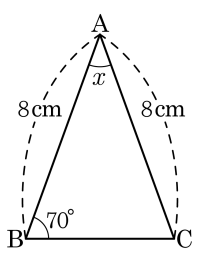
1. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

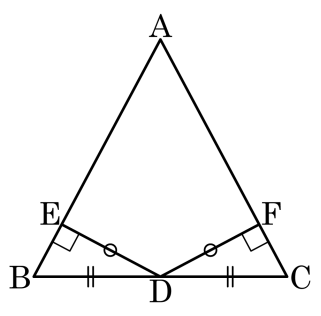


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ACB = 70°$
따라서 $x = 180° - 2 \times 70° = 40°$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 28°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 56 °

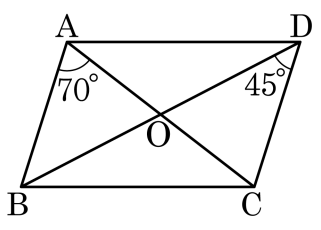
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 62°$

$\therefore \angle A = 180° - 62° \times 2 = 56°$

3. 평행사변형ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle BDC = 45°$ 일 때, $\angle OBC + \angle OCB$ 의 크기는?

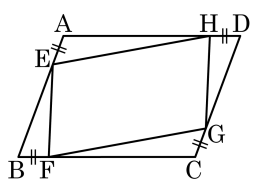


① 70° ② 65° ③ 60° ④ 50° ⑤ 45°

해설

$\angle ABO = 45°$ (엇각)
$\angle OBC + \angle OCB$ 는 $\triangle OBC$ 외각
$\therefore \angle AOB = 65°$

4. □ABCD 가 평행사변형이고, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 도 평행사변형이다. 다음 중 그 이유로 가장 적당한 것은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하기 때문에

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같기 때문에

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하기 때문에

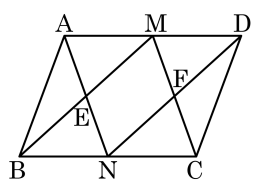
④ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같기 때문에

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하기 때문에

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{EH} = \overline{FG}$
$\triangle DGH \equiv \triangle BEF$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$
따라서 □EFGH 는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 평행사변형이다.

5. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 다음과 같이 각 평행사변형의 꼭짓점에서 선을 그었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



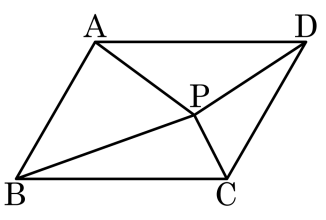
㉠ $\triangle AEM \equiv \triangle ABE$	㉡ $\triangle ABM \equiv \triangle ABN$
㉢ $\triangle AND \equiv \triangle MBC$	㉣ $\overline{AN} = \overline{MC}$
㉤ $\overline{BM} = \overline{ND}$	

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢
④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $\triangle AEM$ 과 $\triangle ABE$ 의 넓이는 같지만 합동이 아니다.
㉡ $\triangle ABM$ 과 $\triangle ABN$ 의 넓이는 같지만 합동이 아니다.

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABP = 20cm^2$, $\triangle PBC = 13cm^2$, $\triangle APD = 17cm^2$, $\triangle DPC = xcm^2$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle DPC = \triangle APD + \triangle PBC$ 이므로

$20 + \triangle DPC = 17 + 13$ 이다.

$\therefore\ \triangle DPC = 10cm^2$

7. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
② 한 내각의 크기가 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설
평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 $180°$ 이므로 한 내각이 $90°$ 임을 증명할 수 있다.

8. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.

② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.

③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.

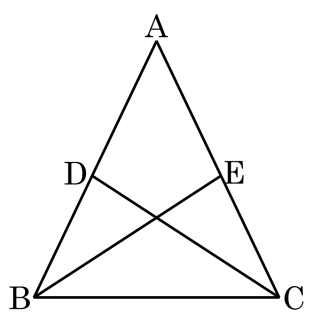
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.

⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설

① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

9. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



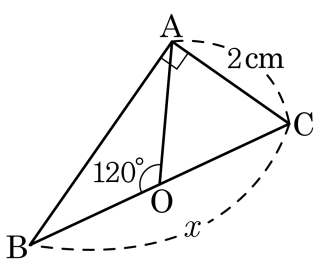
[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD}=$ ㉠
[결론] $\overline{DC} =$ ㉡
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} =$ ㉢,
$\overline{AE} =$ ㉣, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (㉤ 합동)
$\therefore \overline{DC} =$ ㉡

① ㉠ : $\overline{AE}$　② ㉡ : $\overline{EB}$　③ ㉢ : $\overline{AC}$
④ ㉣ : $\overline{AD}$　⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$
[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{DC} = \overline{EB}$

10. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

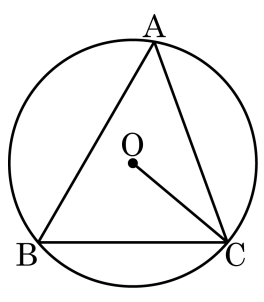
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60°(\because 180° - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(cm)$

11. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle OCB = 40°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?

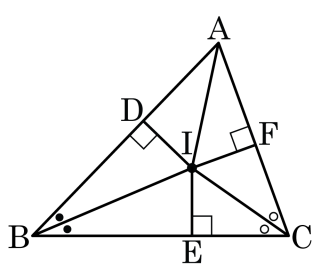


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$,
$\angle BOC = 100°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 50°$

12. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



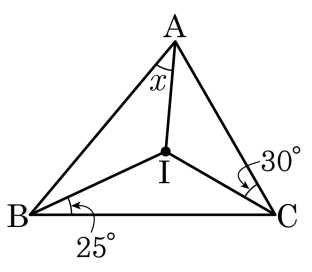
> $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
> i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
> $\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
> ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} = ($ ㉡ $)$
> iii) $\overline{ID} = ($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
> iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
> $\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
> 따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
> 따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$　　② ㉡ : $\overline{IF}$　　③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$　　⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
$\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 35 °

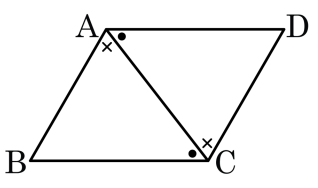
해설

$25° + 30° + \angle x = 90°$

$55° + \angle x = 90°$

$\therefore \ \angle x = 35°$

14. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

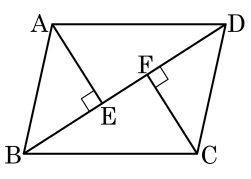
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$

② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$

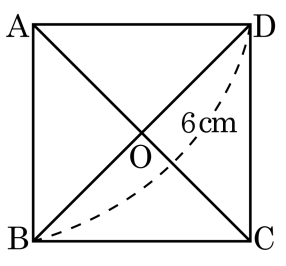
④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

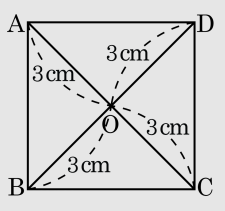
$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 6cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이는?



① 9cm^2 ② 12cm^2 ③ 18cm^2
④ 24cm^2 ⑤ 36cm^2

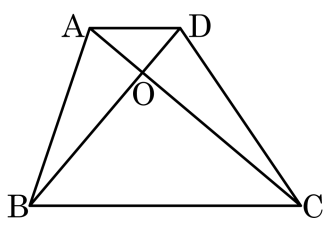
해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 3 \times 3) \times 4 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이고 $\triangle ABD = 20cm^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

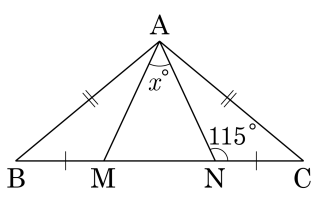


① $30cm^2$ ② $45cm^2$ ③ $60cm^2$
④ $75cm^2$ ⑤ $90cm^2$

해설

$\triangle ABO : \triangle AOD = 3 : 1$, $\triangle AOB = 15cm^2$,
$1 : 3 = 15cm^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = 45cm^2$,
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle DBC = \triangle AOB + \triangle OBC = 15 + 45 = 60(cm^2)$

18. $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BM} = \overline{CN}$이고, $\angle ANC = 115°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

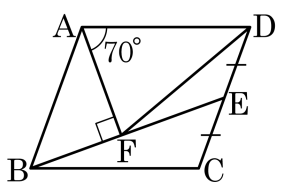
▷ 정답 : $50°$

해설

이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$이고
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BM} = \overline{CN}$이므로
$\triangle ABM \equiv \triangle ACN$(SAS 합동)
$\therefore\ \overline{AM} = \overline{AN}$

즉, $\triangle AMN$이 이등변삼각형이므로
$\angle AMN = \angle ANM = 180° - 115° = 65°$
$\therefore\ x = 180° - (65° \times 2) = 50°$

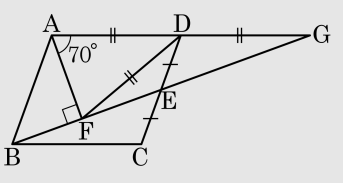
19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70°$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
$\therefore \angle DFE = 90° - \angle DFA = 90° - \angle DAF = 20°$

20. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 185π cm^2

해설

외접원의 반지름 : $\frac{26}{2} = 13(\mathrm{cm})$

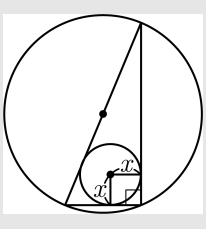
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

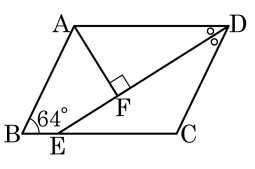
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$인 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\angle D$의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F라 할 때, $\angle BAF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 58 °

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

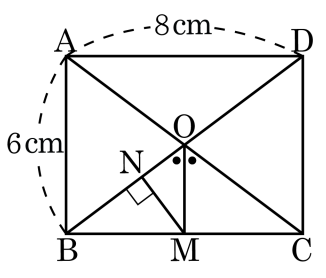
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

22. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$ 이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 1.2 cm ② 1.6 cm ③ 2.4 cm
④ 3.6 cm ⑤ 4.8 cm

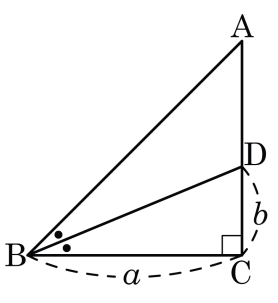
해설

$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{MN}$

$\therefore\ \overline{MN} = 2.4\,(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = a, \overline{CD} = b$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b$

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle BCD \equiv \triangle BHD$ (RHA 합동)

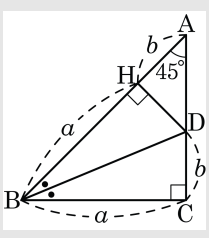
$\overline{DH} = \overline{DC} = b$

$\overline{BH} = \overline{BC} = a$

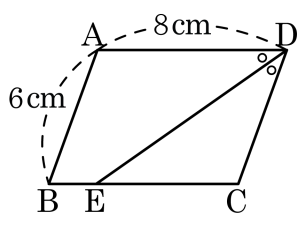
$\triangle HDA$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AH} = \overline{DH} = b$

$\therefore \overline{AB} = a + b$

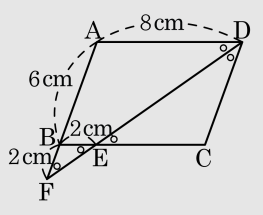


24. □ABCD는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$인 평행사변형이고, $\overline{DE}$는 $\angle D$의 이등분선일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하면?



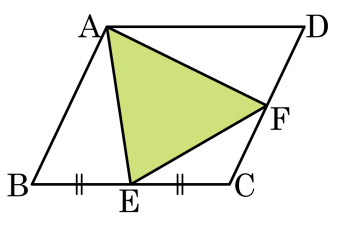
① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설



$\overline{DF}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하자. 그러면 $\triangle AFD$는 $\angle ADF = \angle AFD$이므로 이등변삼각형이 되므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{BE} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{BF} = 2\text{cm}$이다.
$\therefore \overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 6\text{cm}$이다.

25. 다음의 평행사변형 ABCD에서 점 E, F는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 중점이다. $\square ABCD = 80\,cm^2$일 때, $\triangle AEF$의 넓이로 알맞은 것은?



① $10\,(cm^2)$ ② $20\,(cm^2)$ ③ $30\,(cm^2)$
④ $40\,(cm^2)$ ⑤ $50\,(cm^2)$

해설

$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 80 = 20\,(cm^2)$,

$\triangle AFD = \frac{1}{4}\square ABCD = 20\,(cm^2)$,

$\triangle FEC = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 80 = 10\,(cm^2)$,

$\therefore \triangle AFE$

$= \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle AFD + \triangle FEC)$

$= 80 - (20 + 20 + 10) = 30\,(cm^2)$