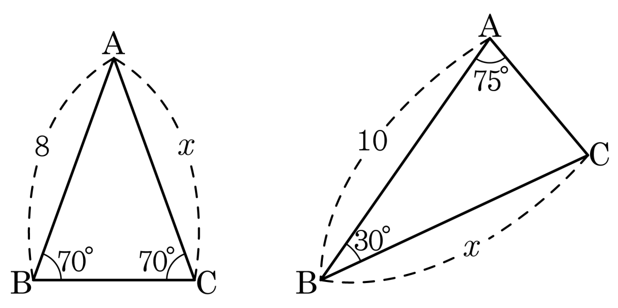
1. 다음 두 그림에서 x의 길이의 합은?

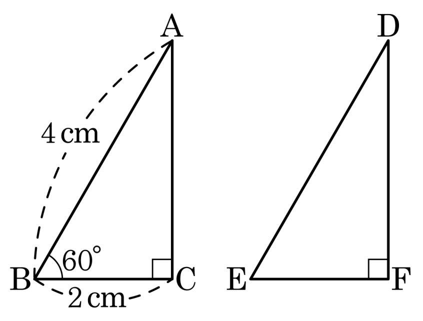


① 14　　② 15　　③ 16　　④ 18　　⑤ 19

해설

왼쪽의 $\triangle$ABC에서
$\angle$ABC $=$ $\angle$ACB 이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이다.
$\therefore \ x = 8$
또, 오른쪽의 $\triangle$ABC에서
$\angle$BCA $= 180° - (30° + 75°) = 75°$ 이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이다.
$\therefore \ x = 10$
$\therefore$ (x의 길이의 합)$= 8 + 10 = 18$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 합동일 때, $\overline{DE}$ 의 길이와 $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : °

▷ 정답 : $\overline{DE} = 4$ cm

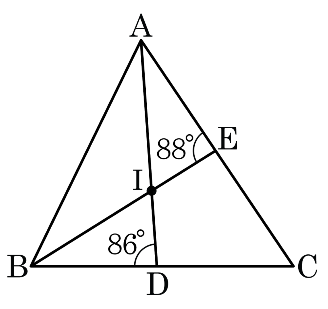
▷ 정답 : $\angle D = 30$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AB} = 4(\mathrm{cm}),\ \angle D = 30°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\angle$A의 내각의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 교점을 D, $\angle$B의 내각의 이등분선과 $\overline{\mathrm{AC}}$의 교점을 E라고 할 때, $\angle\mathrm{AEB} = 88°$, $\angle\mathrm{ADB} = 86°$이다. $\angle$C 의 크기를 구하여라.

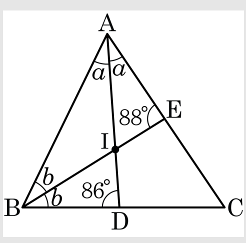


▶ 답: $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답: 56°

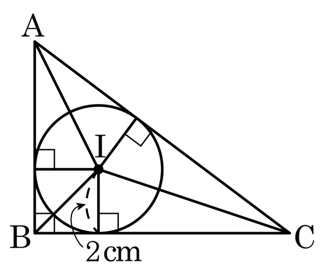
해설

$\angle\mathrm{A} = 2\angle a$, $\angle\mathrm{B} = 2\angle b$ 라고 하면,



$\triangle$ABE에서 $2\angle a + \angle b + 88° = 180°$, $2\angle a + \angle b = 92° \cdots$ ①
$\triangle$ABD 에서 $\angle a + 2\angle b + 86° = 180°$, $\angle a + 2\angle b = 94° \cdots$ ②
①, ②를 연립방정식으로 풀면, $\angle a = 30°$, $\angle b = 32°$
$\therefore \angle\mathrm{A} = 60°, \angle\mathrm{B} = 64°$이므로,
$\therefore \angle\mathrm{C} = 180° - (60° + 64°) = 56°$

4. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 24 cm

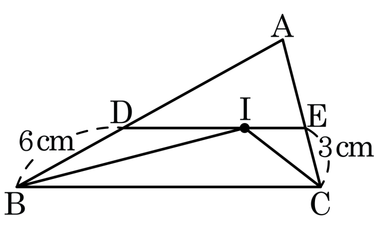
해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$

$\therefore\ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라고 한다.
$\overline{BD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

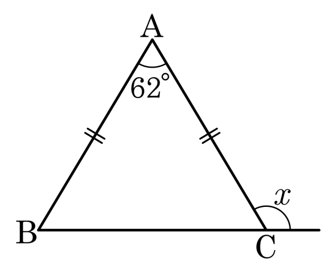
▷ 정답: $9\,\text{cm}$

해설

$\overline{BD} = \overline{DI}$, $\overline{CE} = \overline{IE}$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle \mathrm{A} = 62°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



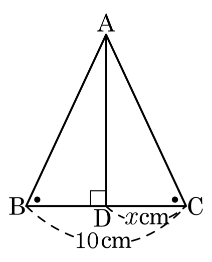
① 120° ② 121° ③ 122° ④ 123° ⑤ 124°

해설

$\angle \mathrm{ACB} = \dfrac{1}{2}(180° - 62°) = 59°$

$\therefore \angle x = 180° - 59° = 121°$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 일 때, x 의 값은?



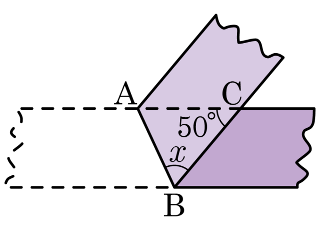
① 3.5 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로

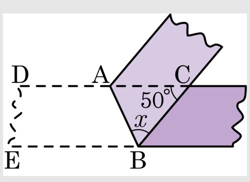
$x = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

8. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



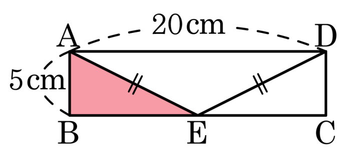
① $45°$　② $50°$　③ $55°$　④ $60°$　⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)
$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$
$\angle x = 65°$

9. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 20cm^2　② 25cm^2　③ 30cm^2

④ 35cm^2　⑤ 35cm^2

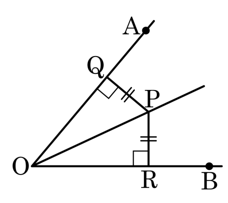
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ABC = \angle DCE = 90^\circ$ $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ (RHS 합동), $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

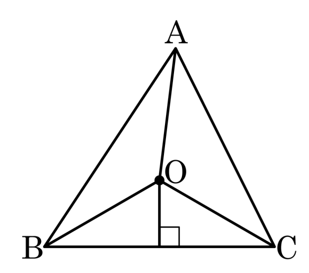


① $\triangle QPO = \triangle RPO$
② $\overline{QO} = \overline{RO}$
③ $\overline{QO} = \overline{PO}$
④ $\angle OPQ = \angle OPR$
⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

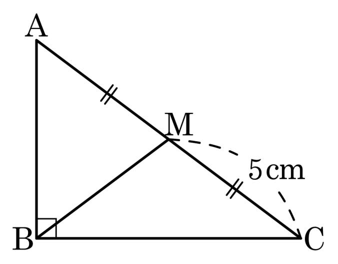
11. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$
④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설
점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이고 점 M 이 삼각형의 외심일 때, $\overline{\mathrm{BM}}$ 의 길이는?



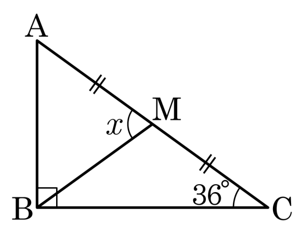
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}}$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} = 5\mathrm{cm}$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① $62°$ ② $64°$ ③ $68°$ ④ $70°$ ⑤ $72°$

해설

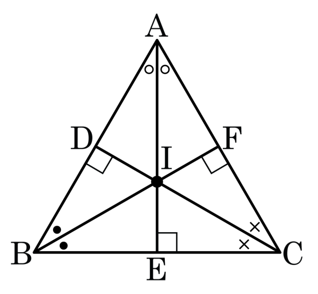
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36°$

$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

14. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



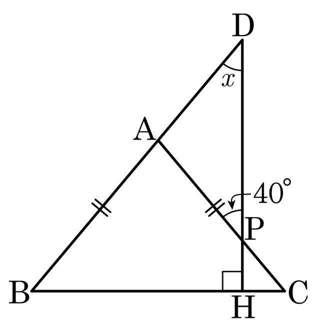
$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \cdots$ ㉠
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$　② $\overline{IE}$　③ $\overline{IC}$　④ $\overline{IB}$　⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

15. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

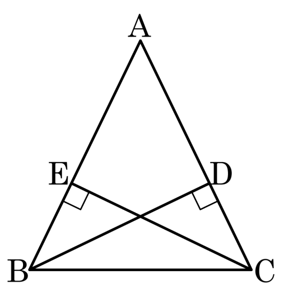
해설

$\triangle$PHC 에서 맞꼭지각의 성질에 의해 $\angle CPH = 40°$
따라서 $\angle PHC = \angle CPH + \angle C$ 이므로
$90° = 40° + \angle C$
$\therefore \angle C = 50°$
$\angle BAC = \angle x + 40°$ 이고 $\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 50°$
삼각형 내각의 합은 180° 이므로

$$\begin{aligned} 180° &= \angle BAC + \angle B + \angle C \\ &= (\angle x + 40°) + 2\angle C \\ &= \angle x + 40° + 100° \\ &= \angle x + 140° \end{aligned}$$

$\therefore \angle x = 40°$

16. 다음 그림과 같이$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



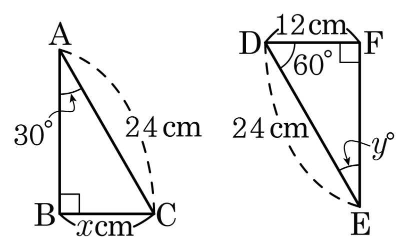
(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{(나)}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{(다)} = 90^\circ$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{(라)}$) ⋯㉡
$\boxed{(마)}$는 공통 ⋯㉢
$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$
② (나) $\overline{CE}$
③ (다) $\angle BDA$
④ (라) $\angle C$
⑤ (마) $\overline{BC}$

해설

(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{\overline{CE}}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
($\angle BDC = \boxed{\angle CEB} = 90^\circ$) ⋯㉠
($\angle B = \boxed{\angle C}$) ⋯㉡
$\boxed{\overline{BC}}$는 공통 ⋯㉢
$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$
$\therefore \overline{BD} = \overline{CE}$

17. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12　② 36　③ 42　④ 48　⑤ 60

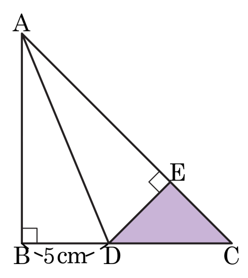
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{FD}} = 12\mathrm{cm} = x\mathrm{cm}$, $\angle y = \angle \mathrm{CAB} = 30°$

$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BD}$ 의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

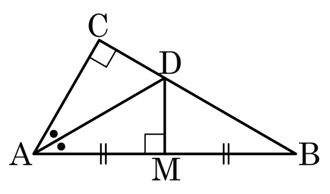
▷ 정답 : $\frac{25}{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이므로
$\angle C = \angle A = 45°$
$\triangle EDC$ 에서 $\angle EDC = 90° - 45° = 45°$ 이므로
$\triangle EDC$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{ED} = \overline{EC}$

$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHS 합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{ED} = 5\,\mathrm{cm}$
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}(\mathrm{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 한다. $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\angle B$ 의 크기는?

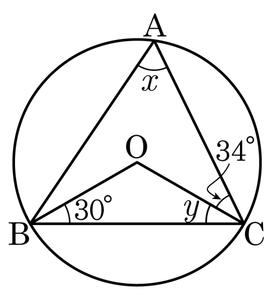


① 26° ② 28° ③ 30° ④ 32° ⑤ 34°

해설

$\triangle AMD$ 와 $\triangle BMD$ 에서 $\angle AMD = \angle BMD = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{MD}$ 는 공통$\cdots$ ㉡
$\overline{AM} = \overline{BM} \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$(SAS합동)
$\therefore \angle DAM = \angle B \cdots$ ㉣
$\overline{AD}$ 가 A 의 이등분선이므로 $\angle DAM = \angle DAC \cdots$ ㉤
㉣,㉤에 의해 $\angle DAM = \angle B = \angle DAC$
$\angle DAM + \angle B + \angle DAC = 90°$ 이므로 $3\angle B = 90°$ $\therefore \angle B = 30°$

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 외접원의 중심이 점 O라고 할 때, $\angle OBC = 30°$, $\angle OCA = 34°$이다. $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



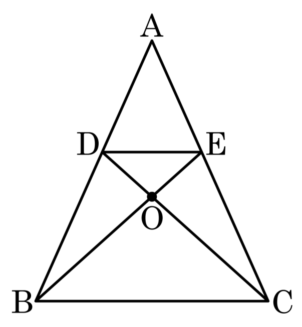
▶ 답 : $\underline{\quad\quad°}$

▷ 정답 : $\underline{90°}$

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAC$에서 $\angle OAC = \angle OCA = 34°$
$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 30°$
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle a$라 하면 $\angle OBA = \angle a$
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,
$30° + \angle a + 30° + 34° + 34° + \angle a = 180°$,
$128° + 2\angle a = 180°$,
$2\angle a = 52°$
$\therefore \angle a = 26°$
$\therefore \angle x = 26° + 34° = 60°$
$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle y = 30°$
$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

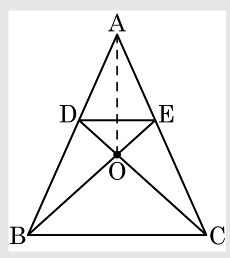
21. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 120 °

해설



$\angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle\mathrm{DBE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{DEB} = \angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC} = y$

점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$

즉, $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OAC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = x$, $\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = y$

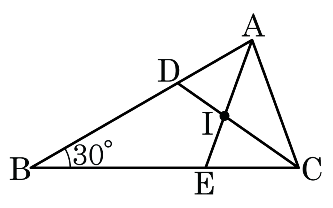
한편 외심의 성질에 의해 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A}$ 이므로

$\angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{BOC}$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle\mathrm{ODE}$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180\,^\circ$, $x + y = \angle\mathrm{A} = 60\,^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 120\,^\circ$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110°　② 123°　③ 135°　④ 148°　⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

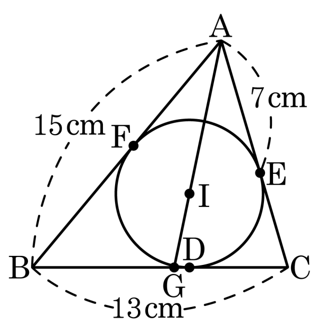
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

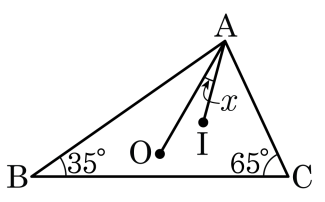
▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.
$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$
$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$
$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$
$\therefore\ \overline{AC} = 12\text{cm}$
또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$
$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$
$\therefore\ x = \frac{7}{9}$
따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

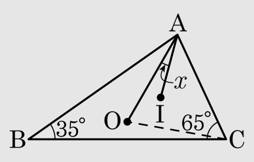
24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°　② 12°　③ 15°　④ 18°　⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

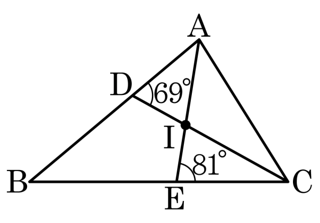


ⅰ) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ⅱ) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle ADI = 69°$, $\angle CEI = 81°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

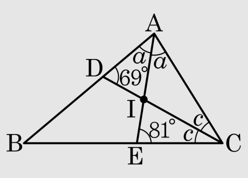


▶ 답: °

▷ 정답: 40°

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle BAE = \angle CAE = a$, $\angle ACD = \angle BCD = c$ 라 하면



$\triangle AEC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAE + \angle ACE = \angle AEB$ 이므로 $a + 2c = 99° \cdots$ ㉠
$\triangle ADC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAD + \angle ACD = \angle CDB$ 이므로 $2a + c = 111° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 더하면 $3a + 3c = 210°$ 즉, $a + c = 70°$
$\therefore \angle B = 180° - 2(a + c) = 180° - 140° = 40°$