

1. 다음 두 직선의 방정식의 교점이 $(-1, 2)$ 인 것끼리 짝지은 것은?

① $3x + y = 8, -x + y = 4$

② $2x + y = 10, x - y = 1$

③ $3x - 2y = 9, x + 4y = 17$

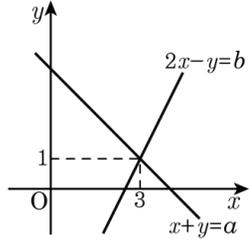
④ $x - y = -3, 3x - y = -5$

⑤ $3x + y = 5, x + 2y = 5$

해설

$(-1, 2)$ 를 각각의 방정식에 대입하여 본다.

2. 다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=b \end{cases}$ 를 풀기 위해 그린 것이다.
이 때, $2b-a$ 의 값은?



- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 14

해설

$$\begin{cases} x+y=a \\ 2x-y=b \end{cases} \text{ 에 } (3,1) \text{ 을 대입하면 } a=4, b=5 \text{ 가 나온다.}$$

$$\text{따라서 } 2b-a=10-4=6$$

3. 두 점 A(2, 5), B(-1, 3)의 중점을 지나고, $2x - y = 4$ 의 그래프에 평행한 직선의 방정식을

$ax + by - 2 = 0$ 이라 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -\frac{4}{3}$

▷ 정답: $b = \frac{2}{3}$

해설

두 점 A, B의 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{2-1}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

또, 구하는 직선의 기울기는 $2x - y = 4$, 즉, $y = 2x - 4$ 와 평행하므로 기울기는 2이다.

즉, 기울기가 2이고 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 를 지나는 직선의 방정식을 $y = 2x + m$ 이라 하면

$$4 = 2 \times \frac{1}{2} + m \quad \therefore m = 3$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 2x + 3$ 이고

$$ax + by - 2 = 0$$

$$-ax + 2 = by$$

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{2}{b}$$

와 일치하므로 $-\frac{a}{b} = 2, \frac{2}{b} = 3$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

4. x, y 에 관한 일차방정식 $\begin{cases} ax - y + 6 = 0 \\ 2x - y - b = 0 \end{cases}$ 의 그래프에서 두 직선의
해가 무수히 많을 때, $a + b$ 의 값은?

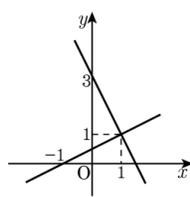
① -4 ② -3 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} &= \frac{-1}{-1} = \frac{6}{-b} \text{ 이므로} \\ a = 2, b = -6 &\quad \therefore a + b = -4 \end{aligned}$$

5. 다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=3 \\ x-2by=-1 \end{cases}$ 의 그래프이다. $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

연립방정식에 교점 (1, 1) 을 대입
 $ax+y=3, a+1=3, a=2,$
 $x-2by=-1, 1-2b=-1, b=1,$
 $a+b=2+1=3$

6. 두 직선 $\begin{cases} ax + 4y = 15 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값은?

- ① 8 ② 4 ③ 0 ④ -8 ⑤ -4

해설

두 직선이 평행하면 해가 없다.
두 식의 기울기가 같아야 한다.

$$\frac{a}{2} = \frac{4}{-1} \neq \frac{15}{7}$$

$$\therefore \frac{a}{2} = -4, a = -8$$

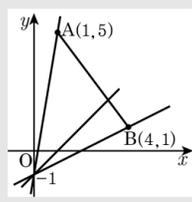
7. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 5)$, $B(4, 1)$ 이 있다. 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프가 \overline{AB} 와 만나도록 하는 정수 a 값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$y = ax - 1$ 의 그래프는 a 의 값에 관계없이 $(0, -1)$ 을 지나므로 \overline{AB} 와 만나는 경우는 다음과 같아야 한다.

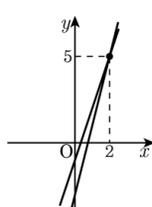


$(1, 5)$ 를 지날 때 기울기 $a = \frac{5+1}{1-0} = 6$

$(4, 1)$ 을 지날 때 기울기 $a = \frac{1+1}{4-0} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} \leq a \leq 6$ 정수 a 는 1, 2, 3, 4, 5, 6 이므로 합은 21 이다.

8. 다음 그림은 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 3 \\ 3x + by = 1 \end{cases}$ 의 그래프를 그린 것이다. 이때 $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$x = 2, y = 5$ 를 각 일차방정식에 대입하면
 $6 + 5b = 1, b = -1$ 이고 $2a + 5 \times (-1) = 3, a = 4$ 이다.
 $\frac{a}{b} = \frac{4}{-1} = -4$ 이다.

9. 일차함수 $ax+y=2$ 의 그래프가 $y=x+4$ 와 제 3 사분면에서 만날 때, a 의 범위를 구하면?

- ① $a < -\frac{1}{2}$ ② $-1 < a < -\frac{1}{2}$ ③ $a > \frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{2} < a < 1$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$

해설

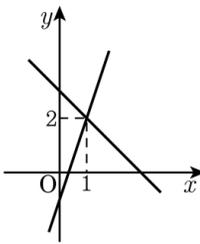
평행하거나 $(-4, 0)$ 과 만나는 직선 사이에서 움직여야하므로
 $y = -ax + 2$ 가 평행할 때는
 $-a = 1, a = -1$ 이고,

점 $(-4, 0)$ 과 만날 때의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 a 의 범위는 $-1 < a < -\frac{1}{2}$

10. 다음 그래프가 두 직선 $3x - y = 1$ 과 $ax + by = 2$ 를 그린 것일 때,

연립방정식 $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + by = 2 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $y = 2$

해설

연립방정식의 해는 두 직선의 교점의 좌표와 같다.
교점의 좌표가 (1, 2) 이므로 연립방정식의 해는 $(x = 1, y = 2)$

11. 세 직선 $ax+y+1=0$, $x+ay+1=0$, $x+y-1=0$ 의 교점이 1개일 때, $100a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -300

해설

$$\begin{cases} ax+y+1=0 & \dots ① \\ x+ay+1=0 & \dots ② \\ x+y-1=0 & \dots ③ \end{cases}$$

①-②를 하면 $ax-x+y-ay=0 \dots ④$

③을 $x=1-y$ 로 정리하여

④에 대입하면

$$a(1-y)-(1-y)+y-ay=0$$

$$a-ay-1+y+y-ay=0$$

$$\Rightarrow 2y-2ay=1-a$$

$$\Rightarrow 2y(1-a)=1-a$$

$$\Rightarrow 2y=1$$

$$\Rightarrow y=\frac{1}{2}$$

이고, $x=1-y$ 에 y 를 대입하면 $x=\frac{1}{2}$ 이다.

①에 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}+1=0$ 이므로

$$\frac{1}{2}a=-\frac{3}{2}, a=-3 \text{이다.}$$

따라서 $100a=-300$ 이다.

12. 세 직선 $4x + 3y + 6 = 0$, $2x - y + 8 = 0$, $x + 2y + a = 0$ 의 교점으로 삼각형이 만들어지지 않을 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$4x + 3y + 6 = 0$, $2x - y + 8 = 0$ 을 연립하면
 $x = -3$, $y = 2$
 $-3 + 4 + a = 0$
 $\therefore a = -1$

13. 다음 두 직선이 한 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

| | |
|---|--|
| $\textcircled{㉠} \begin{cases} 4x + y = 1 \\ 4x + y = -1 \end{cases}$ | $\textcircled{㉡} \begin{cases} y = 3x \\ y = -3x + 1 \end{cases}$ |
| $\textcircled{㉢} \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$ | $\textcircled{㉣} \begin{cases} 5x + y = 1 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$ |

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

두 직선이 한 점에서 만나는 것은 두 직선의 기울기가 다르다는 것이다. 따라서 기울기가 다른 것을 찾는다.

따라서 $\textcircled{㉡} \begin{cases} y = 3x \\ y = -3x + 1 \end{cases}$ 은 $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ -3x - y = -1 \end{cases}$ 이므로 $\frac{3}{-3} \neq$

$\frac{-1}{-1}$ 가 되어 기울기가 다르다.

$\textcircled{㉣} \begin{cases} 5x + y = 1 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$ 에서 $\frac{5}{5} \neq \frac{1}{-1}$ 이므로 기울기가 다르다.

14. 좌표평면 위에 두 점 A(2, 1), B(4, 5)가 있다. 직선 $y = ax + 2$ 가 AB와 만날 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

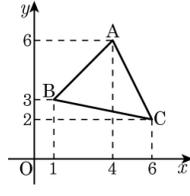
- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

해설

이 직선은 점 (0, 2)를 반드시 지나므로, a 의 값은 (2, 1)을 지날 때 최소, (4, 5)를 지날 때 최대이다.

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{4}$$

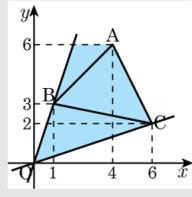
15. 다음 그림에서 일차함수 $y = ax$ 의 직선이 $\triangle ABC$ 와 교차할 때, a 의 값의 범위는?



- ① $\frac{1}{2} \leq a \leq 2$ ② $\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2} \leq a \leq 3$
 ④ $\frac{1}{3} \leq a \leq 3$ ⑤ $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

해설

$y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나므로



$y = ax$ 의 그래프가 $\triangle ABC$ 와 교차하기 위해서는 색칠한 부분을 지나야 한다.(경계선 포함)

점(6, 2)를 대입하면 $a = \frac{1}{3}$ 이고, 점(1, 3)을 대입하면 $a = 3$ 이다.

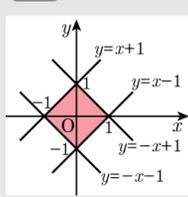
$\therefore \frac{1}{3} \leq a \leq 3$

16. 4개의 직선 $y = -x + 1$, $y = -x - 1$, $y = x - 1$, $y = x + 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



$$(\text{넓이}) = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$$

17. 일차방정식 $y = \frac{3}{2}x + 5$ 의 그래프와 방정식 $x = 2, y = -1$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

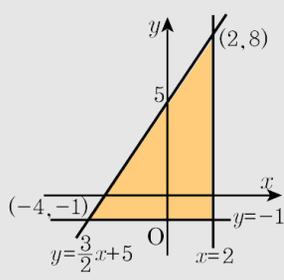
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = \frac{3}{2}x + 5$ 와 $x = 2$ 의 교점 $(2, 8)$,

$y = \frac{3}{2}x + 5$ 와 $y = -1$ 의 교점 $(-4, -1)$



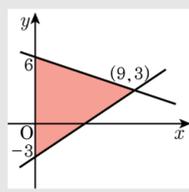
$$(\text{넓이}) = 6 \times 9 \times \frac{1}{2} = 27$$

18. 세 방정식 $x+3y-18=0$, $2x-3y-9=0$, $x=0$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 24 ② 36 ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{35}{2}$ ⑤ $\frac{81}{2}$

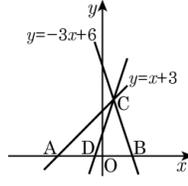
해설

두 직선의 방정식 $x+3y-18=0$, $2x-3y-9=0$ 의 교점은 $(9, 3)$ 이고, 그래프를 그려보면



따라서 넓이를 구하면 $\frac{1}{2} \times 9 \times 9 = \frac{81}{2}$

19. 다음 그림과 같이 두 직선 $y = x + 3$ 과 $y = -3x + 6$ 의 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 두 직선의 교점을 C 라고 하자. 점 C 를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선 CD 의 y 절편은?



- ① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

A(-3, 0), B(2, 0), C($\frac{3}{4}$, $\frac{15}{4}$) 이고

$\triangle ACD = \triangle BCD$ 일 때 D 는 A, B 의 중점이므로

D($-\frac{1}{2}$, 0)

C, D 를 지나는 직선의 방정식은 $y = 3x + \frac{3}{2}$

\therefore (y 절편) = $\frac{3}{2}$

20. 세 직선 $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 2 \\ y = x - 2 \\ y = ax + 4 \end{cases}$ 가 삼각형을 이루지 않을 때, 모든 a 의 값의

합을 구하면?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

세 직선으로 삼각형이 생기지 않는 경우는

$y = ax + 4$ 가

(ㄱ) $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 와 평행이거나,

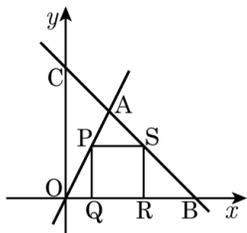
(ㄴ) $y = x - 2$ 와 평행이거나

(ㄷ) 앞의 두 직선의 교점(3, 1) 을 지나는 경우이다.

각각의 경우 $a = -\frac{1}{3}, 1, -1$

$\therefore -\frac{1}{3} + 1 - 1 = -\frac{1}{3}$

21. 다음 그림의 $y = 2x$, $y = -x + 6$ 의 교점을 A 라 하고, $\square PQRS$ 는 정사각형이다. 점 P의 x 좌표가 a 일 때, 점 A를 지나면서 정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?

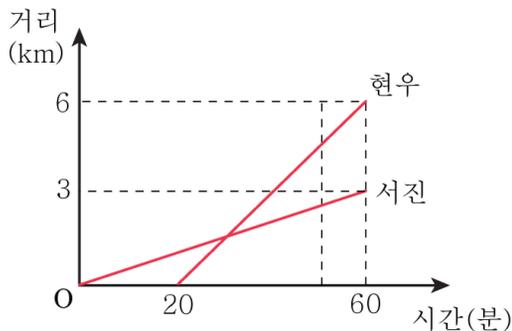


- ① $y = 7x + 18$ ② $y = 7x - 18$ ③ $y = -7x + 18$
 ④ $y = -7x - 18$ ⑤ $y = 7x + 8$

해설

$P(a, 2a)$, $Q(a, 0)$, $R(3a, 0)$, $S(3a, 2a)$
 S가 $y = -x + 6$ 위의 점이므로
 $2a = -3a + 6 \quad \therefore a = \frac{6}{5}$
 정사각형 PQRS의 넓이를 이등분하는 직선은 P, R의 중점 $(2a, a)$ 를 지나므로
 A(2, 4)와 $(\frac{12}{5}, \frac{6}{5})$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -7x + 18$

22. 다음 그림은 서진이와 현우의 움직임에 대한 시간과 거리 사이의 관계를 나타낸 그래프이다. 두 사람이 같은 곳에서 출발하여 같은 길을 따라 이동할 때, 서진이와 현우가 만나는 것은 현우가 출발한 지 몇 분 후인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30분

해설

출발한 지 x 분 후 출발점으로부터의 거리를 y km라 하자.

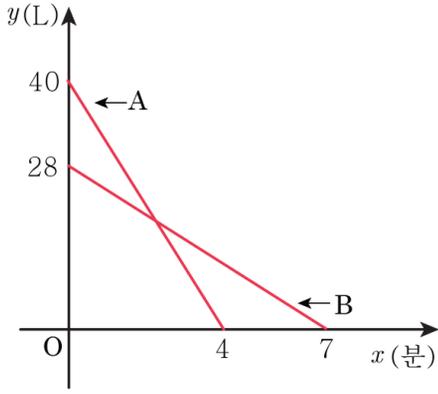
$$\text{서진} : y = \frac{1}{20}x$$

$$\text{현우} : y = \frac{3}{20}x - 3$$

$$\frac{1}{20}x = \frac{3}{20}x - 3 \quad \therefore x = 30$$

따라서 현우가 출발한 지 30분 후에 서진이와 현우가 만난다.

23. 물통 A, B에는 각각 40L, 28L의 물이 들어 있다. 두 물통에서 동시에 일정한 속력으로 물을 빼낼 때, x 분 후에 남아 있는 물의 양을 y L라 하자. 다음 그림은 x 와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 물을 빼내기 시작한 지 몇 분 후에 두 물통에 남아 있는 물의 양이 같아지는가?



- ① 1분 ② $\frac{3}{2}$ 분 ③ 2분 ④ $\frac{5}{2}$ 분 ⑤ 3분

해설

$$A : y = -10x + 40$$

$$B : y = -4x + 28$$

$$-10x + 40 = -4x + 28 \quad \therefore x = 2$$

따라서 남은 물의 양이 같아지는 것은 2분 후이다.

24. 두 직선 $y - 2x + a = 0$, $4y + x = 2 - a$ 의 교점이 직선 $2x + 3y = 0$ 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{16}{3}$

해설

세 직선은 한 점에서 만난다.

$y - 2x + a = 0$ 과 $2x + 3y = 0$ 을 연립하여 x 를 소거하면

$$4y = -a \cdots \text{㉠}$$

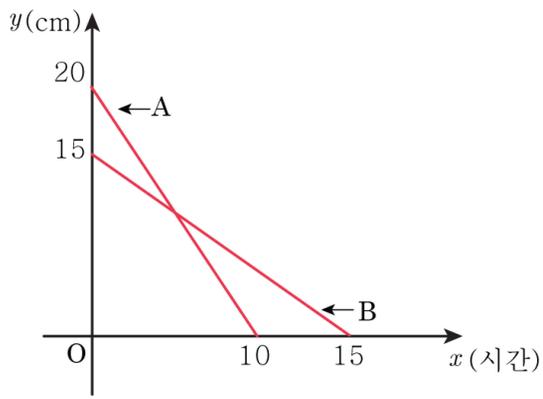
$4y + x = 2 - a$ 와 $2x + 3y = 0$ 을 연립하여 x 를 소거하면

$$5y = 4 - 2a \cdots \text{㉡}$$

㉠ $\times 5 -$ ㉡ $\times 4$ 하면

$$-5a - 16 + 8a = 0 \text{에서 } a = \frac{16}{3}$$

25. 길이와 두께가 다른 양초 A, B가 있다. 두 양초에 동시에 불을 붙인 지 x 시간이 지난 후 남은 양초의 길이를 y cm라 할 때, x 와 y 사이의 관계를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같다. 두 양초의 길이가 같아질 때의 양초의 길이는?



- ① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$$A : y = -2x + 20$$

$$B : y = -x + 15$$

$$-2x + 20 = -x + 15 \quad \therefore x = 5$$

두 양초의 길이가 같아지는 것은 5시간 후이므로 길이가 같아질 때의 양초의 길이는 $y = -2 \times 5 + 20 = 10(\text{cm})$ 이다.