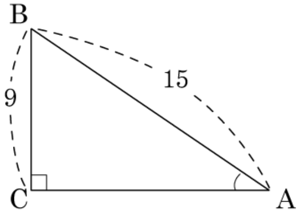
1. 다음과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\tan A \times \sin A$의 값은?



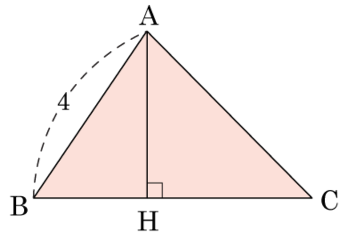
① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{5}{20}$ ③ $\frac{9}{20}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2

해설

$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

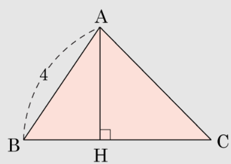
$\tan A \times \sin A = \frac{9}{12} \times \frac{9}{15} = \frac{9}{20}$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 4$, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\overline{HC}$ 의 길이를 제곱한 값은?



① 6 ② 9 ③ 12 ④ 18 ⑤ 24

해설



$\sin B = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\frac{\overline{AH}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3},\ \overline{BH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$

$\sin C = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

$\therefore \overline{AC} = 6,\ \overline{HC} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{HC}^2 = 24$

3. $0° \le x \le 90°$일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ $\sin x \ge \cos x$
㉡ $\cos x \ge \tan x$
㉢ $\sin x$의 최댓값은 1이다.
㉣ $\tan x$의 최댓값은 1이다.
㉤ x가 커지면 $\cos x$의 값도 커진다.

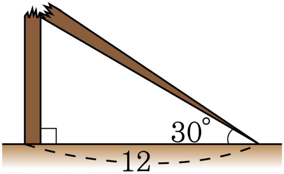
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\sin 0° < \cos 0° \quad \therefore$ 거짓
㉡ $\cos 60° < \tan 60° \quad \therefore$ 거짓
㉣ $\tan x$의 최댓값은 없다.
㉤ $0° \le x \le 90°$일 때, x가 커지면 $\cos x$의 값은 작아진다.

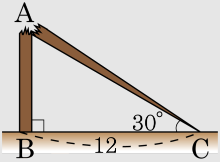
4. 다음 그림과 같이 지면에 수직으로 서 있던 나무가 부러져 지면과 $30°$ 의 각을 이루게 되었다. 이 때, 처음 나무의 높이는?



① $4\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $16\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

해설

그림처럼 A, B, C 를 정하면



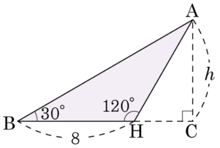
나무의 높이 $= \overline{AB} + \overline{AC}$

$\overline{AB} = 12 \times \tan 30° = 4\sqrt{3}$

$\overline{AC} = \dfrac{12}{\cos 30°} = 8\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ 이다.

5. 다음 $\triangle ABC$ 에서 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$

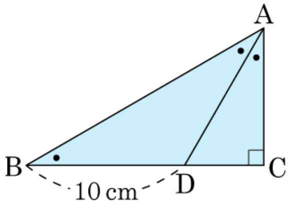
해설

$\angle BAH = 30°$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{AH} = 8$

$h = \overline{AH} \cdot \sin 60° = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$\therefore \ h = 4\sqrt{3}$

6. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고, $\angle ABC = \angle BAD$, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $11\sqrt{3}\text{cm}^2$

③ $17\sqrt{3}\text{cm}^2$ ④ $21\sqrt{3}\text{cm}^2$

⑤ $25\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $3\angle ABC = 90°$ 이므로

$\angle ABC = \angle BAD = \angle CAD = 30°$

$\therefore \overline{AD} = 10(\text{cm})$

$$\cos 30° = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \overline{AC} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}$

$= 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

7. $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

① 0　② $\frac{5}{4}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\frac{4}{5}$

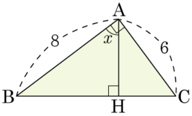
해설

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5 \sin A = 4 \cos A$ 이다.

양변을 $5 \cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

8. 다음 그림에 대하여 $\sin x+\cos x$ 의 값을 구하여라.



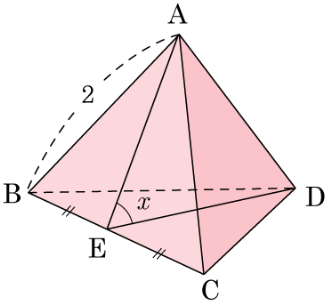
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{6^2+8^2} = 10$ 이다.
직각삼각형 ABC 와 직각삼각형 HBA 는 서로 AA 닮음이므로
$\angle\mathrm{BAH} = \angle\mathrm{ACH}$ 이다.
따라서 $\sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}$ 이고, $\sin x+\cos x = \frac{3}{5}+\frac{4}{5} = \frac{7}{5}$
이다.

9. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

10. 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1:2:3$ 이고, 세 각 중 가장 작은 각의 크기를 $\angle A$ 라고 할 때, $\sin A : \cos A : \tan A$ 는?

① $3\sqrt{3} : 3 : 2\sqrt{3}$ ② $3 : 2\sqrt{3} : 3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3} : 3 : 3\sqrt{3}$

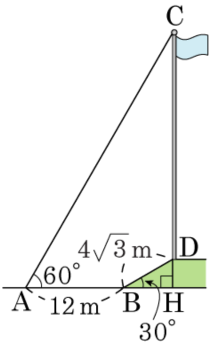
④ $3 : 3\sqrt{3} : 2\sqrt{3}$ ⑤ $3 : \sqrt{3} : 2\sqrt{3}$

해설

삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1:2:3$ 이므로
각의 크기는 각각 $k°$, $2k°$, $3k°$ (k 는 자연수) 이다.
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$k° + 2k° + 3k° = 6k° = 180°$ 이다.
$k° = 30°$ 이다.

따라서 $\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로
$\sin A : \cos A : \tan A = 3 : 3\sqrt{3} : 2\sqrt{3}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 $60°$ 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 $12\,\text{m}$ 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $4\sqrt{3}\,\text{m}$ 이고 오르막의 경사가 $30°$ 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 는?



① $6\sqrt{3}$ (m)
② $16\sqrt{3}$ (m)
③ $20\sqrt{3}$ (m)
④ $68\sqrt{3}$ (m)
⑤ $70\sqrt{3}$ (m)

해설

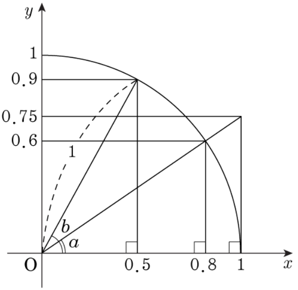
$$\begin{aligned}\overline{AH} &= 12 + 4\sqrt{3}\cos 30° \\ &= 12 + 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 18\ (\text{m})\end{aligned}$$

$$\overline{DH} = 4\sqrt{3}\sin 30° = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}\ (\text{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} \cdot \tan 60\ = 18\sqrt{3}\ (\text{m})$$

$$\therefore\ \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}\ (\text{m})$$

12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 옳은 것은?



① $\sin a = 0.8$ ② $\cos a = 0.6$ ③ $\cos b = 0.9$

④ $\sin b = 0.5$ ⑤ $\tan a = 0.75$

해설

① $\sin a = 0.6$

② $\cos a = 0.8$

③ $\cos b = 0.5$

④ $\sin b = 0.9$

13. $0° < A < 60°$ 일 때, $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \cos A\right)^2} - \sqrt{(\cos A + \sin 30°)^2}$ 의 값을 구하면?

① $2\sin A$　　② $\frac{1}{2}\sin A$　　③ 1

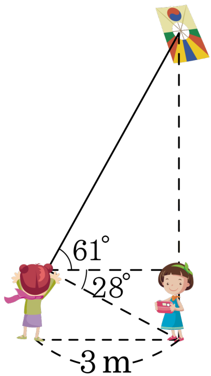
④ 0　　⑤ -1

해설

$0° < A < 60°$ 의 범위에서 $\cos A$ 의 범위는 $\frac{1}{2} < \cos A < 1$ 이므로 $\frac{1}{2} - \cos A < 0$ 이다.

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \cos A\right)^2} - \sqrt{(\cos A + \sin 30°)^2}$$
$$= -\left(\frac{1}{2} - \cos A\right) - (\cos A + \sin 30°)$$
$$= -\frac{1}{2} + \cos A - \cos A - \sin 30°$$
$$= -\frac{1}{2} - \sin 30°$$
$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \ \left(\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right)$$

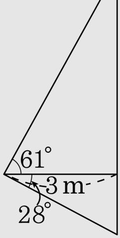
14. 주영이와 선영이가 연놀이를 하고 있다. 주영이가 연 끈을 쥐고 달려가면 선영이는 연을 따라 연이 나는 곳 바로 아래를 달려가고 둘 사이의 거리는 $3\,\mathrm{m}$ 이다. 주영이가 선영이의 발끝을 내려다 본 각도가 $28°$ 이고, 연끝을 올려다 본 각도가 $61°$ 라면 연은 지면에서 얼마의 높이에서 날고 있는지 구하여라. (단, $\tan 61° = 1.8$, $\tan 28° = 0.53$)



▶ 답 : ______ m

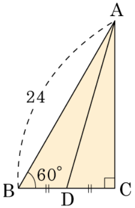
▷ 정답 : $6.99\,\mathrm{m}$

해설



$(\text{연의 높이}) = 3 \times \tan 61° + 3 \times \tan 28° = 5.4 + 1.59 = 6.99(\mathrm{m})$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=24$, $\angle B=60°$ 이고 점D 가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?



① $6\sqrt{13}$ ② 6 ③ 12 ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{13}$

해설

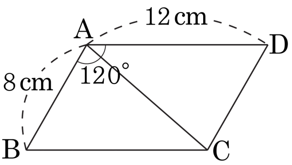
1) $\overline{AC}=24\sin 60°=12\sqrt{3}$

$\overline{BC}=24\cos 60°=12$

$\overline{DC}=6$

2) $\overline{AD}=\sqrt{6^2+(12\sqrt{3})^2}=6\sqrt{13}$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\angle A = 120°$ 인 평행사변형 ABCD 에서 대각선 AC 의 길이를 구하여라.

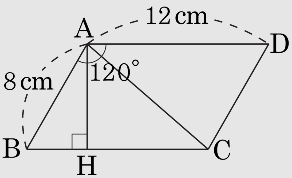


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{7}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면



$$\overline{AH} = 8\sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

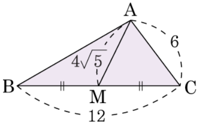
$$\overline{CH} = 12 - \overline{BH} = 12 - 8\cos 60°$$
$$= 12 - 4 = 8\ (\text{cm})$$

$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2$ 이므로

$\overline{AC}^2 = (4\sqrt{3})^2 + 8^2 = 112$

따라서 $\overline{AC} = 4\sqrt{7}\ (\text{cm})$

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{5}$

해설

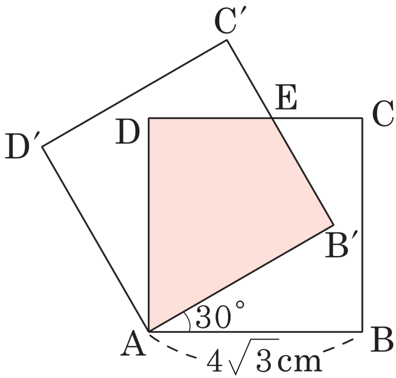
$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$

$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin C$ 이고, $\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ 이다.

$$\text{따라서 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C$$
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{4\sqrt{5}}{9} = 16\sqrt{5}$$

18. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 $30°$ 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하여라.

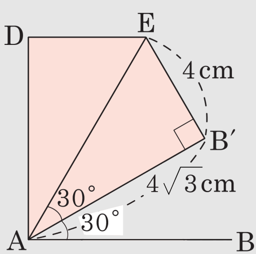


▶ 답 : ____ cm^2

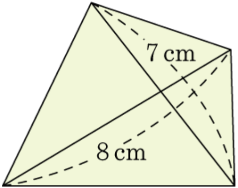
▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ cm^2

해설

$$□DAB'E = 2\triangle AB'E = 2 \times 4\sqrt{3} \times 4 \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}\ (cm^2)$$



19. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 7 cm, 8 cm 인 사각형의 넓이의 최댓값은?



① $14\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

② $28\,\mathrm{cm}^2$

③ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $28\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $56\,\mathrm{cm}^2$

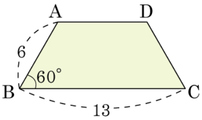
해설

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin\theta = 28\sin\theta$$

이때 $\theta = 90°$일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90°$일 때이다.

따라서 S 의 최댓값은 $28\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

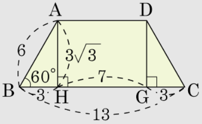
20. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $10\sqrt{2}$ ② $20\sqrt{2}$ ③ $20\sqrt{3}$ ④ $30\sqrt{2}$ ⑤ $30\sqrt{3}$

해설

점 A 와 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, G 라 할 때



$\overline{AH} = 6 \times \sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$\overline{BH} = 6 \times \cos 60° = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

$\overline{CG} = 3$ 이므로 $\overline{HG} = \overline{AD} = 7$

□ABCD 넓이$= \frac{1}{2} \times (7 + 13) \times 3\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$ 이다.