

1. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 양수의 제곱근은 2 개이다.
- ② 0의 제곱근은 0이다.
- ③ 제곱근 4는 ± 2 이다.
- ④ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ⑤ 2의 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$ 이다.

해설

- ① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$, 즉 2개다.
- ② 0의 제곱근, 즉 제곱해서 0이 되는 수는 0 한 개뿐이다.
- ③ (제곱근 4) = $\sqrt{4} = 2$
- ④ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ 2의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$

2. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -12$

해설

$$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$$

$$\therefore a = +4$$

$$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore ab = (+4) \times (-3) = -12$$

3. $\sqrt{25}$, $\sqrt{(-6)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 차례대로 바르게 나타낸 것은?

① 5, 6

② 5, -6

③ 5, 36

④ 25, 36

⑤ 25, -36

해설

$$\sqrt{25} = 5, \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

∴ 5, 6

4. $-\sqrt{144} + \sqrt{(-3)^4} - \sqrt{(-5)^4}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -28

해설

$$\begin{aligned} &-\sqrt{144} + \sqrt{(-3)^4} - \sqrt{(-5)^4} \\ &= -\sqrt{144} + \sqrt{81} - \sqrt{625} \\ &= -12 + 9 - 25 = -28 \end{aligned}$$

5. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $3a$ ② $-3a$ ③ a ④ $-a$ ⑤ $5a$

해설

$$\begin{aligned} & 2a < 0, -a > 0 \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-a)^2} \\ & = -2a - (-a) = -2a + a = -a \end{aligned}$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

7. $\frac{6}{\sqrt{12}} + \sqrt{48} \times (-\sqrt{3})^2$ 을 간단히 나타내면?

① $11\sqrt{3}$

② $13\sqrt{3}$

③ $15\sqrt{3}$

④ $-13\sqrt{3}$

⑤ $-15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{6}{\sqrt{12}} + \sqrt{48} \times (-\sqrt{3})^2 &= \frac{6}{2\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} \times (-\sqrt{3})^2 \\ &= \frac{3}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} \times 3 \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{3} + 12\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + 12\sqrt{3} \\ &= 13\sqrt{3}\end{aligned}$$

8. 가로 길이가 4cm, 세로 길이가 8cm 인 직사각형과 같은 넓이를 갖는 정사각형을 그리려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하라.

▶ 답: cm

▷ 정답: $4\sqrt{2}$ cm

해설

(직사각형의 넓이) = $4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$
정사각형의 한 변의 길이가 x 일 때, $x^2 = 32$
 $\therefore x = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

9. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.4, \frac{4}{25}$$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} 12 \text{의 제곱근} &\pm \sqrt{12} \\ 0.4 \text{의 제곱근} &\pm \sqrt{0.4} \\ \frac{1}{16} \text{의 제곱근} &\pm \frac{1}{4} \\ 0.4 \text{의 제곱근} &\pm \frac{2}{3} \\ \frac{4}{25} \text{의 제곱근} &\pm \frac{2}{5} \end{aligned}$$

10. \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

$\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 이므로

$N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = \dots = N(15) = 3$

$N(16) = N(17) = \dots = N(20) = 4$

$\therefore N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

11. $2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 을 계산하면?

- ① $3\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{5}$ ④ $12\sqrt{6}$ ⑤ $20\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= 20\sqrt{5}\end{aligned}$$

12. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$, $\sqrt{7} = d$ 일 때, $\sqrt{420}$ 을 a , b , c , d 를 사용하여 나타내면?

① $abcd$

② a^2bc

③ abc^2d

④ a^2bcd

⑤ a^2bc^2d

해설

$$\sqrt{420} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = a^2bcd$$

13. $\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $\frac{\sqrt{15}}{2}$ 가 되었다. 이 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6a}}{2 \times 6} = \frac{\sqrt{6a}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6a}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{6a} = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$$

$$\therefore a = 10$$

14. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = -a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2}+c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ &\therefore a = 3 \\ & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &\therefore b = -7, c = 4 \\ &\therefore a + b + c = 0 \end{aligned}$$

15. 등식 $5 + 3\sqrt{2} + 3x - y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -11$

▷ 정답 : $y = -25$

해설

$$5 + 3\sqrt{2} + 3x - y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3$$

$$(5 + 3x - y + 3) + (3 - 2x + y)\sqrt{2} = 0$$

$$\begin{array}{r} 3x - y = -8 \\ +) -2x + y = -3 \\ \hline x = -11, y = -25 \end{array}$$

16. $7 < \sqrt{10x} < 9$ 인 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$7 < \sqrt{10x} < 9$, $49 < 10x < 81$
따라서 자연수 $x = 5, 6, 7, 8$

17. \sqrt{a} 의 정수 부분이 3일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{a} &= 3.\times\times \\ 3 \leq \sqrt{a} < 4 &\rightarrow 9 \leq a < 16 \\ \therefore 16 - 9 &= 7 \text{ (개)}\end{aligned}$$

18. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

19. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

- ① 5 ② 9 ③ 15 ④ 26 ⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

20. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

- ① (무리수)+ (무리수)
- ② (무리수)- (무리수)
- ③ (유리수) \times (무리수)
- ④ (무리수) \div (무리수)
- ⑤ (무리수)- (유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
- ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

21. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

- ① 32 ② 23 ③ 11 ④ 9 ⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

22. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

- ① 60 ② 54 ③ $\frac{54}{5}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

23. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 33 ⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10),$$

$$(10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

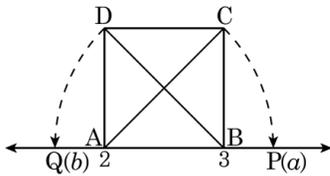
24. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

59보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로
 $59 + a = 64, 81, 100, \dots$
 $\therefore a = 5, 22, 41, \dots$
따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.
 $\therefore a + b = 5 + 8 = 13$

25. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD의 대각선 $\overline{AC} = \overline{AP}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 인 두 점 P, Q를 수직선 위에 잡았을 때, $P(a), Q(b)$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



보기

- ㉠ $P(a) = 2 + \sqrt{2}$ ㉡ $Q(b) = 3 - 2\sqrt{2}$
 ㉢ $\overline{PQ} = -1 + 4\sqrt{2}$ ㉣ $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$
 ㉤ $\overline{AP} = \sqrt{2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉡ $Q(b) = 3 - \sqrt{2}$
 ㉣ $\overline{PQ} = 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = -1 + 2\sqrt{2}$
 ㉤ $\overline{AB} = 1$