

1. 어느 두 자연수의 최대공약수가 15 일 때, 두 수의 공약수가 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 15 ⑤ 1

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

2. 동네 문구점에서 한 권에 1000 원인 노트가 도매시장에서는 한 권에 700 원이라고 한다. 도매시장에 다녀오는 교통비가 2000 원일 때, 노트를 몇 권 이상을 사는 경우 도매시장에 가는 것이 유리한가?

① 5권 ② 6권 ③ 7권 ④ 8권 ⑤ 9권

해설

노트 권 수를 x 권이라 하면

$$2000 + 700x < 1000x$$

$$2000 < 300x$$

$$\frac{20}{3} < x$$

$$\therefore x > 6\frac{2}{3}$$

3. 자연수 x, y 에 관한 일차방정식 $2x + y - 10 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

① (1, 8)

② (2, 6)

③ (3, 4)

④ (4, 2)

⑤ (5, 0)

해설

0은 자연수가 아니다.

4. 다음 중 이차함수는?

① $y = 2x^2 - 2(x + 1)^2$

② $y = 2(x - 1) + 25$

③ $y = x^2 - (2x + x^2)$

④ $y = x^3 - (x + 1)^2$

⑤ $y = 3x^2 - (2x + 1)^2$

해설

① $y = 2x^2 - 2(x + 1)^2 = -4x - 2$ (일차함수)

② $y = 2(x - 1) + 25 = 2x + 23$ (일차함수)

③ $y = x^2 - (2x + x^2) = -2x$ (일차함수)

④ $y = x^3 - (x + 1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$ (삼차함수)

⑤ $y = 3x^2 - (2x + 1)^2 = -x^2 - 4x - 1$ (이차함수)

5. 자연수 k 의 모든 배수를 모아 놓은 모임을 A_k 라고 한다. A_6 과 A_8 의 공통인 수를 구한 후, 그 결과가 A_k 의 모임 안에 들어가게 하려고 할 때 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

A_6 과 A_8 의 공통인 수는 6의 배수와 8의 배수의 공통인 수이므로 6과 8의 공배수이다.

6과 8의 공배수는 24이므로 A_k 는 24의 배수 모임이다.

따라서 $A_k \Rightarrow 24, 48, 72, \dots$ 이고 k 의 최솟값은 24이다.

6. 10%의 소금물 500 g에서 최소 몇 g의 물을 증발시키면 농도가 18% 이상의 소금물이 되겠는가?

① 22 g

② 220 g

③ 240 g

④ $\frac{2000}{18}$ g

⑤ $\frac{2000}{9}$ g

해설

증발시켜야 할 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{10}{100} \times 500 \geq \frac{18}{100} (500 - x)$$

$$5000 \geq 18(500 - x)$$

$$2500 \geq 4500 - 9x$$

$$9x \geq 2000$$

$$\therefore x \geq \frac{2000}{9}$$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + ay = 10 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값을 구하면?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$2x + 3y = 5 \text{에서 } y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$
$$6x + ay = 10 \text{에서 } y = \frac{10}{a} - \frac{6}{a}x$$

해가 존재하지 않으려면 두 함수의 그래프가 평행해야하므로 기울기가 같아야한다.

$$-\frac{2}{3} = -\frac{6}{a}$$

$$\therefore a = 9$$

8. 두 자리 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 8이고 일의 자리 수와 십의 자리 수를 바꾼 수는 처음 수의 2배보다 10이 더 컸다. 처음 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2(10x + y) + 10 = 10y + x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 19x - 8y = -10 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 6$ 이다.

따라서 처음 수는 26이다.

9. A 는 구리를 15%, 주석을 15% 포함한 합금이고, B 는 구리를 10%, 주석을 30% 포함한 합금이다. 이 두 종류의 합금을 녹여서 구리를 250 g, 주석을 450 g 포함한 합금 C 를 만들었다. A, B 는 각각 몇 g씩 필요한지 차례대로 구하여라.

▶ 답: 109

▶ 답: | 50

▶ 정답 : 1000g

▷ 정답 : 1000g

해설

합금 A, B의 양을 각각 xg , yg 이라 하면

$$\begin{cases} 0.15x + 0.1y = 250 \\ 0.15x + 0.3y = 450 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 15x + 10y = 25000 \\ 15x + 30y = 45000 \end{cases}$$
$$\therefore x = 1000, y = 1000$$

$$\therefore x = 1000, y = 1000$$

10. 함수 $f(x) = ax$ 에 대해 $f(2) = 1$ 이고, 함수 $g(x) = \frac{b}{x}$ 에 대해 $g(-1) = 3$ 일 때, ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ -3

해설

$$2a = 1, a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{-1} = 3, b = -3$$

$$\therefore ab = \frac{1}{2} \times (-3) = -\frac{3}{2}$$

11. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2^2 + 8x - 10 \\&= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\&= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\&= -2(x - 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$$m = 2, n = -2$$

$$\therefore mn = -4$$

12. 윗변의 길이, 높이, 아랫변의 길이의 비가 $2 : 3 : 5$ 인 사다리꼴의 넓이가 168 일 때, 사다리꼴의 윗변의 길이를 바르게 구하면?

① 8 ② 12 ③ 20 ④ 28 ⑤ 32

해설

윗변의 길이, 높이, 아랫변의 길이의 비가 $2a, 3a, 5a$ 라고 하면

$$\frac{1}{2} \times (2a + 5a) \times 3a = 168$$

$$21a^2 = 336$$

$$a^2 = 16$$

$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

따라서 윗변의 길이는 $2 \times 4 = 8$ 이다.

13. 어느 학교의 입학시험에서 입학 지원자의 남녀의 비는 3 : 2 이고 합격자의 남녀의 비는 5 : 2 , 불합격자의 남녀의 비는 1 : 1 . 합격자의 수는 210 명이었다. 입학 지원자의 수는?

- ① 300 명 ② 350 명 ③ 400 명
④ 450 명 ⑤ 500 명

해설

$$\text{남자 합격자 : } 210 \times \frac{5}{5+2} = 150 \text{ (명)}$$

$$\text{여자 합격자 : } 210 \times \frac{2}{5+2} = 60 \text{ (명)}$$

남자 지원자 수를 $3x$ 명, 여자 지원자 수를 $2x$ 명이라고 하면 남자, 여자 불합격자의 수는 각각 $(3x-150)$ 명, $(2x-60)$ 명이므로

$$3x - 150 = 2x - 60$$

$$\therefore x = 90$$

$$\text{따라서 지원자 수는 } 5x = 5 \times 90 = 450 \text{ (명)}$$

14. 점 $A(a+1, b+3)$ 이 x 축 위에 있고, 점 $B(a, b-1)$ 이 y 축 위에 있을 때, 점 (a, b) 의 좌표를 구하여라.

① $(-1, -3)$

② $(-1, 1)$

③ $(0, -3)$

④ $(0, 1)$

⑤ $(-1, -2)$

해설

점 A 가 x 축 위에 있으려면 점 A 의 y 좌표가 0이어야 한다.

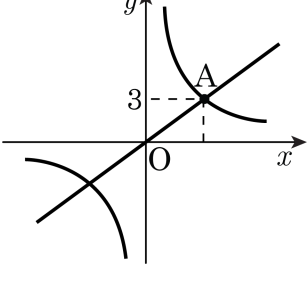
$$b+3=0 \quad \therefore b=-3$$

점 B 가 y 축 위에 있으려면 점 B 의 x 좌표가 0이어야 한다.

$$a=0$$

따라서 점 (a, b) 의 좌표는 $(0, -3)$ 이다.

15. 다음 그래프는 $y = \frac{3}{4}x, y = \frac{a}{x}$ 의 그래프이다. 교점 A 의 y좌표가 3일 때, a 의 값은?



- ① 12 ② 11 ③ 10 ④ 9 ⑤ 8

해설

$y = 3$ 을 $y = \frac{3}{4}x$ 에 대입하면
 $3 = \frac{3}{4}x$
 $\therefore x = 4$ 이므로 점 A(4, 3)이다.
 $y = \frac{a}{x}$ 에 (4, 3)을 대입하면 $3 = \frac{a}{4}$
 $\therefore a = 12$

16. $x = \sqrt{5+3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5-3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2 y^2 = 7$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$$

$$\text{따라서 } x^4 + y^4 = 100 - 2x^2 y^2 = 100 - 14 = 86 \text{ 이다.}$$

17. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

$$= (t - 2)(3t + 4)$$

$$= (a + 2 - 2) \{3(a + 2) + 4\} = a(3a + 10)$$

$$= (\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} + 16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

18. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.

무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

19. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

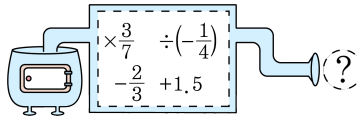
i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.

20. 다음과 같이 기계 안으로 들어간 숫자는 연산의 순서에 상관없이 기계 안의 모든 연산을 거쳐 계산 결과가 나온다. 7을 기계에 통과시켰을 때에 밖으로 나올 수 있는 결과 중 가장 큰 값을 갖도록 식을 만들고, 그 계산의 결과를 구하여라. (단, 괄호는 사용하지 않는다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{433}{42}$

해설

주어진 수가 $7, \times \frac{3}{7}, \div \left(-\frac{1}{4}\right), -\frac{2}{3}, +1.5$ 이고, 가장 큰 값을 만들기 위해서는 다음과 같은 식을 세워야 한다.

$$\begin{aligned} & 7 + 1.5 \times \frac{3}{7} - \frac{2}{3} \div \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= 7 + \frac{3}{2} \times \frac{3}{7} - \frac{2}{3} \times (-4) \\ &= 7 + \frac{9}{14} + \frac{8}{3} \\ &= \frac{294 + 27 + 112}{42} \\ &= \frac{433}{42} \end{aligned}$$

21. 다음은 간격이 일정한 5 개의 유리수를 작은 순서대로 나열한 것이다.

$a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$$-\frac{4}{3}, a, -\frac{4}{9}, b, c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{9}$

해설

5 개의 유리수는 간격이 일정하므로,

$$-\frac{4}{3} + k = a \text{ 이다.}$$

$$-\frac{4}{3} + 2k = -\frac{4}{9}$$

$$k = \frac{4}{9}$$

$$a = -\frac{8}{9}, b = 0, c = \frac{4}{9}$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{4}{9}$$

22. $2^{60}, 3^{40}, 4^{30}, 5^{24}$ 중 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값의 일의 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2^{60}, 3^{40}, 4^{30}$ 에서 세 지수의 최대공약수가 10 이므로
 $2^{60} = (2^6)^{10} = 64^{10}$, $3^{40} = (3^4)^{10} = 81^{10}$, $4^{30} = (4^3)^{10} = 64^{10}$
 $2^{60} = 4^{30} < 3^{40}$
 $2^{60}, 5^{24}$ 에서 두 지수의 최대공약수가 12 이므로
 $2^{60} = (2^5)^{12} = 32^{12}$, $5^{24} = (5^2)^{12} = 25^{12}$
 $25^{12} < 2^{60} = 4^{30} < 3^{40}$
따라서 3^n 의 일의 자리 숫자는 $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ 일 때, 3, 9, 7, 1 을 반복하므로
 3^{40} 의 일의 자리 숫자는 1
 5^n 의 일의 자리 숫자는 n 의 값에 상관없이 항상 5 이다.
 5^{24} 의 일의 자리 숫자는 5
따라서 $M \times m$ 의 값의 일의 자리 숫자는 5 이다.

23. 저수지 A, B 에 어느 한 주 동안 들어온 물의 양의 비는 7 : 12 이고, 나간 물의 양의 비는 5 : 7 이다. 일주일 후에 저수지 A 의 물은 35 톤 줄어들었고, 저수지 B 의 물은 105 톤 늘어났다고 할 때, 두 저수지에 일주일 동안 들어온 물의 양의 합을 구하여라.

▶ 답: t

▶ 정답 : 1330 t

해설

저수지 A, B 에 어느 한 주 동안 들어온 물의 양을 각각 7k 톤, 12k 톤 이라 하고, 나간 물의 양을 각각 5m 톤, 7m 톤 이라 하면

$$7k - 5m = -35$$

$$12k - 7m = 105$$

여리하여 풀며 $k = 70$, $m = 105$

연립하여 풀면 $k = 70$, $m = 105$
 $\therefore$ (두 저수지에 일주일 동안 들어온 물의 양의 합)
 $= 7k + 12k = 19k = 19 \times 70 = 1330$ (톤)

24. 일차함수 $y = -2x + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 $-b$ 만큼 평행이동하면 $y = -2x$ 의 그래프와 겹쳐진다. 이때, $2a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = -2(x - a) + 4 - b$$

$$y = -2x + 2a + 4 - b \text{는 } y = -2x \text{와 같으므로}$$

$$\therefore 2a + 4 - b = 0$$

$$\therefore 2a - b = -4$$

25. 직선 $y = ax + \frac{5}{2}$ 가 세 직선 $y = -x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않도록 하는 a 의 범위의 최솟값과 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = $\frac{1}{2}$

▷ 정답 : 최댓값 = $\frac{5}{2}$

해설

좌표평면에 $y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 2 \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프를 나타내면

$y = ax + \frac{5}{2}$ 가 $y = 0$ 과 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 만들어지는 삼각형 ABC 와 만나지 않으려면 $y = ax + \frac{5}{2}$ 의 그래프가 어두운 부분의 범위가 된다.

$y = ax + \frac{5}{2}$ 에서 점A $(\frac{1}{3}, \frac{8}{3})$ 을 대입하면

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{3}a + \frac{5}{2} \therefore a = \frac{1}{2}$$

또, B(-1, 0) 을 대입하면 $a = \frac{5}{2}$

따라서, $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ 이므로 a 의 값의 최솟값은 $\frac{1}{2}$, 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.