

1. 다음 중 부등호를 사용하여 나타낸 식이 옳지 않은 것은?

① x 는 양수이다. $\rightarrow x \geq 0$

② x 는 4보다 작지 않다. $\rightarrow x \geq 4$

③ x 는 1보다 크지 않다. $\rightarrow x \leq 1$

④ x 는 7보다 작다. $\rightarrow x < 7$

⑤ x 는 -6보다 크고 0 이하이다. $\rightarrow -6 < x \leq 0$

해설

① $x > 0$

2. 부등식 $7x - 3a \leq 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7x - 3a \leq 4x$ 를 정리하면

$$3x \leq 3a, \quad \therefore x \leq a$$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로

$$2 \leq a < 3$$

따라서 a 의 최솟값은 2이다.

3. 두 직선 $5x - y - 4 = 0$ 과 $ax + y = 12$ 의 교점이 좌표가 $(2, b)$ 일 때 a, b 의 값은?

① $a = -3, b = 6$

② $a = 3, b = 6$

③ $a = 3, b = -6$

④ $a = -3, b = -6$

⑤ $a = -2, b = -6$

해설

$(2, b)$ 를 $5x - y - 4 = 0$ 에 대입하면,

$$10 - b - 4 = 0, b = 6$$

$(2, 6)$ 을 $ax + y = 12$ 에 대입하면,

$$2a + 6 = 12, a = 3$$

4. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - x - 12 &= 0 \\(x-4)(x+3) &= 0 \\x &= 4 \text{ 또는 } x = -3\end{aligned}$$

5. 두 수 a, b 에 대하여 $a * b = a - b + 4$ 로 정의할 때, A 의 값은?

$$A = \{5 * (-3)\} * 2$$

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

$a * b = a - b + 4$ 에 의하여 A 를 정리하면

$$\begin{aligned} A &= \{5 * (-3)\} * 2 \\ &= \{5 - (-3) + 4\} * 2 \\ &= 12 * 2 \\ &= 12 - 2 + 4 \\ &= 14 \end{aligned}$$

6. 다음을 계산하여라.

$$\frac{3}{4} - \frac{4}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3}$$

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{9 - 16 - 10 + 3 - 24 - 18 - 4}{12} \\ &= \frac{-60}{12} = -5 \\ \therefore &-5\end{aligned}$$

7. $\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{64x^{15}}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{4^b x^{ab}}{y^b} = \frac{4^3 x^{15}}{y^{3c}} \text{ 이므로}$$

$b = 3$, $ab = 15$ 이므로 $a = 5$ 이다.

$b = 3c$ 이므로 $c = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 5 + 3 + 1 = 9$$

8. $72^3 = 2^a \times 3^b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$72^3 = (2^3 \times 3^2)^3 = 2^9 \times 3^6$$

$$a = 9, b = 6$$

$$\therefore a - b = 3$$

9. $5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$ 을 계산하면?

① $(5^2)^7$

② $(5^7)^2$

③ 5×7^2

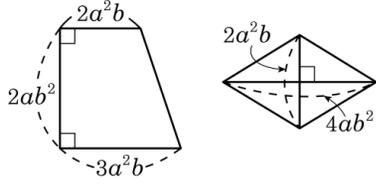
④ $(5 \times 7)^2$

⑤ 7×5^2

해설

$5^2 = x$ 라 하면 $x \times 7 = 7x$ 이다.
 $7x$ 에 x 의 값 5^2 을 대입하면 7×5^2 이다.

10. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 몇 배인가?



- ① 2배 ② $\frac{5}{4}$ 배 ③ $\frac{3}{2}$ 배 ④ 4배 ⑤ $\frac{8}{3}$ 배

해설

(사다리꼴의 넓이)

$$= \{(\text{윗변} + \text{아랫변}) \times \text{높이}\} \times \frac{1}{2}$$

(마름모의 넓이)

$$= (\text{한 대각선의 길이}) \times (\text{다른 대각선의 길이}) \times \frac{1}{2}$$

(사다리꼴의 넓이)

$$= \{(2a^2b + 3a^2b) \times 2ab^2\} \times \frac{1}{2}$$

$$= (5a^2b \times 2ab^2) \times \frac{1}{2} = 5a^3b^3$$

$$(\text{마름모의 넓이}) = (2a^2b \times 4ab^2) \times \frac{1}{2} = 4a^3b^3$$

$5a^3b^3 = \frac{5}{4} \times 4a^3b^3$ 이므로, 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의

$\frac{5}{4}$ 배이다.

11. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2$, x , $x+2$ 라 하면

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 + 8 = 251$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

따라서 가장 큰 수는 11이다.

12. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

13. x 의 2 배에 4 를 더한 것을 A , x 의 3 배에서 5 를 뺀 것을 B 라 할 때, $\frac{A}{4} - \frac{B}{5}$ 를 x 를 사용한 간단한 식으로 나타내려고 한다. 옳은 것을 고르면?

① $-x + 2$

② $-x + 9$

③ $-\frac{7}{20}x + \frac{41}{20}$

④ $-\frac{1}{10}x + 2$

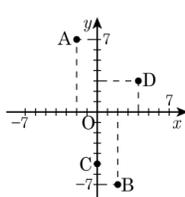
⑤ $-7x + 41$

해설

$A = 2x + 4$, $B = 3x - 5$ 이므로,

$$\begin{aligned}\frac{A}{4} - \frac{B}{5} &= \frac{2x+4}{4} - \frac{3x-5}{5} \\ &= \frac{1}{2}x + 1 - \frac{3}{5}x + 1 \\ &= \frac{10}{10}x - \frac{6}{10}x + 1 + 1 \\ &= -\frac{1}{10}x + 2\end{aligned}$$

14. 좌표평면 위의 점 A, B, C, D의 좌표 중 $x+y$ 의 값이 5인 점을 골라라.



▶ 답:

▷ 정답: A

해설

A(-2, 7), B(2, -6), C(0, -5), D(4, 3)이므로
 $x+y$ 의 값은
A : $-2+7=5$
B : $2-6=-4$
C : $0-5=-5$
D : $4+3=7$
 $\therefore x+y=5$ 인 점은 A이다.

15. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)}$ 의 값은?

① $\frac{6y + x}{6y + x}$

② $\frac{6y - x}{6y - x}$

③ $\frac{6y - x}{6y + x}$

④ $\frac{6y + x}{6y - x}$

⑤ $\frac{3y - x}{3y + x}$

해설

$$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x * y) - (x\Delta y)}{(x * y) + (x\Delta y)} = \frac{6y - x}{6y + x}$$

16. 4%의 소금물 x g 과 6%의 소금물을 섞은 후 물을 a g 더 부어 3%의 소금물 120 g 을 만들었다. 이때, $x : a = 1 : 3$ 이었다면 더 부은 물 a 의 양은?

- ① 24 g ② 27 g ③ 18 g ④ 36 g ⑤ 54 g

해설

$$\begin{cases} 4\% \text{ 소금물} : x \\ 6\% \text{ 소금물} : y \\ \text{더 부은 물의 양} : 3x \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x + y + 3x = 120 \\ x \times \frac{4}{100} + y \times \frac{6}{100} = 120 \times \frac{3}{100} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 120 & \dots \text{①} \\ 4x + 6y = 360 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① - ② 을 하면 $x = 18$, $y = 48$ 이 된다.
따라서 더 부은 물의 양은 $3x$ 이므로 54 g 이다.

17. 다음 세 수의 크기를 비교하여라.

$$a = 3\sqrt{3}, \quad b = 3\sqrt{5} + \sqrt{3}, \quad c = 4\sqrt{3} - \sqrt{5}$$

▶ 답:

▷ 정답: $c < a < b$

해설

각각의 수에 대하여

$$a - b = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = \sqrt{12} - \sqrt{45} < 0 \text{ 이므로}$$

$$a < b$$

$$b - c = 3\sqrt{5} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{3} = \sqrt{80} - \sqrt{27}$$

$$> 0 \text{ 이므로 } b > c$$

$$a - c = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } a > c$$

따라서 a, b, c 의 대소 관계를 나타내면 $c < a < b$ 이다.

18. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

19. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2(x < 0) \\ 3x^2(x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

- ① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$
 ④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a, b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 (ΔPOA 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
 따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a, 24)$ 인 a 의 값을 구하면
 (i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
 (ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
 (i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6}, 24)$ 또는 $P(2\sqrt{2}, 24)$ 이다.
 따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

21. 물이 얼면 $\frac{1}{a}$ 만큼 부피가 증가한다. 컵에 담긴 물을 $\frac{1}{b}$ 만큼 덜어내고 얼렸더니 부피가 원래보다 $\frac{b}{a}$ 만큼 증가했다. 이때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

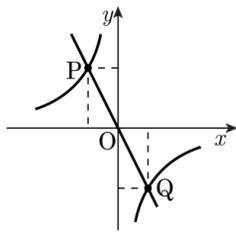
해설

컵에 담긴 물의 양을 x 라 두면,

$$\frac{a+1}{a} \times \left(x - \frac{1}{b}\right) = \frac{b}{a} \times \left(x - \frac{1}{b}\right), b = a + 1$$

$$\therefore b - a = 1$$

22. 다음 그림과 같이 $y = -\frac{8}{x}$ 과 $y = -2x$ 가 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에서 만난다. 이 때, $ac - bd$ 의 값은?



- ① -16 ② -20 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

교점의 y 좌표가 같으므로

$$-2x = -\frac{8}{x}, 2x^2 = 8$$

$$\therefore x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore ac = -4$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = 4 \text{ 이므로 } bd = -16$$

$$\text{따라서 } ac - bd = (-4) - (-16) = 12 \text{ 이다.}$$

23. 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{a}$ 에 대하여, $f^2 = f(f(x)) = 1 - \frac{1}{f(x)}$, $f^3 = f(f^2(x)) = 1 - \frac{1}{f^2(x)}$ 로 정의한다. $f^{99}(a) = \frac{1}{3}$ 일 때, $f^{199}(a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^{99}(a) = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$f^{100}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{3}} = -2,$$

$$f^{101}(a) = 1 - \frac{1}{-2} = \frac{3}{2},$$

$$f^{102}(a) = 1 - \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

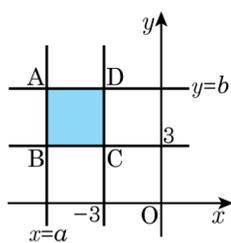
$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$ 의 값을 순환한다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$199 \div 3 = 66 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore f^{199}(a) = f^{100}(a) = -2$$

24. 네 직선 $x = -3, x = a, y = 3, y = b$ 의 그래프로 둘러싸인 $\square ABCD$ 의 넓이가 9 이고 $AB : AD = 1 : 1$ 일 때, ab 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -36

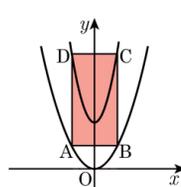
해설

i) $\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{AB} = k, \overline{AD} = k$ 라고 하면 $k^2 = 9$, $k = 3$ ($\because k > 0$) 이다.

ii) $a = -3 - 3 = -6, b = 3 + 3 = 6$ 이다.

따라서 $ab = -36$ 이다.

25. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y = x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y = 3x^2 + 2$ 위의 점이다. 사각형 ABCD에서 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 B의 x 좌표를 a 라 하면
 $A(-a, a^2), B(a, a^2), C(a, 3a^2 + 2), D(-a, 3a^2 + 2)$
 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로
 $4a = 3a^2 + 2 - a^2 = 2a^2 + 2$
 $(a - 1)^2 = 0$
 $\therefore a = 1$
 따라서 $\square ABCD = 2 \times 4 = 8$ 이다.