

1. 점 $(1, 2)$ 를 점 $(-2, -1)$ 로 옮기는 평행이동에 대하여 직선 $y = -2x + k$ 로 옮겨질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 $(1, 2)$ 를 점 $(-2, -1)$ 로 옮기는 평행이동을
 $T : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라고 하면,
 $(1, 2) \xrightarrow{T} (-2, -1)$ 에서
 $1 + m = -2, 2 + n = -1 \quad \therefore m = -3, n = -3$
 $\therefore T : (x, y) \rightarrow (x - 3, y - 3)$
따라서, T 는 x 축의 방향으로 -3 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 옮기는 평행이동이다.
평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x - 3, y - 3)$ 에 의하여
직선 $y = -2x + k$ 는
직선 $y + 3 = -2(x + 3) + k$ 로 옮겨진다.
이 때, 이 직선이 원점을 지나므로
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $3 = -6 + k \quad \therefore k = 9$

2. 직선 $ax + by + c = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 직선 $3x - 4y + 2 = 0$ 과 수직이 되었다. 이 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $\frac{8a}{3b}$ 의 값은?(단, $ab \neq 0$)

① $-\frac{32}{9}$

② -2

③ 2

④ 4

⑤ $\frac{32}{9}$

해설

$y = x$ 대칭시키면 직선은

$$bx + ay + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{b}{a}x - \frac{c}{a},$$

$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ 과 수직이 되려면,

$\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ 가 되어야 한다.

$$\therefore \frac{8a}{3b} = \frac{8}{3} \times \left(\frac{3}{4}\right) = 2$$

3. 직선 $y = x + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(3, -2)$ 를 지나는가?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -1

해설

$y = x + 1$ 을 x 축에 대칭 시키면

$y = -x - 1$

y 축으로 α 평행이동 : $y - \alpha = -x - 1$

$(3, -2)$ 를 지나므로

$-2 - \alpha = -3 - 1$ 에서 $\alpha = 2$

4. 다음은 갑, 을, 병, 정 네 사람이 도형의 이동에 대하여 말한 것이다. 올바르게 말한 사람은?

갑: 점 (x, y) 를 점 $(x-a, y-b)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(x+a, y+b) = 0$ 이 나타내는 도형으로 이동 한다.
을: 점 (x, y) 를 점 $(x-2, y+1)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -1)$ 은 점 $(0, 0)$ 으로 이동한다.
병: 점 (x, y) 를 점 $(-x, -y)$ 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $y = f(x)$ 이 나타내는 도형은 $y = -f(-x)$ 이 나타내는 도형으로 이동한다.
정: 점 (x, y) 를 점 (y, x) 로 옮기는 대칭이동에 의하여 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형은 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형으로 이동한다.

- ① 갑, 을, 병
- ② 갑, 을, 정
- ③ 갑, 병, 정
- ④ 을, 병, 정
- ⑤ 갑, 을, 병, 정

해설

갑, 을, 정 : 참
병 : $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$: 원점 대칭
 $\therefore y = f(x) \rightarrow -y = f(-x)$: 거짓

5. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $1 \in A$
 - ② $n(A) < n(B)$
 - ③ $6 \notin B$
 - ④ $B = \{1, 3, 9\}$
 - ⑤ 집합 A, B 는 모두 유한집합이다.

해설

② $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) > n(B)$ 이다.

6. $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $C \subset A \subset B$
- ② $A \subset B \subset C$
- ③ $B \subset A \subset C$
- ④ $C \subset B \subset A$
- ⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$A = \{1, 3, 5, \cdots\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, \cdots\}$

따라서 ③ $B \subset A \subset C$

7. 두 집합 $A = \{\neg, \square, \supset, \wedge\}$, $B = \{\supset, \neg, \square, \supset\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 한글 자음을 차례대로 구한 것은?
- ① $\supset, \wedge$ ② $\neg, \supset$ ③ $\neg, \wedge$ ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\supset, \wedge$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 하므로 두 집합을 비교하면 집합 A 의 $\square = \neg$ 이고, 집합 B 의 $\square = \neg$ 이다.

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같으므로
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 초과 } 20 \text{ 미만인 짝수}\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$A = \{12, 14, 16, 18\}$
집합 A 의 부분집합의 개수 : $2^4 = 16$

10. 집합 $\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 이므로
집합 X 는 $\{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중
원소 1, 2 를 포함하는 집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 4$ (개)

11. 집합 A 의 부분집합 중에서 원소 6, 7을 동시에 포함하는 부분집합의 개수가 8개일 때, 집합 A 의 원소의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$8 = 2^3$$

집합 A 의 원소의 개수가 n 개라면,

$$n - 2 = 3, \quad n = 5, \quad n(A) = 5$$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{20, 32, 36\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}, 20 \leq x \leq 40\}$ 일 때, 집합 B 로 가능한 것은?

- ① $\{32, 36, 40\}$ ② $\{24, 28, 36, 40\}$ ③ $\{24, 32, 36, 40\}$
④ $\{24, 26, 30, 34\}$ ⑤ $\{32, 36, 38, 40\}$

해설

$A = \{20, 32, 36\}$, $A \cup B = \{20, 24, 28, 32, 36, 40\}$ 이므로
 $\{24, 28, 40\} \subset B \subset \{20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 $\Delta, \square$ 을 $A \Delta B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$, $A \square B = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$ 로 정의한다. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1, 1\}$ 일 때, $n((A \Delta B) - (A \square B))$ 는?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

연산 $\Delta, \square$ 에 대하여 원소를 각각 구하면 다음과 같다. $A \Delta B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $A \square B = \{-1, 0, 1\}$
그러므로 $(A \Delta B) - (A \square B) = \{-2, 2\} \therefore n((A \Delta B) - (A \square B)) = 2$

14. 전체 60 명의 학생 중 우산을 가져온 학생 35 명, 비옷을 가져온 학생 20 명, 둘 다 가져온 학생이 12 명이다. 우산과 비옷 중 하나만 가져온 학생의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 31명

해설

$n(U) = 60, n(A) = 35, n(B) = 20, n(A \cap B) = 12$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 35 + 20 - 12 = 43$ 이다.
 $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 43 - 12 = 31$ 이다.

15. 다음 중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고르면?
(단, x, y 는 실수)

- ㉠ $p : x = 0$ 또는 $y = 0, q : xy = 0$
- ㉡ $p : xy = 1, q : x = 1$ 이고 $y = 1$
- ㉢ $p : x, y$ 는 모두 짝수, $q : x + y$ 는 짝수

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉡
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉡ 필요조건
㉢ 충분조건

16. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립할 조건은 $a[\text{가}]0, b^2 - 4ac[\text{나}]0$ 이고, $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이 항상 성립할 조건은 $a[\text{다}]0, b^2 - 4ac[\text{라}]0$ 이다. 이 때, (가) ~ (라)의 []안에 들어갈 부등호를 순서대로 적으면?

① $>$, $<$, $<$, $\geq$

② $>$, $>$, $<$, $\leq$

③ $>$, $<$, $\leq$, $\leq$

④ $>, >, \leq, \leq$

⑤ $>$, $<$, $<$, $\leq$

해설

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

(i) $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립할 조건

$$\Rightarrow a[>]0, b^2 - 4ac[<]0$$

(ii) $ax^2+bx+c \leq 0$ 이 항상 성립할 조건 $\Rightarrow a[<]0, b^2-4ac[\leq]0$

17. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 6

② 9

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

식을 전개한 후 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right) = ab + 9 + 1 + \frac{9}{ab}$$

$$ab + \frac{9}{ab} \geq 2\sqrt{ab \times \frac{9}{ab}} = 2\sqrt{9} = 6$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right) \geq 10 + 6 = 16$$

18. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \leq ax + by \leq 4$

② $-9 \leq ax + by \leq 9$

③ $-6 \leq ax + by \leq 6$

④ $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤ $-36 \leq ax + by \leq 36$

해설

$a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 이면
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ 에서
 $4 \cdot 9 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -6 \leq ax + by \leq 6$

19. $f(2x-1) = \frac{x-5}{x-1}$ 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\frac{7}{2}$ ③ 0 ④ -5 ⑤ -7

해설

$2x-1 = -1$ 에서 $x = 0$
 $\therefore f(-1) = 5$

20. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 가 다음 두 조건을 만족한다고 한다.

(가) $(f \circ f)(x) = x$
(나) $f(5) = 3$

이때, $f(4)$ 의 값은 ? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -3 ② -2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = af(x) + b$
 $\qquad\qquad\qquad = a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$
 $a^2x + ab + b = x$ 에서 $(a^2 - 1)x + b(a + 1) = 0$
이 등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립하므로
 $a^2 = 1, b(a + 1) = 0$
(i) $a = 1$ 일 때, $b = 0$ 이므로 $f(x) = x$
이때, $f(5) = 5 \neq 3$ 이므로 부적합하다.
(ii) $a = -1$ 일 때, b 는 임의의 실수이므로
 $f(x) = -x + b$
이때, $f(5) = -5 + b = 3$ 이므로 $b = 8$
따라서, $f(x) = -x + 8$ 이므로 $f(4) = 4$

21. 두 함수 $f(x) = 2x - 5, g(x) = -6x + 2$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $-3x + 17$

② $-3x - 13$

③ $-3x + 13$

④ $-3x$

⑤ $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5 \text{ 에서}$$

$$y = 2x - 5, \frac{y+5}{2} = x$$

$$x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6\left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2}\right) + 2 = -3x - 13$$

22. $f(x) = x + 1$, $g(x) = 3x - 2$ 일 때, $(g \circ h)(x) = f(x)$ 를 만족시키는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $h(x) = \frac{1}{3}x + 1$

② $h(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

③ $h(x) = x + \frac{1}{3}$

④ $h(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

⑤ $h(x) = \frac{2}{3}x + 1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 1, g(x) = 3x - 2 \text{ 일 때,} \\ (g \circ h)(x) &= f(x) \text{ 를 만족해야 하므로} \\ (g \circ h)(x) &= g(h(x)) = 3h(x) - 2 \\ 3h(x) - 2 &= x + 1, 3h(x) = x + 3 \\ \therefore h(x) &= \frac{1}{3}x + 1 \end{aligned}$$

23. $x \neq 1$ 인 모든 실수에 대하여 $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ 로 정의된 함수 f 에 대하여
역함수 $f^{-1}(x)$ 가 $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = y = \frac{2x+1}{x-1}$ 의 역함수는

$x = \frac{2y+1}{y-1}$ 에서

$$x(y-1) = 2y+1, xy-x = 2y+1, xy-2y = x+1$$

$$(x-2)y = x+1$$

$$\therefore y = \frac{x+1}{x-2} = f^{-1}(x)$$

$$= \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a=1, b=1, c=-2$$

$$\therefore a+b+c=0$$

24. 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x}, g(x) = 1-x$ 에 대하여 $g(x) = f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right)$ 이 성립할 때, 이를 만족시키는 실수 x 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

먼저 $f^{-1}(x)$ 를 구해보면

$$y = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x = 1 - \frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{1-x} = f^{-1}(x)$$

$$\therefore f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right) = 10$$

$$\Rightarrow g(x) = 1-x = 10 \quad x = -9$$

25. $U = \{x | 0 \leq x \leq 12, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}, B = \{3, 4, 7, 8, 11\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{4, 8, 12\}, B = \{3, 4, 7, 8, 11\}$ 이므로
 $n((A \cup B^c) \cup (B \cap A^c)) = n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 7, 11, 12\}) = 4$