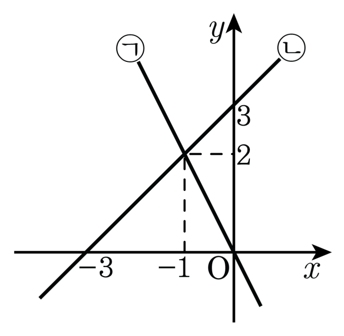
1. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = a & \cdots ㉠ \\ 2x + y = b & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 두 일차방정식의 그래프를 그렸다. $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)



① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

교점의 좌표 $(-1,\ 2)$ 가 연립방정식의 해이므로 $x = -1$, $y = 2$ 를 두 방정식에 대입하면 $-1 - 2 = a$

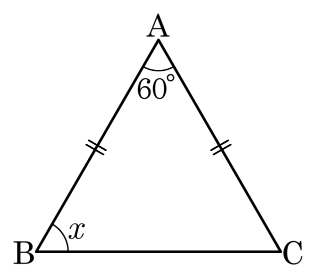
$\therefore a = -3$

$2 \times (-1) + 2 = b$

$\therefore b = 0$

따라서 $a - b = -3$ 이다.

2. 다음 이등변삼각형에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



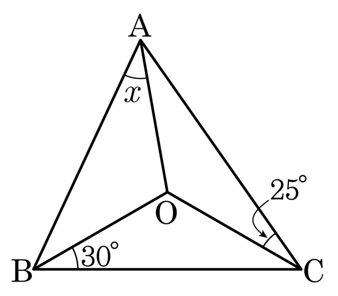
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}$ $\underline{\ ^\circ}$

▷ 정답 : 60 $\underline{\ ^\circ}$

해설

$\angle x = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$

3. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



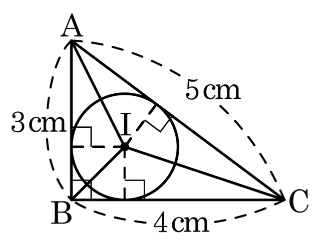
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



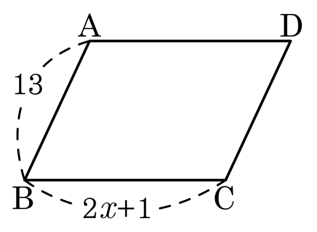
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle$ABI, $\triangle$IBC, $\triangle$ICA 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3+4+5)x = 6$

$\therefore\ x = 1\text{cm}$

5. 평행사변형ABCD 의 둘레의 길이가 60 일 때, x의 값은?

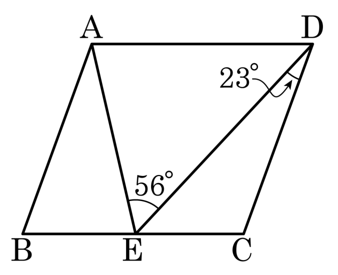


① 6　② 8　③ 12　④ 13　⑤ 17

해설

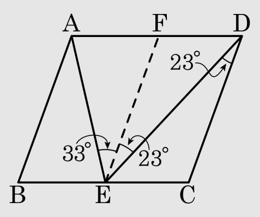
(둘레의 길이) $=2\times$(가로의 길이 $+$ 세로의 길이) 이므로 $2\times(13+2x+1)=60$
따라서 $x=8$

6. 평행사변형 ABCD 가 다음 그림과 같이 주어졌을 때, $\angle\mathrm{BAE}$ 의 크기를 구하면?



① 23° ② 25° ③ 28° ④ 33° ⑤ 35°

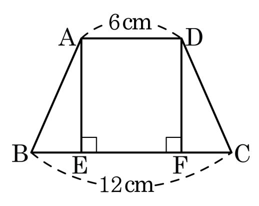
해설



점 E 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 평행하도록 평행선을 그어 $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 만나는 점을 F 라 하면 $\angle\mathrm{DEF} = 23°$

따라서 $\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{FEA} = 56° - 23° = 33°$

7. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E, F 라고 한다. $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle$ABE 와 $\triangle$DCF 는 합동이다. (SAS 합동)

따라서 $\overline{BE} = \overline{CF}$

$\overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} + 6 + \overline{CF} = 12\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BE} = 3\ (\text{cm})$

8. 평행사변형이 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
조건2 : 대각선의 길이가 같다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모가 된다.
대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.
두 조건을 종합하면 정사각형이 된다.

9. 두 일차함수 $y = ax - 6$, $y = -x + 6$ 의 그래프의 교점이 일차함수 $y = 2x + 9$ 의 그래프 위에 있을 때, a 의 값을 구하면?

① -13　② -7　③ -1　④ 1　⑤ 7

해설

세 그래프가 한 점에서 만나므로 연립방정식

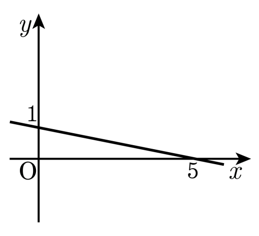
$$\begin{cases} y = -x + 6 & \cdots ① \\ y = 2x + 9 & \cdots ② \end{cases}$$ 를 풀면

해는 $x = -1$, $y = 7$ 이고, 이를 $y = ax - 6$ 에 대입하여 풀면

$7 = -a - 6$

$\therefore a = -13$

10. 일차함수 $y = ax + 8$ 의 그래프가 다음 그림의 직선과 평행할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{5}$

해설

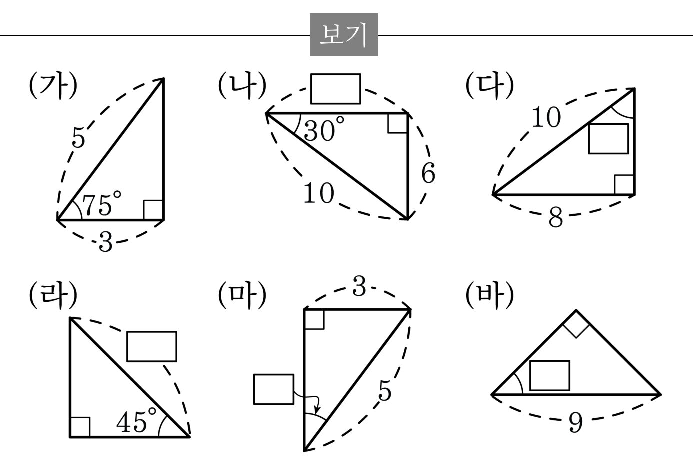
두 그래프가 평행하려면 기울기가 같아야 한다.

주어진 그래프의 식은 $y = -\frac{1}{5}x + 1$ 이므로

$y = ax + 8$ 의 기울기 a 는 $-\frac{1}{5}$ 이다.

11. 다음 삼각형 중에서 (가)와(마), (나)와(다), (라)와(바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기



① (나) 8　　② (다) 45 °　　③ (라) 9

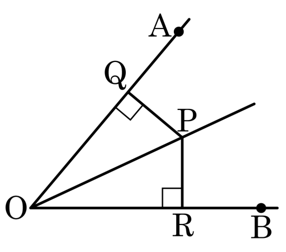
④ (마)30 °　　⑤ (바)45 °

해설

② (다) 60°

④ (마) 15°

12. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

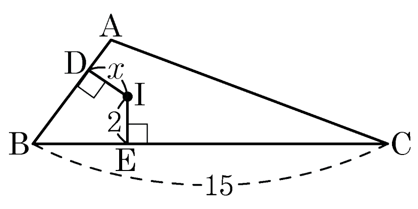
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

13. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



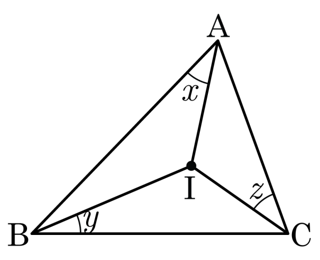
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = \overline{IE} = 2$ 이다.

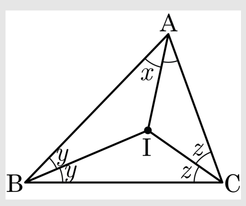
14. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\qquad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

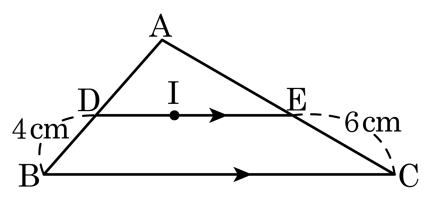
해설



$2(x+y+z) = 180^\circ$

$\therefore\ x+y+z = 90^\circ$

15. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이다. $\overline{DB} = 4(\mathrm{cm})$, $\overline{EC} = 6\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



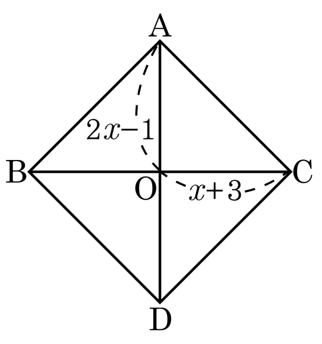
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle DBI$, $\triangle EIC$ 는 이등변 삼각형이므로 $\overline{DI} = 4(\mathrm{cm})$, $\overline{IE} = 6(\mathrm{cm})$
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 4 + 6 = 10(\mathrm{cm})$

16. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.

$2x-1=x+3 \quad \therefore \ x=4$

17. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① 평행사변형은 직사각형이다.

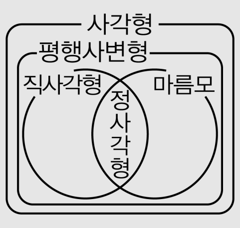
② 평행사변형은 직사각형 또는 마름모이다.

③ 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

④ 마름모는 평행사변형이면서 직사각형이다.

⑤ 마름모는 직사각형이면서 정사각형이다.

해설

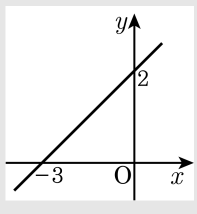


18. $2x-3y+6=0$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

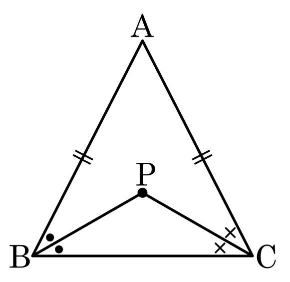
① -2 ② -3 ③ 2 ④ 3 ⑤ 0

해설

그래프가 x축, y축과 만나는 점이 각각 $(-3, 0)$, $(0, 2)$이므로 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$이다.



19. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = \boxed{(가)}$
$\angle PBC = \boxed{(나)}\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{(나)}\angle ACB$
$\therefore \boxed{(다)}$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{(라)}$ 이다.
따라서 $\boxed{(마)}$ 는 이등변삼각형이다.

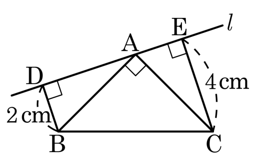
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle ACB$
② (나) 2
③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = (\angle ACB)$
$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $(\overline{PB} = \overline{PC}$)이다.
따라서 ($\triangle PBC$)는 이등변삼각형이다.

20. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{\mathrm{BD}} = 2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 4\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $4\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\angle\mathrm{EAC} = \angle a$ 라 하면, $\angle\mathrm{ECA} = 90° - \angle a$,

$\angle\mathrm{DAB} = 180° - (\angle\mathrm{BAC} + \angle\mathrm{CAE})$

$= 180° - (90° + \angle a) = 90° - \angle a$

$\therefore \angle\mathrm{ECA} = \angle\mathrm{DAB}$

$\triangle\mathrm{ABD}$ 와 $\triangle\mathrm{CAE}$ 에서

ⅰ) $\overline{\mathrm{BA}} = \overline{\mathrm{CA}}$

ⅱ) $\angle\mathrm{BDA} = \angle\mathrm{AEC} = 90°$

ⅲ) $\angle\mathrm{ECA} = \angle\mathrm{DAB}$

ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해

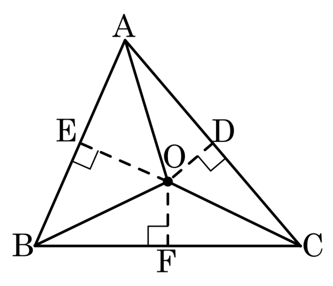
$\triangle\mathrm{ABD} \equiv \triangle\mathrm{CAE}$ (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대응변의 길이는 같으므로

$\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{EA}} = 2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DA}} = \overline{\mathrm{EC}} = 4\mathrm{cm}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABD}$ 의 넓이 $= (2 \times 4) \times \dfrac{1}{2} = 4(\mathrm{cm}^2)$

21. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

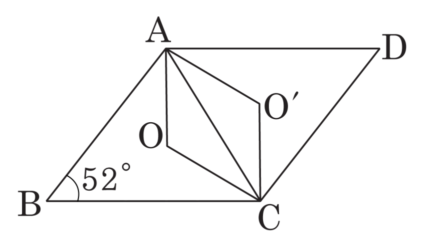


① △OBE ≡ △OBF
② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE
④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설

△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

22. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

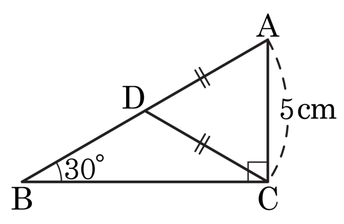


① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

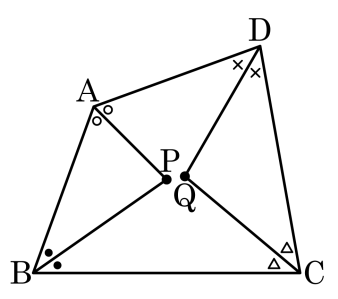


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

24. 사각형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 P , $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle APB + \angle DQC$ 의 크기를 구하여라.

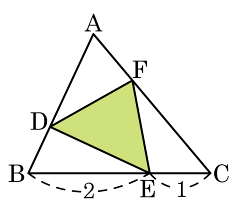


① 90°　② 150°　③ 180°　④ 210°　⑤ 240°

해설

$\angle PAB = a$, $\angle PBA = b$, $\angle DCQ = c$, $\angle CDQ = d$ 라 하면,
$\square ABCD$ 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360° \therefore\ a + b + c + d = 180°$
$\triangle ABP$ 와 $\triangle DQC$ 에서
$a + b + \angle APB + c + d + \angle DQC = 360°$
$\therefore\ \angle APB + \angle DQC = 180°$

25. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{46}{9}\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$