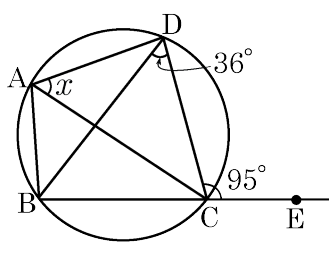
1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



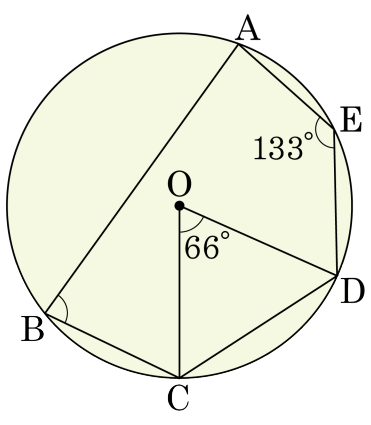
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 59 °

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 36^\circ$ (호 BC 의 원주각)
사각형 ABCD 는 원에 내접하므로
$\angle BAD = \angle DCE$
$36^\circ + \angle x = 95^\circ$
$\therefore \angle x = 59^\circ$

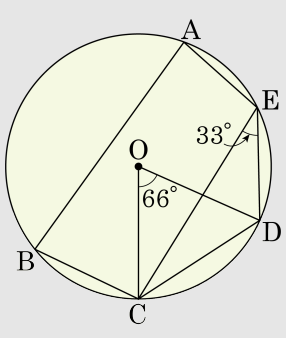
2. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle E = 133°$, $\angle COD = 66°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 80 °

해설



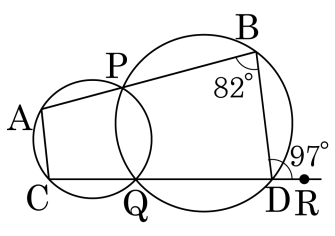
$\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD = 33°$

$\angle AEC = 133° - \angle CED = 100°$

□ABCE 에서

$\angle ABC = 180° - \angle AEC = 80°$

3. 다음 그림에서 $\angle DBP = 82°, \angle BDR = 97°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 98 °

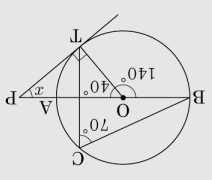
해설

$\angle PQD = 180° - 82° = 98°$
$\therefore \angle A = \angle PQD = 98°$

4. 다음과 같이 $\overrightarrow{PT}$가 원 O의 접선이고, $\angle BCT = 70°$일 때, $\angle x$의 크기로 적절한 것은?

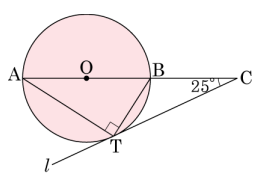
① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설



점 O와 T를 연결하면
$\angle TOB = 70° \times 2 = 140°$
$\angle AOT = 40°$
$\therefore \angle x = 180° - 90° - 40° = 50°$

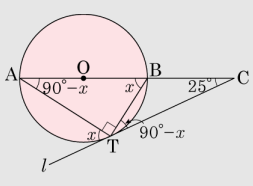
5. 다음 그림에서 원 O 의 지름 AB 의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 25° 일 때, ∠ABT 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 57.5 °

해설



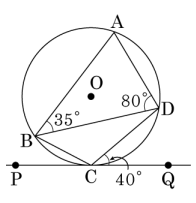
그림에서

$90° - x + 25° = x$

$2x = 115°$

$\therefore\ x = 57.5°$

6. 다음 그림에서 직선 PQ 가 원 O 의 접선이고, 점 C 가 접점일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

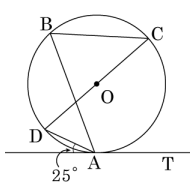
▷ 정답 : 25°

해설

$\angle DBC = \angle QCD = 40°$, $35° + 40° + 80° + \angle BDC = 180°$

$\therefore \angle BDC = 25°$

7. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{DC}$ 는 지름이다. $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



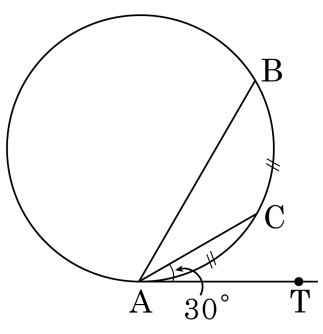
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 65°

해설

A 와 C 를 이으면 $\angle DAC = 90°$, $\angle DCA = 25°$ 이므로
$\angle CDA = 180° - 90° - 25° = 65°$
$\therefore \angle ABC = \angle CDA = 65°$

8. 다음 그림에서 직선 AT 는 원의 접선이고 점 C 는 호 AB 의 중점이다. $\angle CAT = 30°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



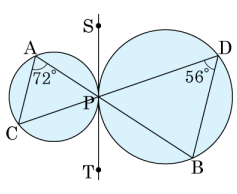
▶ 답: _____ °

▷ 정답: 30°

해설

B 와 C 를 이으면 $\angle TAC = \angle ABC = 30°$
따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 30°$ 이다.

9. 다음 그림의 점 P 에서 외접하는 두 원의 공통 접선을 $\overleftrightarrow{ST}$ 라 한다. $\angle PAC = 72°$, $\angle PDB = 56°$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 52°

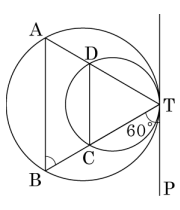
해설

$\angle PAC = \angle CPT = 72°$

$\angle PDB = \angle BPT = 56°$

$\therefore \angle BPD = 180° - (72° + 56°) = 52°$

10. 다음 그림에서 직선 PT 는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60°$, $\square ABCD$ 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle CDT = 60°$
$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
$\angle ABT = \angle CDT = 60°$

11. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB}=20$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?

① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

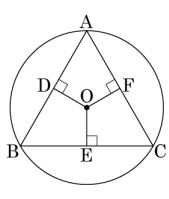
원의 중심 O와 점 C , 점 D를 연결한다.

$\triangle AOD$에서 $\overline{OD}=\sqrt{\overline{AO}^2-\overline{AD}^2}=\sqrt{26^2-10^2}=24$

$\therefore \overline{CD}=\overline{OC}-\overline{OD}=26-24=2$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2}\times 20\times 2=20$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

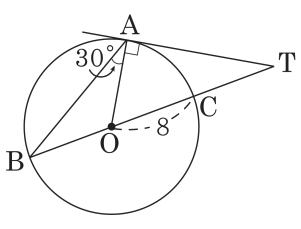
$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(원의 넓이)$= \pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

13. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 6 ② 8 ③ 10

④ 12 ⑤ 13

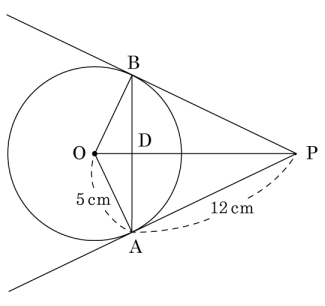
해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 8$

$1 : 2 = 8 : \overline{OT}$ $\therefore \overline{OT} = 16$

$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

14. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 24cm ② $\frac{192}{2}$cm ③ $\frac{120}{13}$cm
④ $\frac{124}{5}$cm ⑤ 25cm

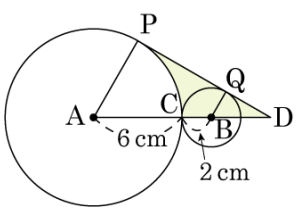
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.
또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \ \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

15. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm , 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $(18\sqrt{2}-3\pi)\ \text{cm}^2$ ② $(18\sqrt{2}-6\pi)\ \text{cm}^2$

③ $(18\sqrt{3}-3\pi)\ \text{cm}^2$ ④ $(36-6\pi)\ \text{cm}^2$

⑤ $(18\sqrt{3}-6\pi)\ \text{cm}^2$

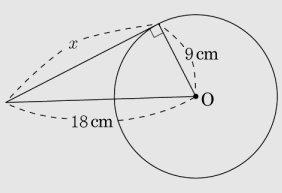
해설

(1) $\triangle PAD \backsim \triangle QBD$ 이므로
$\overline{BD} = x\text{cm}$ 라 하면,
$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$
$2 : 6 = x : (x+8)$
$\therefore\ x = 4$
(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서
부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.
$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서, $\angle PAC = 60°$ 이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°}$
$= (18\sqrt{3} - 6\pi)\ \text{cm}^2$ 이다.

16. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

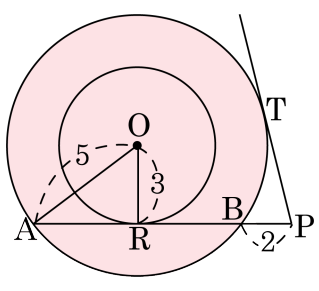
① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm
④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2\,(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

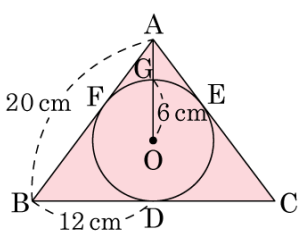
해설

$\angle ARO = 90°$ 이므로

$\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{AB} = 2\times\overline{AR} = 8$

$\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \quad \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$

18. 다음 그림에서 원 O 는 반지름의 길이가 6cm 인 △ABC 의 내접원이고, $\overline{AB}$ = 20cm, $\overline{BD}$ = 12cm 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는? (단, 점 D, E, F 는 접점)

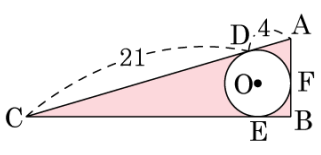


① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = 12\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 8\,\text{cm}$, $\overline{OF} = 6\,\text{cm}$
△AOF 에서 $\overline{AO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\,\text{cm}$
$\therefore \overline{AG} = 10 - 6 = 4\,\text{cm}$

19. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

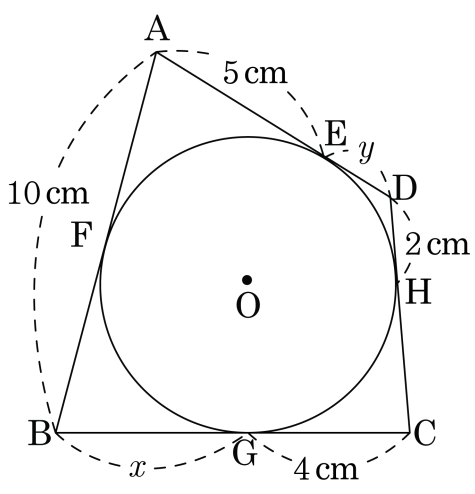


① $64-\frac{9}{4}\pi$ ② $72-4\pi$ ③ $84-9\pi$
④ $90-\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $100-25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=4$ 이므로 $\overline{AB}=4+x$,
$\overline{CE}=\overline{CD}=21$ 이므로 $\overline{BC}=21+x$
$(4+x)^2+(x+21)^2=25^2$
$\therefore\ x=3$
따라서, $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=24$
그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 24\times 7-\pi(3)^2=84-9\pi$

20. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, x, y의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 답: cm

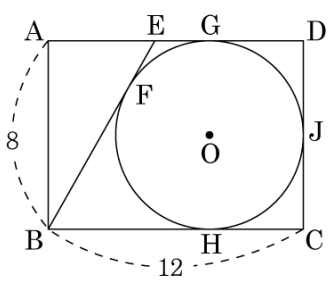
▷ 정답: $x = 5$ cm

▷ 정답: $y = 2$ cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
$\overline{DH} = \overline{ED} = 2(\text{cm})$
$\overline{BF} = \overline{BG} = 5(\text{cm})$
$\therefore\ x = 5(\text{cm}),\ y = 2(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



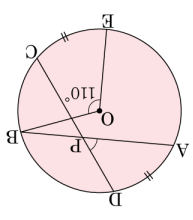
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.
$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

22. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{EC}}$ 이고, $\angle\text{BOE} = 110°$ 일 때, $\angle\text{DPA}$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad°$

▷ 정답 : $55°$

해설

$\angle\text{BAE} = \dfrac{1}{2} \times 110° = 55°$

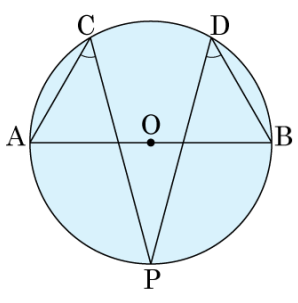
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{EC}}$ 이므로 $\overline{\text{AE}} /\!/ \overline{\text{DC}}$

$\angle\text{DPA} = \angle\text{BAE} = 55°$

23. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle ACP + \angle BDP$ 의 값을 구하면?

① $86°$ ② $88°$ ③ $90°$

④ $92°$ ⑤ $94°$



해설

점 O 와 P 를 연결하면

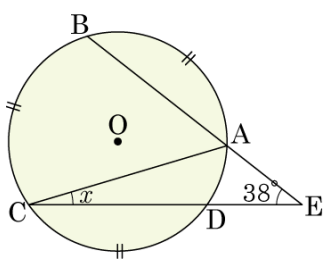
$\angle AOP = 2\angle ACP$

$\angle BOP = 2\angle BDP$

$\therefore \angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACP + 2\angle BDP = 180°$

$\therefore \angle ACP + \angle BDP = 90°$

24. 다 음 그 림 에 서 원 위 에 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 16.5 °

해설

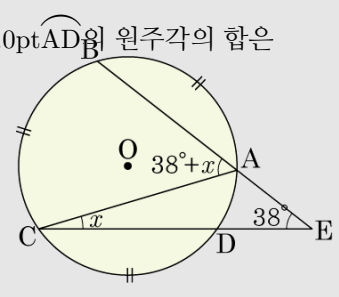
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD}$의 원주각의 합은

$3(38° + x) + x = 180°$,

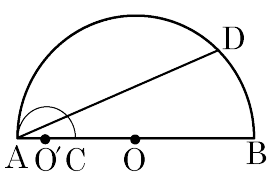
$114° + 3x + x = 180°$

$4x = 66°$

$\therefore\ x = 16.5°$



25. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 1$ 이다. $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = 35.0\text{pt}\overset{\frown}{AC}$ 일 때, $\angle BAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\quad$ °

▷ 정답: 22.5 °

해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2} \times \pi = \frac{1}{2}\pi$이므로 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD} = \frac{3}{2}\pi$

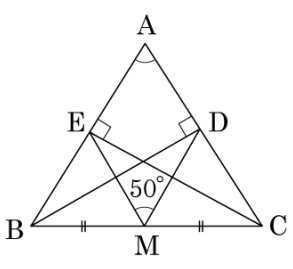
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \times 4\pi = 2\pi$이므로

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD} = 2\pi - \frac{3}{2}\pi = \frac{1}{2}\pi$

$\therefore \angle BAD = \frac{5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}}{5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}} \times 90° = \frac{1}{2}\pi \times \frac{1}{2\pi} \times 90°$

$= 22.5°$

26. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

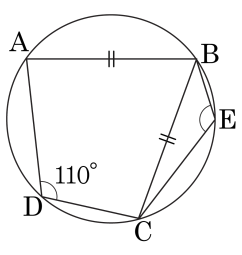


① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50°$ 이므로 $\angle EBD = 25°$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90° - 25° = 65°$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 의 외접원 위의 호 AD 위에 점 E 를 잡을 때, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle D = 110°$ 이면 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle BAC = \angle BCA$ 이다.

㉡ $\angle ABC = 70°$ 이다.

㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 55°$ 이다.

㉣ $\angle BEC + \angle BCA = 180°$ 이다.

㉤ $\angle BEC = 115°$ 이다.

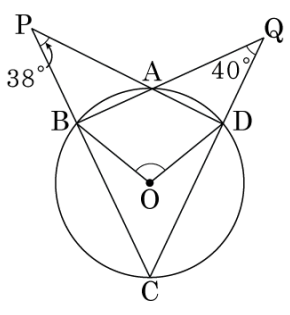
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

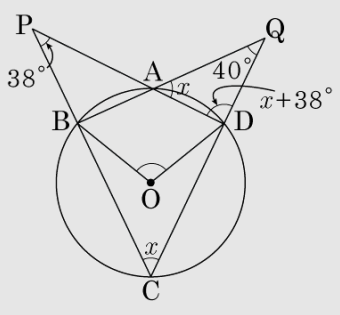
㉤ 내접사각형 ABEC 에서 $\angle BEC = 180° - \angle BAC = 180° - 35° = 125°$

28. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38°$, $\angle BQC = 40°$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



① $78°$ ② $82°$ ③ $90°$ ④ $98°$ ⑤ $102°$

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38°$,
$\angle DAQ = \angle BCD = x$
$\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
$\angle x + (\angle x + 38°) + 40° = 180°$
$\therefore \angle x = 51°$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51° = 102°$

29. 다음 중 □ABCD 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

① $\angle A = \angle C$

② $\angle B = \angle C$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

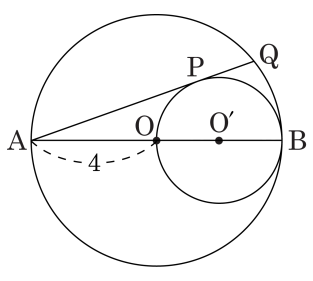
④ $\angle A + \angle C = 180°$

⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

① $\angle A = 180° - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.
② $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180°$
또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180°$
따라서 □ABCD 는 원에 내접한다.

30. 다음 그림에서 원 O′ 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O′ 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?

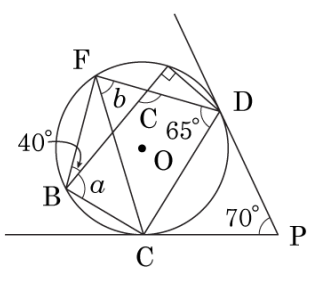


① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$
$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$
$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$ 에서
$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$
$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

31. 다음 그림에서 두 반직선은 원 O의 접선이다. $\angle BAD = 90°, \angle EDC = 65°, \angle EBF = 40°, \angle CPD = 70°$ 일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기는?



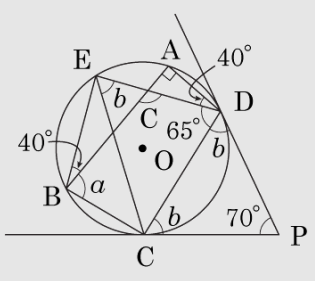
① 240° ② 245° ③ 255° ④ 260° ⑤ 320°

해설

1) 사각형 EBCD 가 원에 내접하므로 $\angle a + 40° + 65° = 180°$ ∴ $\angle a = 75°$

2) 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

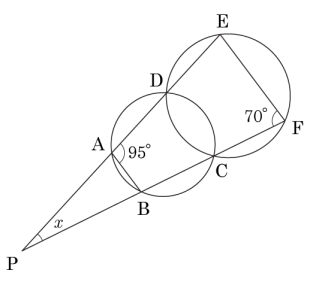
$\angle b = \angle PDC = \angle PCD = 55°$ ($\because \overline{PD} = \overline{PC}$)



3) $\triangle ADE$ 에서 $\angle c = 90° + 40° = 130°$ (이 때, $\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로 $\angle FBA = \angle ADF = 40°$)

따라서, $\angle a + \angle b + \angle c = 75° + 55° + 130° = 260°$ 이다.

32. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70°$, $\angle BAD = 95°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

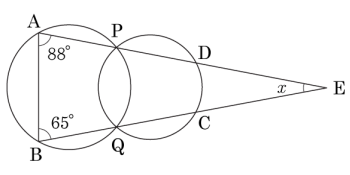


① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해
$\angle DAB = \angle DCF = 95°$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180° - \angle DCF = 85°$ 이다.
따라서 $\angle x = 180° - 70° - 85° = 25°$ 이다.

33. 다음 그림에서 두 원은 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle PAB = 88°$, $\angle QBA = 65°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 17° ② 20° ③ 27° ④ 30° ⑤ 37°

해설

보조선 CD , PQ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해
$\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCE = 65°$
$\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE = 88°$
따라서 $\angle x = 180° - 65° - 88° = 27°$ 이다.