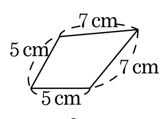
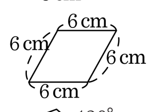
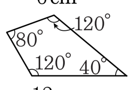
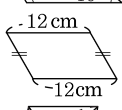
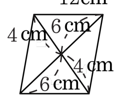
1. 다음 사각형 중에서 평행사변형을 모두 골라라.

㉠ 

㉡ 

㉢ 

㉣ 

㉤ 

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

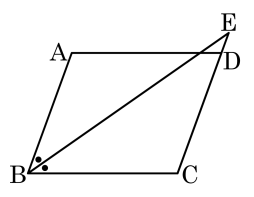
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡, ㉣두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉤두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

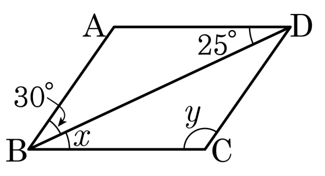
2. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{AD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm
④ 8.5cm ⑤ 9cm

해설
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이므로
$\angle ABE = \angle BEC$ (엇각)
$\angle EBC = \angle BEC$ 이므로 $\triangle BEC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} = \overline{AD} = 7(\text{cm})$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ABD} = 30°$, $\angle\mathrm{ADB} = 25°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 150 °

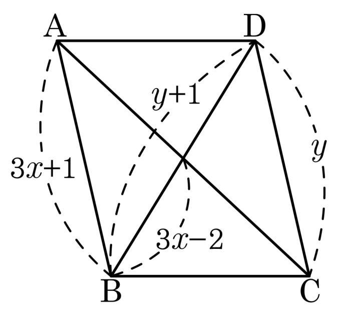
해설

평행사변형에서 $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BDC} = 30°$이고

$\angle x + \angle y + \angle\mathrm{BDC} = 180°$이므로

$\angle x + \angle y = 180° - 30° = 150°$

4. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

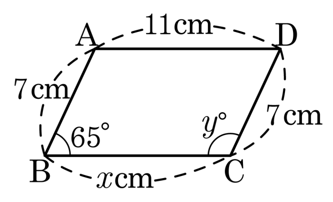
$3x+1=y\cdots$㉠

$(3x-2)\times 2=y+1\cdots$㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $6x-4=3x+2, x=2, y=7$

$\therefore x+y=2+7=9$

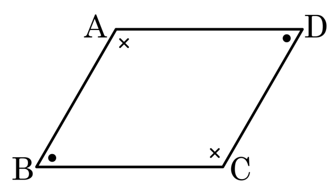
5. 다음 사각형에서 x, y 의 값을 차례대로 구한 것은? (단, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$)



① $11, 65°$　　② $7, 65°$　　③ $115°, 11$
④ $115°, 7$　　⑤ $11, 115°$

해설
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
□ABCD 는 평행사변형이다.
$\therefore x = 11, \angle y = 180° - 65° = 115°$

6. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



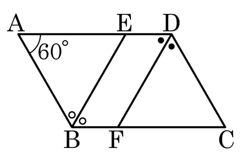
$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 인 □ABCD 에서
$\angle A = \angle C = a$
$\angle B = \angle D = b$ 라 하면
$2a + 2b = 360°$
$\therefore\ a + b = 180°$
동측내각의 합이 $\boxed{}$ 이므로
$\therefore\ \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

① 45° ② 60° ③ 90° ④ 180° ⑤ 360°

해설

동측내각의 합이 180°이면 대변을 연장한 두 직선의 엇각의 크기가 같게 된다.

7. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



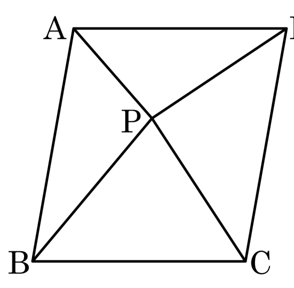
① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$
$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.
사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$
$\therefore \angle BFD = 120°$

8. 다음 그림과 같이 넓이가 $36\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle\mathrm{ADP}+\triangle\mathrm{BCP}$ 의 넓이는?



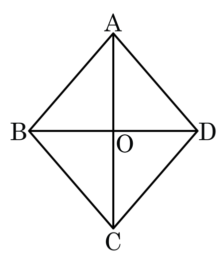
① $17\mathrm{cm}^2$　② $18\mathrm{cm}^2$　③ $20\mathrm{cm}^2$
④ $23\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{ADP}+\triangle\mathrm{BCP}$ 이다

$\therefore\ 36\times\frac{1}{2} = \triangle\mathrm{ADP}+\triangle\mathrm{BCP} = 18(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건의 개수는?



보기

㉠ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

㉡ $\overline{AO}=\overline{DO}$

㉢ $\overline{AB}=\overline{AD}$

㉣ $\angle ADC=90°$

㉤ $\angle ABC=\angle BCD$

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

마름모가 정사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$ 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다. 따라서 $\overline{AO}=\overline{DO}$, $\angle ADC=90°$, $\angle ABC+\angle BCD=180°$ 이므로 $\angle ABC=\angle BCD$ 이면 된다.

10. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.
② 사다리꼴은 사각형이다.
③ 마름모는 평행사변형이다.
④ 정사각형은 평행사변형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

11. 다음 보기 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 모두 몇 개인가?

보기

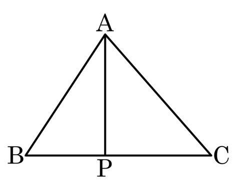
㉠ 등변사다리꼴 ㉡ 마름모
㉢ 직사각형 ㉣ 정사각형
㉤ 평행사변형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉣ 3 개이다.

12. 다음 그림의 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 3 : 4$ 이고, $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 넓이가 $49\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{APC}$ 의 넓이는?



① $14\,\mathrm{cm}^2$ ② $21\,\mathrm{cm}^2$ ③ $28\,\mathrm{cm}^2$

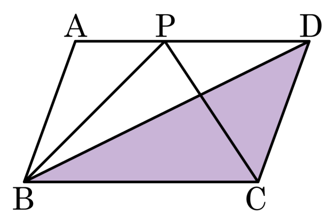
④ $30\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $42\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle \mathrm{ABP}$ 와 $\triangle \mathrm{APC}$ 의 높이는 같으므로

$\triangle \mathrm{APC} = 49(\mathrm{cm}^2) \times \frac{4}{7} = 28(\mathrm{cm}^2)$

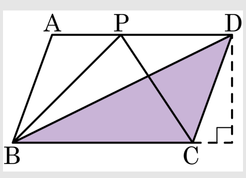
13. 다음 그림과 같이 $\square$ABCD가 평행사변형이고 $\triangle$PBC $= 14\text{cm}^2$일 때, 어두운 부분의 넓이는?



① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2

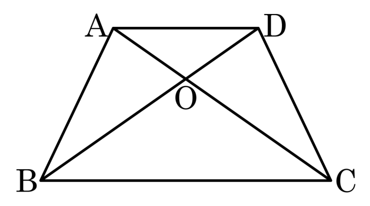
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle$PBC와 $\triangle$DBC는 밑변의 길이 $\overline{\text{BC}}$와 높이가 같으므로 $\triangle$DBC $=$ $\triangle$PBC $= 14(\text{cm}^2)$이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 18 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

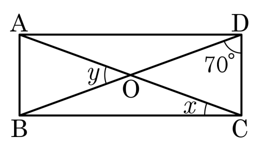


① 148　② 150　③ 162　④ 175　⑤ 180

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$18 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 36$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 36$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$36 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 72$
$\therefore \square ABCD = 18 + 36 + 36 + 72 = 162$

15. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 30° ② 40° ③ 50°

④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle \mathrm{ODC} = \angle \mathrm{DCO} = 70°$, $\angle x + \angle \mathrm{DCO} = 90°$

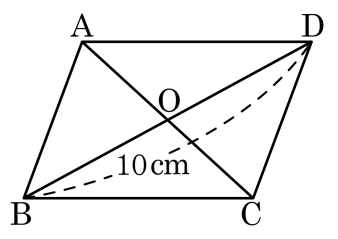
$\therefore\ \angle x = 90° - 70° = 20°$

$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{CBD} = 20°$

$\therefore \angle y = \angle x + \angle \mathrm{CBD} = 20° + 20° = 40°$

따라서 $\angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

16. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD이다. 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



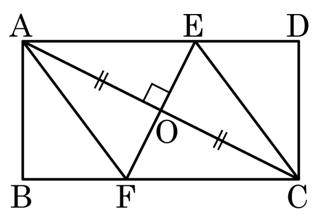
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle AFC$ 의 넓이를 구하여라.



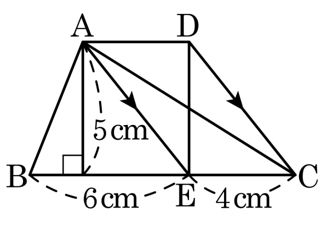
▶ 답 : ＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : $10\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)
따라서 두 삼각형이 합동이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
□AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
즉, $\overline{FC} = \overline{AF} = 5\text{cm}$ 이고, 높이는 $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 이므로
$\therefore\ \triangle AFC = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$ 일 때, □ABED 의 넓이는?



① 25cm^2 ② 30cm^2 ③ 35cm^2
④ 40cm^2 ⑤ 45cm^2

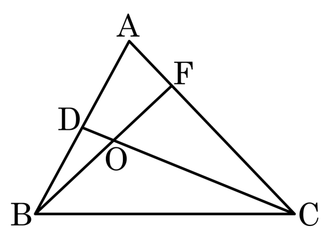
해설

$\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AEC = \triangle ADE$ 이다.

$\square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle AEC = \triangle ABC$

$\therefore \square ABED = \dfrac{1}{2} \times 5 \times (6+4) = 25(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 6$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 560일 때, $\triangle COF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 180

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 560 = 280$

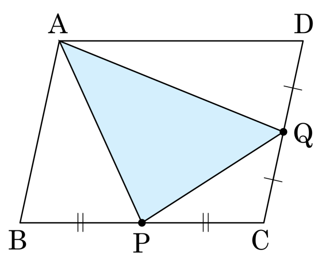
$\overline{AO}$를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 6$ 이므로

$\triangle ACO = \frac{6}{7}\triangle CAD = \frac{6}{7} \times 280 = 240$

또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$이므로

$\triangle COF = \frac{3}{4}\triangle ACO = \frac{3}{4} \times 240 = 180$

20. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 16\,cm^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,cm^2$

해설

$\triangle ABP = \triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 16 = 4(cm^2)$

$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 16 = 2(cm^2)$

$\therefore \triangle APQ$

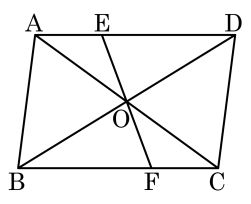
$= \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle AQD + \triangle PCQ)$

$= 16 - (4 + 4 + 2)$

$= 16 - 10$

$= 6(cm^2)$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$, $\triangle OFC = 5cm^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 (   )cm^2 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



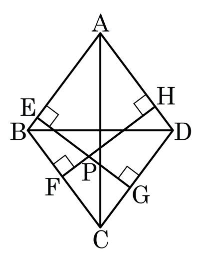
▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$,
$\angle EOA = \angle FOC$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
$\therefore \triangle AOE = \triangle COF = 5(cm^2)$
$\triangle AOE$ 와 $\triangle DOE$ 에서 높이는 같고 밑변이 1 : 2 이므로 $\triangle AOE : \triangle DOE = 1 : 2$
$\therefore \triangle DOE = 2\triangle AOE = 10(cm^2)$
$\triangle AOD = 5 + 10 = 15(cm^2)$
$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOD = \triangle DOC$, $\triangle AOB = \triangle COB$,
$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle ADO$, $\triangle CBO = \triangle CDO$
$\rightarrow \triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \triangle DOA = 15(cm^2)$
$\therefore$ □ABCD $= 15 \times 4 = 60(cm^2)$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

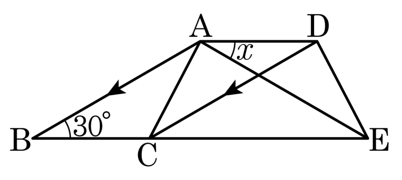
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5}\text{ cm}$이다.

23. 다음 그림의 □ACED 가 $\overline{AD} // \overline{CE}$ 인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} // \overline{CE}$ 이므로

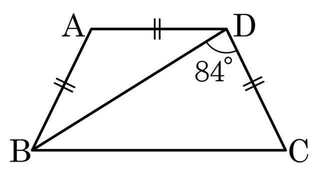
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

24. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84°$ 일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ________ °

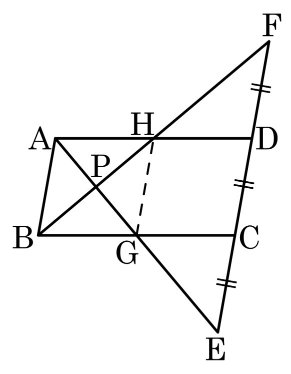
▷ 정답: 64 °

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96°$이므로, $\angle C = 64°$

25. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD} = 6$이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$일 때, □ABGH의 둘레의 길이를 구하면?



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$
$\angle ABH = \angle HFD$(엇각)
$\angle BAH = \angle HDF$(엇각)이므로
$\triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AH} = \overline{HD} = 3$이다.
마찬가지로 $\triangle ABG \equiv \triangle ECG$에서 $\overline{BG} = 3$이므로
□ABGH는 마름모이다.
따라서 둘레의 길이는 $3 \times 4 = 12$이다.