

1. 두 집합 $A = \{x, y, \{x, y, \varnothing\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9\text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$A = \{x, y, \{x, y, \varnothing\}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9\text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}$ 에서
 $n(A) = 3$ 이고, $n(B) = 3$ 이므로
 $n(A) - n(B) = 0$ 이다.

2. 집합 $A = \{\emptyset\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것의 개수는? (단, $\emptyset$ 는 공집합)

$\neg \emptyset = A$	$\subseteq \emptyset \in A$
$\in \emptyset \subset A$	$\ni \{\emptyset\} \subset A$

- ① 없다. ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$\emptyset$ 는 집합 A 의 원소이므로 $\emptyset \in A$ 이고, $\{\emptyset\} \subset A$ 이다. 또, 공집합은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset A$ 이다. 따라서 옳은 것은 $\subseteq$, $\in$, $\ni$ 의 3개이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

$\neg (A \cap B) \subset B$	$\supset A \cap \emptyset = A$
$\supset (A \cup B) \subset B$	$\supset B \cup \emptyset = B$

- ① $\neg, \supset$
- ② $\supset, \supset$
- ③ $\supset, \supset$
- ④ $\neg, \supset, \supset$
- ⑤ $\neg, \supset, \supset$

해설

$\supset A \cap \emptyset = \emptyset$
 $\supset B \subset (A \cup B)$

4. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$ 이면
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$ 이다.
위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
 $f(x) = 1$ 은 부적당
 $\therefore f(0) = 0$

5. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{3, 6, 15, a \times 2, b + 15, 9\}$ 가 서로 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 15, a \times 2, b + 15\}$ 이므로,
 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 또는 $a \times 2 = 18$, $b + 15 = 12$ 이어야 한다.
하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a \times 2 = 12$, $b + 15 = 18$ 이다.
따라서 $a = 6$, $b = 3$ 이고, $a + b = 9$ 이다.

6. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 짝수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 약수의 개수가 홀수인 수}\}$ 에 대하여 보기에서 $A \cap B$ 의
원소를 모두 골라라.

보기

1 3 4 8 16 25 36 42

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 36

해설

보기의 수의 약수와 약수의 개수를 구해보면 다음과 같다.

	약수	약수의 개수(개)
1	1	1
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
8	1, 2, 4, 8	4
16	1, 2, 4, 8, 16	5
25	1, 5, 25	3
36	1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36	9
42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	8

$A = \{x \mid x\text{는 짝수}\} = \{4, 8, 16, 36, 42\}$

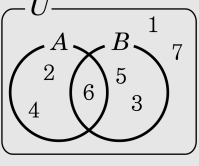
$B = \{x \mid x\text{는 약수의 개수가 홀수인 수}\} = \{1, 4, 16, 25, 36\}$

따라서 $A \cap B = \{4, 16, 36\}$

7. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 4\}, B - A = \{3, 5\}, A^c \cap B^c = \{1, 7\}$ 일 때, 집합 B 는?
- ① $\{3, 5\}$ ② $\{3, 6\}$ ③ $\{3, 6, 7\}$
④ $\{5, 6\}$ ⑤ $\{3, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{1, 7\} = (A \cup B)^c$ 이므로 집합 $B = \{3, 5, 6\}$ 이다.



8. 다음 다섯 개의 명제 중 참인 명제의 개수는? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠ $|a| + |b| = 0 \leftrightarrow ab = 0$

㉡ $a < b$ 이면 $ac < bc$ 이다.

㉢ $a < b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다.

㉣ $a + b\sqrt{3} = 0$ 이면 $a = 0$ 그리고 $b = 0$

㉤ $a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

- ㉠ $|a| + |b| = 0 \leftrightarrow a = b = 0 \leftrightarrow ab = 0$
- ㉡ $c \leq 0$ 인 경우 성립하지 않는다.
- ㉢ 반례 : $a = -1, b = 0$
- ㉣ 반례 : $a = \sqrt{3}, b = -1$ (a, b 가 유리수일 때 명제가 성립한다.)
- ㉤ 반례 : $a = -1, b = 1$ (a, b 가 같은 부호일 때 성립한다.)

9. 다음의 두 진술이 모두 참이라고 할 때, 옳은 것은?

- ㉠ 키가 큰 학생은 농구를 잘한다.

㉡ 키가 큰 학생은 달리기 또는 수영을 잘한다.

- ① 키가 큰 학생은 달리기를 잘한다.

② 수영을 잘하는 학생은 농구도 잘한다.

③ 농구를 잘하는 학생은 달리기도 잘한다.

④ 달리기를 못하는 학생은 키가 크지 않다.

⑤ 달리기와 수영을 모두 못하는 학생은 키가 크지 않다.

해설

키가 큰 학생의 집합을 A , 농구를 잘하는 학생의 집합을 B , 달
리기를 잘하는 학생의 집합을 C , 수영을 잘하는 학생의 집합을
 D 라고 하면,

- ㉠ $A \subset B \Leftrightarrow A \subset (C \cup D)$

① $A \subset (C \cup D)$ 에서 $A \subset C$ 라고 할 수 없으므로 거짓이다.

② $D \subset B$ 라고 할 수 없으므로 거짓이다.

③ $B \subset C$ 라고 할 수 없으므로 거짓이다.

④ $A \not\subset C$ 이므로 $C^c \not\subset A^c$ 에서 거짓이다.

⑤ $A \subset (C \cup D)$ 에서 $(C \cup D)^c \subset A^c$
즉, $C^c \cap D^c \subset A^c$ 이므로 참이다.

10. $x \geq a$ 가 $-2 \leq x-1 \leq 2$ 이기 위한 필요조건 일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a \geq -1$

② $a \leq -1$

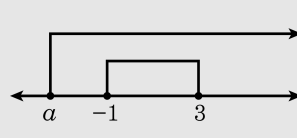
③ $a \leq 3$

④ $a \geq 3$

⑤ $a > 3$

해설

$-2 \leq x-1 \leq 2 \rightarrow -1 \leq x \leq 3$,
 $x \geq a$ 가 $-1 \leq x \leq 3$ 의 범위를
포함해야 한다.



11. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로
알맞은 것은?

- ① $A \cap B^c = \emptyset$ ② $B \cap A^c = \emptyset$ ③ $A = B$
④ $A \cap B = \emptyset$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B \\ &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B \\ &= A \cap B = A \end{aligned}$$

$\therefore A \subset B$ 이므로 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은
①이다.

12. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 다음이 성립한다.

(가) p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
(나) q 는 r 이기 위한 필요조건이다.
(다) r 는 p 이기 위한 필요조건이다.
(라) s 는 p 이기 위한 충분조건이다.
이때, p 는 r 이기 위한 (㉠) 조건이고, r 는 s 이기 위한 (㉡) 조건이다.

㉠, ㉡에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- ① 필요, 충분

② 충분, 필요

③ 필요충분, 충분

④ 필요, 필요충분

⑤ 필요충분, 필요

해설

(가) $p \Leftrightarrow q$, (나) $r \Rightarrow q$
(다) $p \Rightarrow r$, (라) $s \Rightarrow p$
따라서, $p \Leftrightarrow r$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요충분조건이고, $s \Rightarrow r$ 이지만 $r \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없으므로 r 는 s 이기 위한 필요조건이다.

13. f 는 임의의 자연수에 대하여 정의된 함수이고, 다음 두 조건을 만족한다.

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad f(2n) = 2 \cdot f(n) (n = 1, 2, 3, \dots)$$
$$\textcircled{\text{㉡}} \quad f(2n + 1) = (-1)^n \cdot 2 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

이

때, $f(32)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$\begin{aligned} f(32) &= 2 \cdot f(16) = 2^2 \cdot f(8) = 2^3 \cdot f(4) \\ &= 2^4 \cdot f(2) = 2^5 \cdot f(1) = 2^5 \cdot f(2 \cdot 0 + 1) \\ &= 2^5 \cdot (-1)^0 \cdot 2 = 2^6 = 64 \end{aligned}$$

14. 정의역이 $\{-1, 0, 1\}$ 일 때, 다음 보기 중 서로 같은 함수를 찾으면?

보기

㉠ $f(x) = \sqrt{x^2}$

㉡ $g(x) = |x|$

㉢ $h(x) = x^2$

㉣ $k(x) = x^4 + x^3 + x^2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠. $f(-1) = \sqrt{(-1)^2} = 1,$

$f(0) = \sqrt{0^2} = 0,$

$f(1) = \sqrt{1^2} = 1$

㉡. $g(x) = |x| = \sqrt{x^2} = f(x)$

㉢. $h(-1) = (-1)^2 = 1,$

$h(0) = 0^2 = 0,$

$h(1) = 1^2 = 1$

㉣. $k(-1) = (-1)^4 + (-1)^3 + (-1)^2 = 1,$

$k(0) = 0^4 + 0^3 + 0^2 = 0,$

$k(1) = 1^4 + 1^3 + 1^2 = 3$

15. 집합 $X = \{a, b, c\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중 일대일대응이 아닌 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21개

해설

X 에서 X 로의 함수의 총 개수에서
 X 에서 X 로의 일대일대응의 개수를
제외하면 된다.
 X 에서 X 로의 함수의 총 개수 : $3^3 = 27$
 X 에서 X 로의 일대일대응의 개수
: $3 \times 2 \times 1 = 6(\text{개})$
 $\therefore 27 - 6 = 21(\text{개})$

16. 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 함수 $f : A \rightarrow A$ 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 가지수는?

- ① 2 가지
- ② 3 가지
- ③ 6 가지
- ④ 8 가지
- ⑤ 9 가지

해설

$f(-0) = -f(0)$
 $\therefore f(0) = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $f(-1) = -f(1) \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 만족하는 함수 f 는 위의 3 가지뿐이다.

17. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 3x - 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(1) = 2$, $(g \circ f)(2) = 3$ 을 만족하는 상수 a , b 의 합 $4a + b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

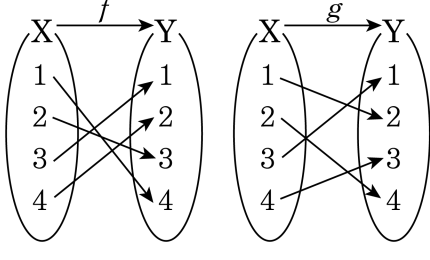
해설

$(f \circ g)(1) = 2$ 에서

$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = a + b$

$\therefore a + b = 2$

18. 두 함수 f, g 가 아래 그림과 같이 정의될 때, $g = h \cdot f$ 를 만족시키는 함수 h 에 대하여 $h(2)$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$g = h \cdot f$ 이고 함수 f 는 일대일대응이므로
 역함수가 존재한다.
 $\therefore g \cdot f^{-1}$
 $= (h \cdot f) \cdot f^{-1} = h \cdot (f \cdot f^{-1})$
 $= h \cdot I = h$
 $\therefore h(2) = (g \cdot f^{-1})(2)$
 $= g(f^{-1}(2))$
 $= g(4) (\because f^{-1}(2) = 4)$
 $\therefore g(4) = 3$

19. 집합 $A = \{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^n\}$ 의 부분집합 중에서 4의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수가 64개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

4의 약수 : 1, 2, 4

집합 A 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이므로 원소 1, 2, 4를 포함하는 부분집합의 개수는

$2^{n+1-3} = 64 = 2^6$ 이다.

$n+1-3=6 \quad \therefore n=8$

20. 양의 실수의 집합을 R^* 라 할 때 R^* 에서 R^* 로의 함수 f, g 가 $f(x) = x^2 + x$, $f(x)g(x) = x + 2$ 를 만족할 때 $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값은 ?

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$$f^{-1}(2) = c \text{ 라 하면 } f(c) = 2 \rightarrow c^2 + c = 2$$

$$c^2 + c - 2 = 0 \Leftrightarrow (c - 1)(c + 2) = 0$$

$$c > 0 \text{ 이므로 } c = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$f(x)g(x) = x + 2 \text{ 에 } x = 1 \text{ 을 대입하면}$$

$$f(1)g(1) = 3$$

$$(1^2 + 1)g(1) = 3$$

$$\therefore g(1) = \frac{3}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g\{f^{-1}(2)\}$$

$$= g(1) = \frac{3}{2}$$