

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

② $a^2 \times (b^3)^2 = a^2 \times b^{3+2} = a^2b^5$

③ $(a^3)^2 \times (b^3) = a^6b^3$

④ $(a^2)^2 \times (a^3)^2 = a^{2+2} \times a^{3+2} = a^4 \times a^5 = a^{4 \times 5} = a^{20}$

⑤ $(x^3)^2 \times (y^2)^3 = x^6y^6$

해설

① $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$

② $a^2 \times (b^3)^2 = a^2 \times b^{3 \times 2} = a^2b^6$

③ $(a^3)^2 \times (b^3) = a^6b^3$

④ $(a^2)^2 \times (a^3)^2 = a^{2 \times 2} \times a^{3 \times 2} = a^4 \times a^6 = a^{4+6} = a^{10}$

⑤ $(x^3)^2 \times (y^2)^3 = x^6y^6$

2. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, \square 안에 알맞은 식은?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

\square 를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

3. $\left(-\frac{x}{3y^2}\right)^3$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x^3}{27y^6}$

② $-\frac{x^3}{27y^6}$

③ $-\frac{x^6}{27y^6}$

④ $\frac{x^6}{27y^6}$

⑤ $-\frac{x^3}{27y^3}$

해설

$$\left(-\frac{x}{3y^2}\right)^3 = -\frac{x^3}{27y^6}$$

4. $(-ab^x)^3 \div ab^2 = -a^y b^7$ 일 때, $x - y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} -a^3 b^{3x} \times \frac{1}{ab^2} &= -a^2 b^{3x-2} \\ &= -a^y b^7 \end{aligned}$$

$$x = 3, y = 2$$

$$\therefore x - y = 1$$

5. $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 이다. 이때, $x + y + z$ 의 값은?

① 8

② 10

③ 14

④ 21

⑤ 25

해설

$$2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

이므로

$x = 8, y = 4, z = 2$ 이다.

그러므로 $x + y + z = 8 + 4 + 2 = 14$ 이다.

6. $2^x \times 2^2 = 64$ 이고 $2^5 + 2^5 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$2^{x+2} = 2^6$ 이므로 $x = 4$ 이고

$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6 = 2^y$ 이므로 $y = 6$ 이다.

따라서 $x + y = 4 + 6 = 10$ 이다.

7. 다음 결과 중 옳은 것은?

① $a^2 \times a^4 = a^8$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^5b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^6b^7$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{11}b^3$

해설

① $a^2 \times a^4 = a^6$

② $(a^2)^3 \times (b^2)^2 = a^6b^4$

③ $(a^3)^2 \times a^2 \times (b^3)^2 = a^{6+2}b^6 = a^8b^6$

④ $(a^4)^2 \times (b^3)^2 \times b^2 = a^8b^{6+2} = a^8b^8$

⑤ $2(a^2)^5 \times a^4 \times \frac{1}{2}b^3 = a^{10+4}b^3 = a^{14}b^3$

8. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

9. 다음 중 $a^{12} \div a^2 \div a^4$ 과 계산 결과가 같은 것은?

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$

③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

$a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ 이다.

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$

③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

10. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

11. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^5}$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^m y^{2m}} = \frac{x^{6-m}}{y^{2m-3}} = \frac{x^n}{y^5}$$

$$6 - m = n, 2m - 3 = 5$$

$$\therefore m = 4, n = 2$$

$$\therefore m - n = 2$$

12. $\left(\frac{3x^a}{y}\right)^b = \frac{27x^6}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{3^b x^{ab}}{y^b} = \frac{27x^6}{y^c}$$

$$3^b = 27, b = 3$$

$$x^{3a} = x^6, a = 2$$

$$b = c = 3$$

$$\therefore a + b - c = 2 + 3 - 3 = 2$$

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = xy^{12}$

② $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 4x^4y^4$

③ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = y^6$

④ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = ab^9$

⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = 6$

해설

① $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = \frac{y^6}{x^3} \times x^4y^6 = xy^{12}$

② $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2$
 $= 12x^5 \times \left(\frac{1}{-3xy^2}\right) \times y^6 = -4x^4y^4$

③ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \frac{x^4}{y} \times y^6 \times \frac{y^2}{x^4} = y^7$

④ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = \frac{b^3}{a^3} \times a^2b^6 \times a^2 = ab^9$

⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right) \times \left(\frac{2^4}{3^2}\right) = 3 \times 2 = 6$

14. $(-64x^3y^4) \times \square \div 4x^2y^3 = -4x^2y$ 의 \square 안에 알맞은 식은?

① $\frac{1}{3}x$

② $\frac{1}{4}x$

③ $\frac{1}{5}x$

④ $-\frac{1}{3}x$

⑤ $-\frac{1}{4}x$

해설

$$(-64x^3y^4) \times \square \div 4x^2y^3 = -4x^2y$$

$$(-64x^3y^4) \times \square \times \frac{1}{4x^2y^3} = -4x^2y$$

$$\square = -4x^2y \times 4x^2y^3 \times \frac{1}{-64x^3y^4}$$

$$\square = \frac{1}{4}x$$

15. a 가 1 이 아닌 양의 정수일 때, 옳은 것은?

① $(a^2)^3 \times a^5 = a^{10}$

② $a^4 \times a^2 = a^8$

③ $(a^3)^3 = a^6$

④ $a^4 \div a^4 = 0$

⑤ $(2a^3)^2 = 4a^6$

해설

① $a^6 \times a^5 = a^{11}$

② $a^4 \times a^2 = a^6$

③ $(a^3)^3 = a^9$

④ $a^4 \div a^4 = 1$

16. $3^5 \div 3^a = \frac{1}{27}$, $16 \times 32 \div 2^b = 16$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$3^5 = 3^a \times \frac{1}{27} = 3^{a-3} \text{ 이므로 } a = 8 \text{ 이다.}$$

$$2^{4+5-b} = 2^4 \text{ 이므로 } b = 5 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a + b = 8 + 5 = 13 \text{ 이다.}$$

17. $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 4, b = 2, c = 1, d = 1$ 이다.

따라서 $a + b + c + d = 8$ 이다.

18. $5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$ 을 계산하면?

① $(5^2)^7$

② $(5^7)^2$

③ 5×7^2

④ $(5 \times 7)^2$

⑤ 7×5^2

해설

$5^2 = x$ 라 하면 $x \times 7 = 7x$ 이다.

$7x$ 에 x 의 값 5^2 을 대입하면 7×5^2 이다.

19. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 16^x 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것을 고르면?

① $8a^3$

② $8a^4$

③ $16a^3$

④ $16a^4$

⑤ $32a^4$

해설

$$a = 2^{x-1}, 2^x = 2a$$

$$16^x = (2^4)^x = (2^x)^4 = (2a)^4 = 16a^4$$

20. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8자리의 수

② 9자리의 수

③ 10자리의 수

④ 11자리의 수

⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

21. $125^{x+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-11}$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(5^3)^{x+2} = 5^{-2x+11}$$

$$3(x+2) = -2x+11$$

$$3x+6 = -2x+11$$

$$\therefore x = 1$$

22. $2^{x+4} = 4^{2x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{x+4} = 2^{2(2x-1)}$$

$$x + 4 = 2(2x - 1)$$

$$3x = 6$$

$$\therefore x = 2$$

23. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

24. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

25. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

① 6

② 9

③ 11

④ 16

⑤ 17

해설

$$3^6 + 3^6 + 3^6 = 3^6 \times 3 = 3^7$$

$$5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 = 5^6 \times 5 = 5^7$$

$$4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 = 4^6 \times 4 = 4^7$$

$$2^6 + 2^6 = 2^6 \times 2 = 2^7$$

$$\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6}$$

$$= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore m + n = 5 + 6 = 11$$

26. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

27. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned}81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3}\end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

28. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$\text{(좌변)} = 3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3}$$

$$\text{(우변)} = 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$$

$$3^{x+3} = 3^{12} \text{ 에서 } x+3 = 12 \quad \therefore x = 9$$

29. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

30. $10^a = 2$, $10^b = 5$ 라고 할 때, $5^{\frac{2a+3b}{1-a}}$ 을 계산한 값은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

$$\begin{aligned}5^{\frac{2a+3b}{1-a}} &= \left(\frac{10}{2}\right)^{\frac{2a+3b}{1-a}} = \left(\frac{10}{10^a}\right)^{\frac{2a+3b}{1-a}} \\ &= (10^{1-a})^{\frac{2a+3b}{1-a}} = 10^{2a+3b} \\ &= 10^{2a} \cdot 10^{3b} = 2^2 \cdot 5^3 = 500\end{aligned}$$