = 80°$, $\angle BOC = 160°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때,
$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 80° + 90° = 130°$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 10°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 50° = 25°$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 25° - 10° = 15°$ 이다.

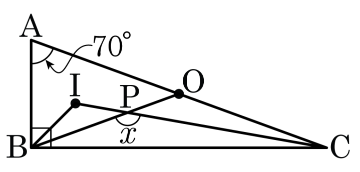
49. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

50. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



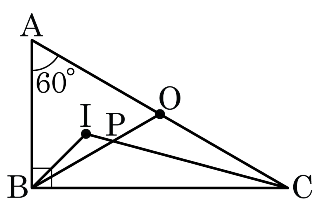
① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$
따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

51. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



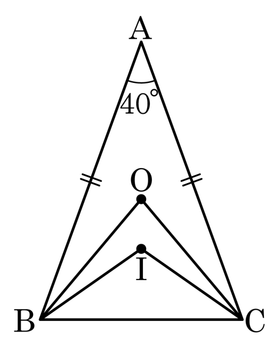
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow \angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로
$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. ⋯㉡
㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.
$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$

52. 다음 그림에서 점 O 는 이등변삼각형 ABC 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle IBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___ °

▷ 정답 : 25 °

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40° = 80°$

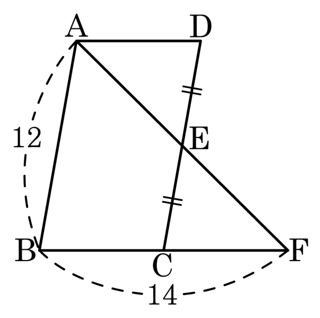
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$

점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로

$\angle OBI = \angle IBC = 25°$

53. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E , $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이는?

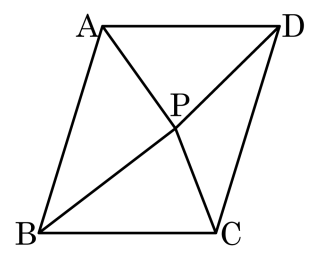


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle \mathrm{ADE} \equiv \triangle \mathrm{FCE}(\mathrm{SAS})$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{FC}}$
$\square \mathrm{ABCD}$ 가 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{FC}} = \overline{\mathrm{AD}}$
$2 \times \overline{\mathrm{BC}} = 14$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 7$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = 7$ 이다.

54. 다음 그림과 같이 밑변의 길이가 6cm, 높이가 7cm 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PCD 의 넓이가 7cm^2 일 때, $\triangle$ABP 의 넓이를 구하여라.



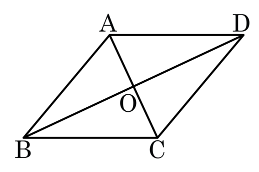
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답: $14\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{ABP} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이다.
밑변의 길이가 6cm, 높이가 7cm 인평행사변형이므로
평행사변형의 넓이는 $6 \times 7 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.
$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{PCD} = 42 \times \frac{1}{2} = 21(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 $\triangle\text{PCD} = 7\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle\text{ABP} = 21 - 7 = 14(\text{cm}^2)$ 이다.

55. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 아닌 것을 모두 고르면? (2 개)



① $\overline{AC} = \overline{BD}$

② $\overline{AB} = \overline{AD}$

③ $\angle BCD = \angle CDA$

④ $\angle ABD = \angle DBC$

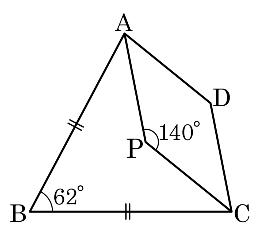
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \frac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

56. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다.$\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 69° ② 73° ③ 76°
④ 79° ⑤ 82°

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면
$\angle BCA = (180° - 62°) \div 2 = 59°$
$\angle ACD = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 79°$

57. 다음 보기의 설명 중 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$인 평행사변형은 정사각형이다.

㉣ 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 마름모이다.

㉤ 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

㉥ 한 내각의 크기가 $90°$인 마름모는 정사각형이다.

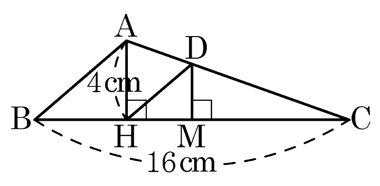
㉦ 두 대각선의 길이가 같은 마름모는 직사각형이다.

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$인 평행사변형은 직사각형이다.
㉣ 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
㉦ 두 대각선의 길이가 같은 마름모는 정사각형이다.

58. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle DHC$ 의 넓이는?



① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$

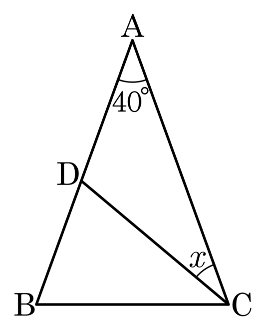
④ $14\,cm^2$ ⑤ $16\,cm^2$

해설

$\overline{AM}$ 을 그으면, $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로,

$\triangle DHC = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC = 16\ (cm^2)$

59. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

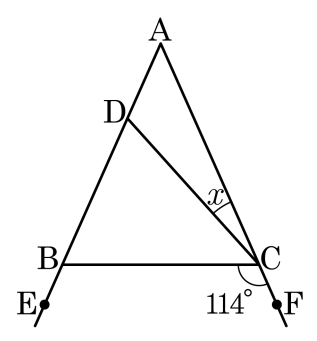
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

60. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $18°$　② $24°$　③ $30°$　④ $36°$　⑤ $42°$

해설

$\triangle ABC$에서

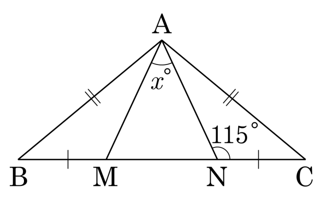
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

61. $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BM}=\overline{CN}$이고, $\angle ANC=115°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

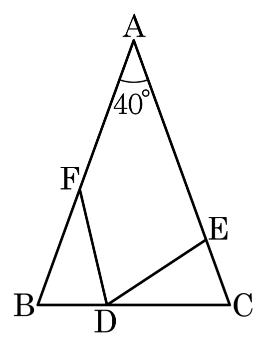
▷ 정답 : $50°$

해설

이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$이고
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BM}=\overline{CN}$이므로
$\triangle ABM\equiv\triangle ACN$(SAS 합동)
$\therefore\ \overline{AM}=\overline{AN}$

즉, $\triangle AMN$이 이등변삼각형이므로
$\angle AMN=\angle ANM=180°-115°=65°$
$\therefore\ x=180°-(65°\times 2)=50°$

62. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

▷ 정답 : 70 $\underline{°}$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

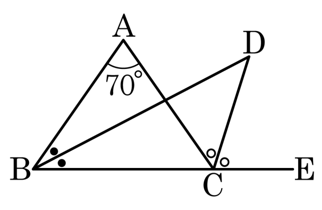
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

63. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

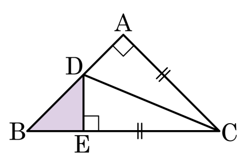
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)\\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°)\\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)\\ &= 180° - 145°\\ &= 35°\end{aligned}$$

64. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?

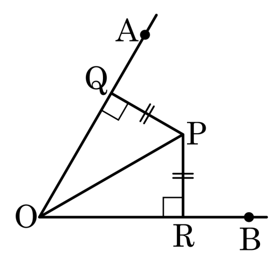


① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$
④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

65. 다음 그림과 같이 ∠AOB 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 ∠AOB 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 △QOP ≡ △ROP 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

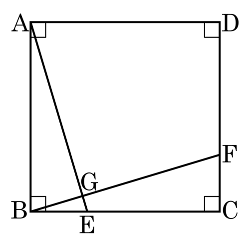
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

66. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE+\angle BEG$ 의 크기는?

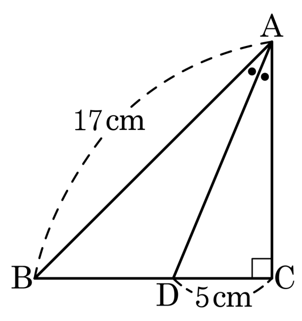


① 70° ② 80° ③ 90°
④ 100° ⑤ 110°

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)
$\angle GBE=\angle FBC=\angle EAB$, $\angle GEB=\angle AEB=\angle BFC$, $\angle EAB+\angle BFC=90°$
$\therefore 90°$

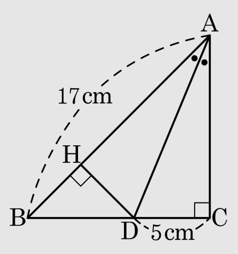
67. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} =$ 17cm, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$
④ $33\,\text{cm}^2$ ⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

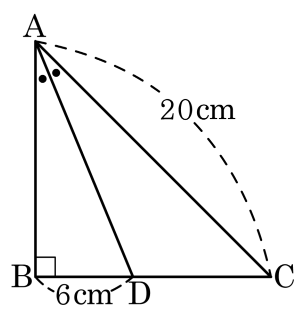


$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17\times5\times\frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5\times12\times\frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

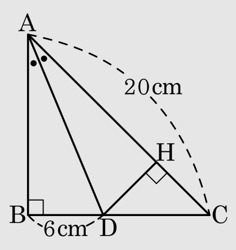
68. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

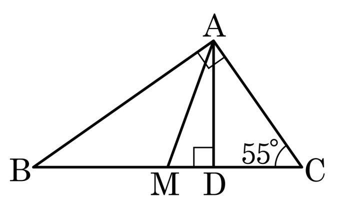
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

69. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

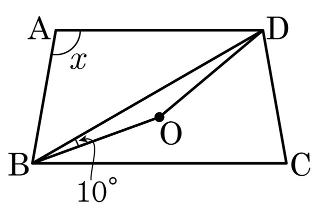


① 70°　② 75°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$
$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

70. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABD 와 $\triangle$BDC 의 외심이다. $\angle$OBD $= 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

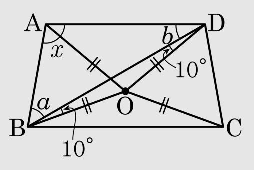
▷ 정답 : 100°

해설

점 O 는 $\triangle$BDC 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$

$\triangle$ODB 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10°$

$\therefore\ \angle DOB = 180° - 20° = 160°$



점 O 는 $\triangle$ABD 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

$\triangle$ABO 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10°$

$\triangle$ADO 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10°$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 360° 이므로

$\angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB$

$= (a + 10°) + (a + 10° + b + 10°) + (b + 10°) + 160°$

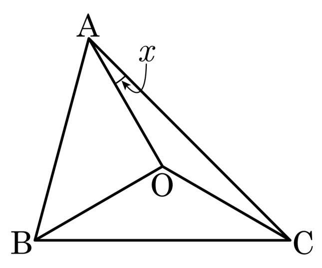
$= 2a + 2b + 200°$

$= 360°$

$\therefore\ a + b = 80°$

$\therefore\ \angle A = a + b + 20° = 80° + 20° = 100°$

71. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle$ABC의 외심이고, $\angle$AOB : $\angle$BOC : $\angle$COA = 3 : 4 : 5일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$　② $15°$　③ $20°$　④ $25°$　⑤ $30°$

해설

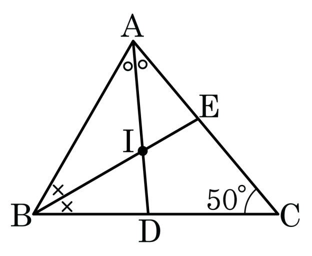
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

72. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 50°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합을 구하여라.



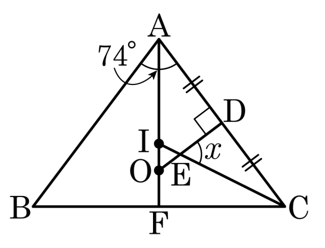
▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $165°$

해설

점 I는 내심이므로
$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면
$\triangle ABC$에서 $2\angle x + 2\angle y + 50° = 180°$,
$\therefore \angle x + \angle y = 65°$
$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50° + \angle x$
$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50° + \angle y$
$\therefore\ \angle ADB + \angle AEB = 100° + \angle x + \angle y = 165°$

73. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

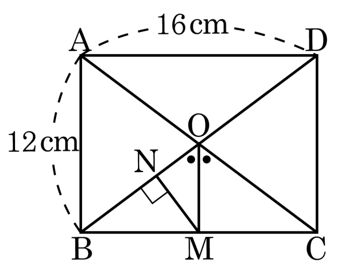
해설

$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$

$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.

74. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = 20\,\text{cm}$ 이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4.8 cm

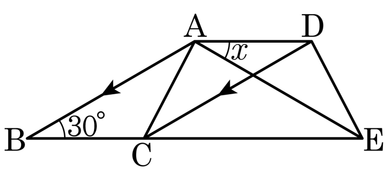
해설

$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10\,(\text{cm})$

$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{MN}$

$\therefore\ \overline{MN} = 4.8\,(\text{cm})$

75. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} \,//\, \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



▶ 답: ______°

▷ 정답: 30°

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} \,//\, \overline{CE}$이므로

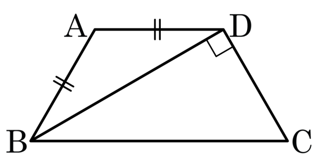
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

76. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle BDC=90°$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad}°$

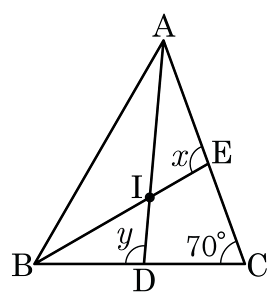
▷ 정답: $60°$

해설

$\angle ADB=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C+\angle C=90°$이므로, $\angle C=60°$

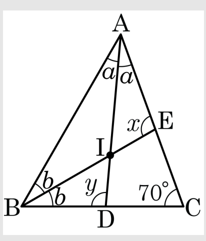
77. 다음 그림의△ABC 에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175° ② 185° ③ 195° ④ 205° ⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

△ABC 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

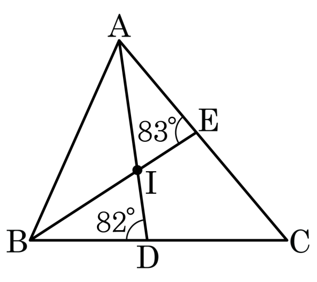
△BCE 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, △ADC 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

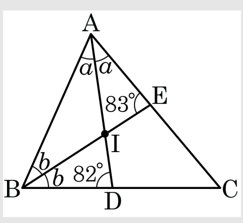
78. 다음 그림에서 점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AEB = 83^\circ, \angle ADB = 82^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}\,^\circ$

▷ 정답 : $50\,^\circ$

해설



$\angle A = 2\angle a, \angle B = 2\angle b$ 라 하면 $\triangle ABE$ 에서

$2\angle a + \angle b + 83^\circ = 180^\circ \cdots$ ㉠

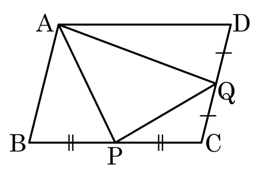
$\triangle ABD$ 에서, $\angle a + 2\angle b + 82^\circ = 180^\circ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $\angle a = 32^\circ, \angle b = 33^\circ$

따라서 $\triangle ABC$ 에서, $\angle A + \angle B + \angle C = 64^\circ + 66^\circ + \angle C = 180^\circ$

$\therefore \angle C = 50^\circ$

79. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 $32\mathrm{cm}^2$ 일 때, △APQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABP = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 32 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 32 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 32 = 4\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle APQ = 32 - (8 + 8 + 4) = 12\ (\mathrm{cm}^2)$