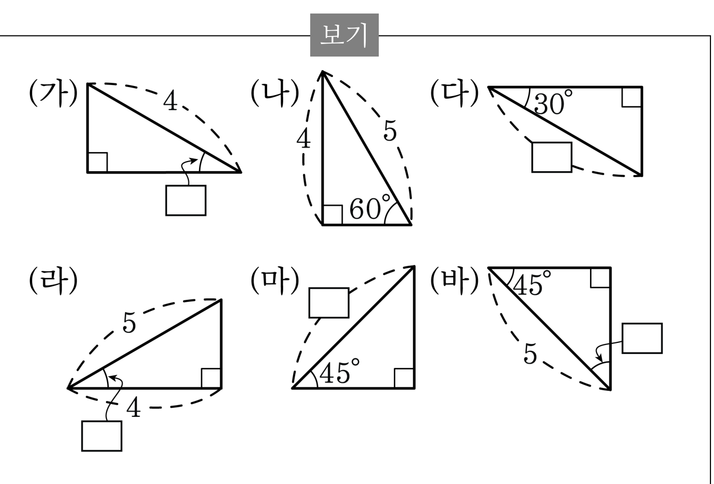
1. 다음 삼각형 중에서 (가)와 (다), (나)와 (라), (마)와 (바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

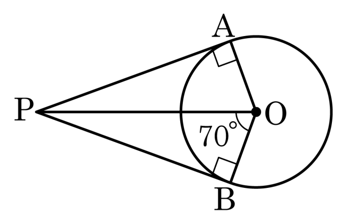


① (가) 30 °
② (다) 4
③ (라) 60 °
④ (마) 5
⑤ (바) 55 °

해설

③ (라) 30°
⑤ (바) 45°

2. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?

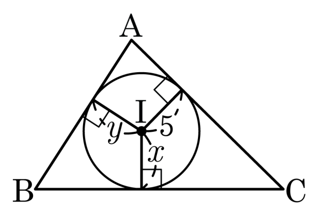


① $20°$ ② $40°$ ③ $80°$ ④ $90°$ ⑤ $140°$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동) 이므로
$\angle POA = 70°$
$\therefore\ \angle APB = 40°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

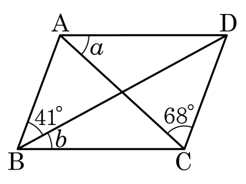
▷ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

4. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 41°$, $\angle ACD = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle DAC = \angle a$, $\angle DBC = \angle b$)



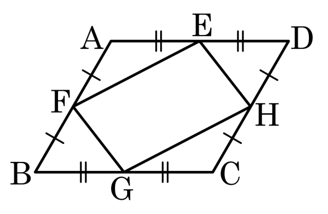
① 60°　　② 71°　　③ 80°

④ 109°　　⑤ 100°

해설

$\angle BAC = \angle ACD = 68°$ (엇각)
$\angle ACB = \angle DAC = \angle a$(엇각)
$\angle ADB = \angle DBC = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle ABD$ 의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

5. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



△AFE ≡ △CHG (SAS 합동)
∴ $\overline{EF} = \overline{GH}$
△BGF ≡ △DEH (SAS 합동)
∴ $\overline{FG} = \overline{HE}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설
평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

6. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $4:5$ 일 때, $\angle A + \angle C$ 의 크기를 구하면?

① $100°$ ② $120°$ ③ $160°$ ④ $200°$ ⑤ $240°$

해설

$\angle A = 180° \times \dfrac{4}{9} = 80°$

$\angle C = \angle A = 80°$

$\therefore\ \angle A + \angle C = 80° + 80° = 160°$

7. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

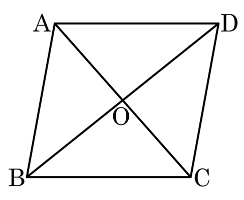
다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선이 직교할 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설
평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 마름모가 된다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

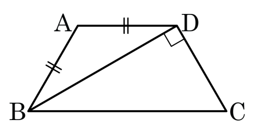
④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직 이등분하고 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.

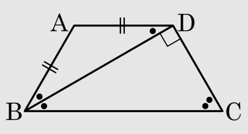


▶ 답 : ______ °

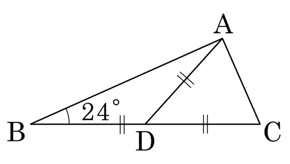
▷ 정답 : 60°

해설

그림에서와 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
$\angle ABD = \angle ADB$ 이고, $\angle ADB = \angle DBC$
(엇각)
그리고 등변사다리꼴이므로 두 밑각의
크기가 같으므로 $\angle ABC = \angle DCB$
따라서 $3\angle \bullet = 90°$, $\angle \bullet = 30°$ 이므로 $\angle C = 60°$



11. 다음 그림에서 $\angle ABC = 24°$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$일 때, $\angle ACD$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 66°

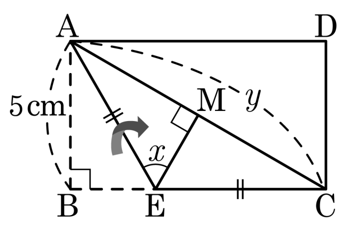
해설

$\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로
$\angle BAD = \angle ABD = 24°$

$\angle ADC$는 $\triangle ABD$의 외각이므로
$\angle ADC = 24° + 24° = 48°$

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로
$\angle ACD = \frac{1}{2}(180° - 48°) = 66°$

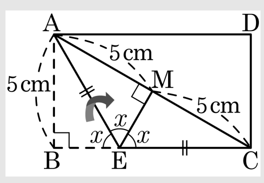
12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AM}$, $\angle AEM = \angle CEM$ 일 때, $\angle x$ 와 y의 값은 각각 얼마인가?



① 45°, 10cm ② 45°, 5cm ③ 60°, 10cm

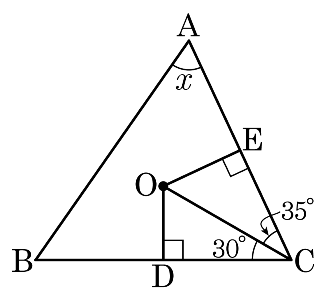
④ 60°, 5cm ⑤ 30°, 10cm

해설



$3\angle x = 180°$ 이므로 $\angle x = 60°$ 이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $y = 5 + 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기는?

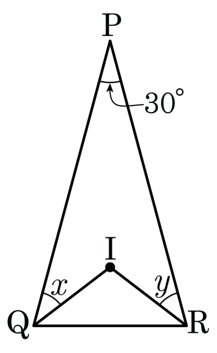


① 40°　② 50°　③ 60°　④ 70°　⑤ 80°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OA}$ 를 그으면 $\angle OBC = 30°$, $\angle OAE = 35°$
$\angle OBA = \angle OAB$
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180° \cdots$ ㉠
$\angle A = \angle OAB + 35° \cdots$ ㉡
$\angle B = \angle OBA + 30° \cdots$ ㉢
$\angle C = 30° + 35° \cdots$ ㉣
㉡, ㉢, ㉣을 ㉠에 대입하면 $\angle OAB = \angle OBA = 25°$
$\therefore \angle A = 25° + 35° = 60°$ 이다.

14. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x+y$의 값을 구하면?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

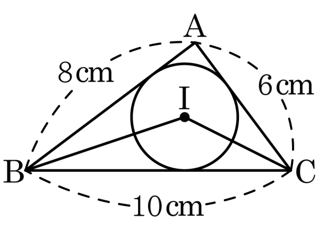
해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.
따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 180°이므로
$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.

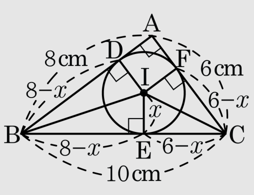


▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 10 cm^2

해설

다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.

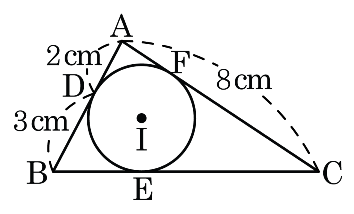


내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2cm$

$\triangle IBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(cm^2)$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 접점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}, \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

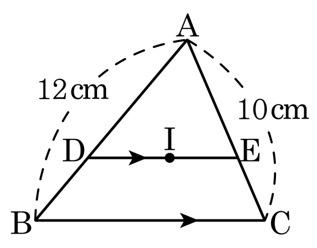


① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

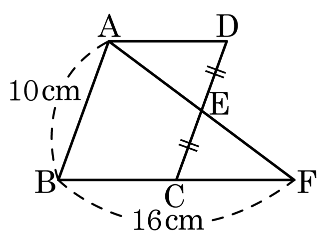


① 20cm　② 21cm　③ 22cm　④ 23cm　⑤ 24cm

해설

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=12+10=22(\text{cm})$

18. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

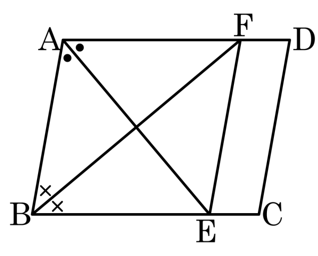


① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 9cm　⑤ 8cm

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle FEC$ 에서
$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),
$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$
$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, □ABEF 는 어떤 사각형인가?



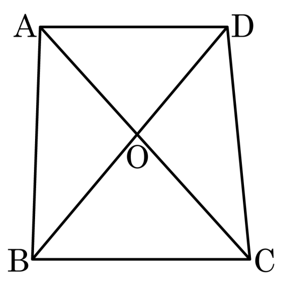
① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

대각선이 내각의 이등분선인 사각형은 마름모이다.

20. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\triangle ACD = 36\text{cm}^2$, $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AOD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답: 16 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이고, $\triangle AOD$ 는 공통이므로
$\triangle ABO = \triangle DCO$
따라서 $\triangle AOD = 36 - 20 = 16\text{cm}^2$

21. 일차함수의 두 직선 $3x+ay=y+3$, $2x+5y=a-b$의 교점이 무수히 많을 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x+ay=y+3$에서

$3x+(a-1)y=3 \cdots$ ㉠

$2x+5y=a-b \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡이 일치할 때, 교점이 무수히 많으므로

$\frac{3}{2}=\frac{a-1}{5}=\frac{3}{a-b}$,

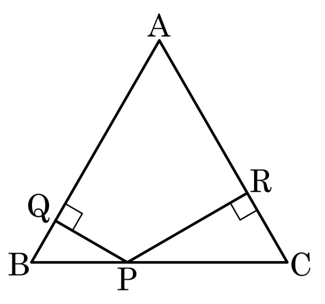
$15=2a-2,\ -2a=-17,\ a=\frac{17}{2}$,

$3(a-b)=2\times 3$

$3\times\frac{17}{2}-3b=6,\ b=\frac{13}{2}$

$\therefore a-b=\frac{17}{2}-\frac{13}{2}=\frac{4}{2}=2$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

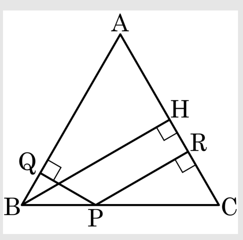


▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

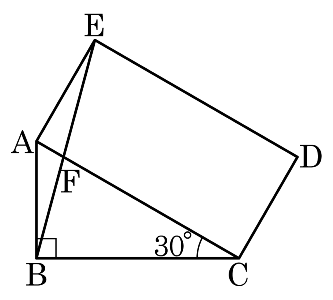


$\triangle PBA + \triangle PCA = \triangle ABC$

$\frac{1}{2} \times \overline{BA} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times \overline{BH}$

$\overline{BH} = 8\,(\text{cm})$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?

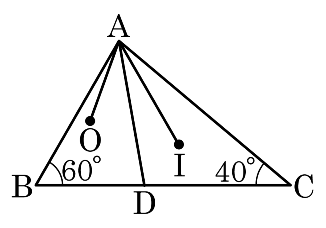


① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

24. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?

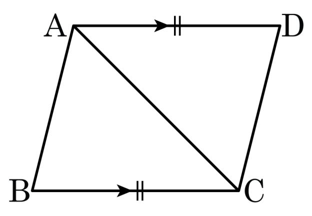


① $18°$　② $46°$　③ $50°$　④ $52°$　⑤ $108°$

해설

$\angle DOA = 2 \times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,
$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$
따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$

25. 다음은 ‘한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.’ 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$
결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$
증명) 대각선 AC를 그으면
△ABC 와 △CDA 에서
ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠
ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡
ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)
ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로
□ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설
ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$
ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$