

1. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = 2x(x - 1)$

㉡ $y = \frac{x}{3} - 4$

㉢ $y = -3x^2 + 7$

㉣ $y = 2x^3 + x^2 - 5$

㉤ $y = \frac{5}{x^2}$

㉥ $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉤이다.

2. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

① $\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지나므로

$$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{3}{2}a^2 = 9$$

$$a^2 = 6$$

$$a < 0 \text{ 이므로 } a = -\sqrt{6}$$

4. 다음 포물선을 폭이 넓은 것부터 차례로 쓴 것으로 옳은 것은?

- (가) $y = -x^2$
(나) $y = \frac{1}{2}x^2 + 4$
(다) $y = 2(x - 1)^2$
(라) $y = -\frac{3}{4}x^2$
(마) $y = 3(x + 2)^2 - 1$

- ① (라)-(나)-(가)-(다)-(마) ② (나)-(라)-(다)-(마)-(가)
③ (마)-(다)-(가)-(라)-(나) ④ (라)-(나)-(마)-(다)-(가)
⑤ (나)-(라)-(가)-(다)-(마)

해설

$y = kx^2 + c$ (c 는 상수)에서 포물선의 폭은 k 의 절댓값의 크기가 클수록 좁아진다.

5. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉤ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉥ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

6. 이차함수 $y = 4(x + 3)^2 + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 식은?

- ① $y = 4(x + 1)^2 + 2$ ② $y = 4(x + 5)^2 + 2$
③ $y = \frac{1}{4}(x + 1)^2 + 2$ ④ $y = 4(x - 1)^2 + 3$
⑤ $y = -4(x - 2)^2 - 3$

해설

$$y = 4(x + 3 - 2)^2 + 5 - 3 = 4(x + 1)^2 + 2$$

7. 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

- ① $y = -3x^2 + 5$ ② $y = 3x^2 - 5$ ③ $y = -3x^2 - 5$
④ $y = 3x^2$ ⑤ $y = 3x^2 + 10$

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$ 이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(p, -18)$ 을 지난다. p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

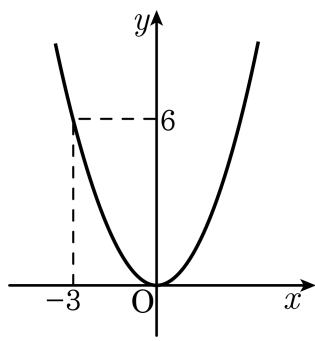
▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 0

해설

$y = -2(x - 3)^2$ 에 점 $(p, -18)$ 대입
 $-18 = -2(p - 3)^2$, $(p - 3)^2 = 9$,
 $p - 3 = \pm 3$, $p = 3 \pm 3$,
따라서 $p = 6$ 또는 $p = 0$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

10. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

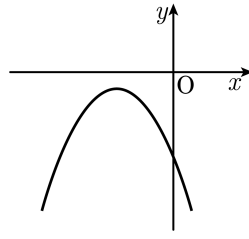
$$y = -3x^2 + kx + 7$$

$$= -3(x-4)^2 + 55$$

$$= -3x^2 + 24x + 7$$

$$\therefore k = 24$$

11. 이차함수 $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호로 알맞은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q > 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a < 0, p = 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q = 0$

해설

$y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $-a < 0, a > 0$ 이고 꼭짓점의 좌표가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p < 0$ 이고 $-q < 0, q > 0$ 이다.

12. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

13. 이차함수 $y = 3x^2 + 3x - 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 3x - 1 = 3(x^2 + x) - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{7}{4}$$

$$\therefore p + q = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

14. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a - 1)$ 을 지나므로 $y = 4(x - a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

15. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$

② $a < 5$

③ $a < -5$

④ $a > -5$

⑤ $a < 9$

해설

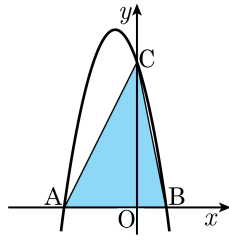
$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$$

$$\therefore a < 5$$

16. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

i) 점 A, B 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 x 절편이므로 $y = 0$ 이라 할 때

$$-x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 A 의 좌표는 $(-5, 0)$ 이고 B 의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

ii) 점 C 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 y 절편이므로 $x = 0$ 이라 하면

$y = 10$ 이다.

따라서 C 의 좌표는 $(0, 10)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 35$$

17. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 $(k, 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k, 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

18. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼
평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다.
이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

19. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -\frac{3}{2}x^2$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = 2x^2 - x$

$\textcircled{\text{㉣}} \ -3(x+2)^2$

$\textcircled{\text{㉤}} \ y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

- $\textcircled{\text{㉠}} \ 1 < |a| < \frac{1}{2}$
- $\textcircled{\text{㉡}} \ 1 < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{㉢}} \ 1 < |a| < \frac{5}{2}$
- $\textcircled{\text{㉣}} \ \frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{㉤}} \ \frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
 a 의 절댓값을 각각 구하면
 $\textcircled{\text{㉠}} \ \frac{3}{2} \ \textcircled{\text{㉡}} \ \frac{1}{2} \ \textcircled{\text{㉢}} \ 2 \ \textcircled{\text{㉣}} \ 3 \ \textcircled{\text{㉤}} \ 1$ 이므로 폭이 넓은 순서는 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
 $\textcircled{\text{㉣}} \ 1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

20. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$\therefore (-6, -7), (2, 9)$$

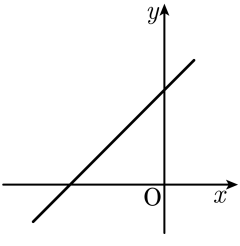
$y = x^2 + 6x - 7 = (x + 3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3, -16)$ 이다.

교점 $(-6, -7)$, $(2, 9)$ 과 꼭짓점 $(-3, -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60이다.

21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

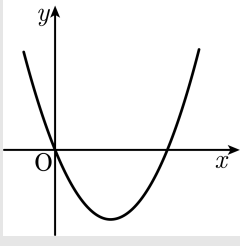
- ① x 축 위
- ② y 축 위
- ③ 제 1 사분면
- ④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



22. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B와 x 축 위의 두 점 C(-2, 0), D(p , 0)을 연결한 사각형이 평행사변형일 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B는

$-6 = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 에서 $x = 5, -1$ 이다.

$\therefore \overline{AB} = 6$

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이다.

점 C의 좌표가 (-2, 0)이므로 점 D의 좌표는 (4, 0)이다.

$\therefore p = 4$

23. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

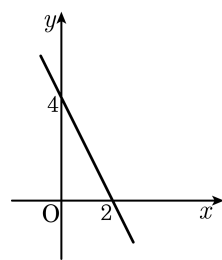
$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

24. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$



해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

25. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$