

1. $-6 < a \leq 12$, $3 < b \leq 4$ 일 때, ab 값의 범위를 구하면?

① $-3 < ab \leq 16$

② $-10 \leq ab \leq 9$

③ $-10 < ab < 9$

④ $-24 < ab \leq 48$

⑤ $-2 \leq ab \leq 4$

해설

$-6 < a \leq 12 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$3 < b \leq 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠} \times \textcircled{㉡}$

$-6 \times 4 < ab \leq 12 \times 4$

2. 부등식 $ax + 1 \geq 2x + 5$ 의 해가 $x \geq 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 4

⑤ 7

해설

$ax + 1 \geq 2x + 5$ 에서 $(a - 2)x \geq 4$ 의 부등식의 해가 $x \geq 2$ 이므로

$a - 2 > 0$

$x \geq \frac{4}{a - 2}$ 이므로 $\frac{4}{a - 2} = 2, a - 2 = 2$

$\therefore a = 4$

3. 두 실수 a, b 에 대하여 부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$ 의 해는?

- ① $x > 0$ ② $x > 1$ ③ $x > 2$ ④ $x > 3$ ⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$ 에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$$

$$-2ax > -6a$$

$a < 0$ 에서 $-2a > 0$ 이므로

$$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$$

4. x 에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$ 의 해가 $x<1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 의 해는?

① $x<-10$

② $x<-5$

③ $x>-5$

④ $x<5$

⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$ 에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots㉠$

㉠의 해가 $x<1$ 이라면 $a+b<0\cdots㉡$

㉠이 양변을 $a+b$ 로 나누면 $x<\frac{-a+2b}{a+b}$ 이므로

$\frac{-a+2b}{a+b}=1, \quad -a+2b=a+b$

$\therefore 2a=b\cdots㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0\therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 에 대입하면

$(2a-3a)x+a+4a>0, \quad -ax>-5a \quad \therefore x>5$

5. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

㉠ $x < -\frac{1}{2}$
㉡ $x > -\frac{1}{3}$

㉢ $x < -\frac{1}{3}$
㉣ $x > -1$

㉤ $x > -\frac{1}{2}$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이라면

$$a+b < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-\frac{2a-b}{a+b} = -1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$$\therefore b < 0$$

$ax+b > 0$ 에서 $2bx+b > 0$, $2bx > -b$

$$b < 0 \text{이므로 } x < -\frac{1}{2}$$

6. x 에 관한 부등식 $(a+2b)x+a-b < 0$ 의 해가 $x > 1$ 일 때, x 에 관한 부등식 $(a-b)x+2a-b > 0$ 을 풀면?

① $x > \frac{1}{3}$
④ $x < -\frac{4}{3}$

② $x < \frac{1}{3}$
⑤ $x > \frac{7}{3}$

③ $x > -\frac{4}{3}$

해설

$$a+2b < 0, \frac{-(a-b)}{a+2b} = 1$$

$\therefore b = -2a$ 이므로

$$(a-b)x+2a-b = a(3x+4) > 0$$

$a > 0$ 을 이용하면

$$\therefore 3x+4 > 0 \therefore x > -\frac{4}{3}$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 5-x > 1 \\ x+3 < 2x \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < x < 4$

해설

$$\begin{cases} 5-x > 1 \\ x+3 < 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x > -4 \\ -x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 3 \end{cases}$$

$\therefore 3 < x < 4$

8. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

9. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례 : $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

10. x 에 대한 부등식 $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b 는 실수)

- ① $a > b > 0$ 일 때, 해는 $x \geq 1$ 이다.
- ② $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.
- ③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.
- ④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.
- ⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$ax + b \leq bx + a$ 에서 $(a - b)x \leq a - b$

(i) $a > b$ 일 때, $a - b > 0$ 이므로 $x \leq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \leq 1$

(ii) $a = b$ 일 때, $a - b = 0$ 이므로 $0 \cdot x \leq 0$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

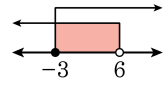
(iii) $a < b$ 일 때, $a - b < 0$ 이므로 $x \geq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \geq 1$

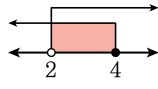
(i), (ii), (iii)에서 해는 모든 실수

11. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-3 < 9 \\ 4x+1 \geq x-8 \end{cases}$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?

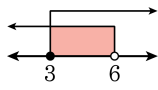
①



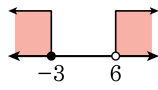
②



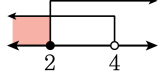
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} 2x-3 < 9 \rightarrow x < 6 \\ 4x+1 \geq x-8 \rightarrow x \geq -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 \leq x < 6$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$$\begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x < 4 \\ 3x - 5x \leq 7 + 1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ x \geq -4 \end{cases}$$

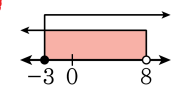
따라서 $-4 \leq x < \frac{4}{3}$ 를 만족하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1$ 의 6개이다.

13. 연립부등식

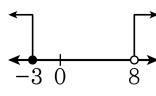
$$\begin{cases} 2(x-4) < x \\ 2x+3 \leq 3(x+2) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

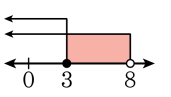
①



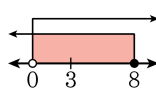
②



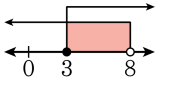
③



④



⑤



해설

1. $2(x-4) < x$, $x < 8$

2. $2x+3 \leq 3(x+2)$, $x \geq -3$

공통된 해를 찾으려면 $-3 \leq x < 8$

14. 부등식 $2(x - 1) \leq 5x + 1 < 3(x + 1) + 1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x - 1) \leq 5x + 1 \\ 5x + 1 < 3(x + 1) + 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 5x \leq 1 + 2 \\ 5x - 3x < 3 + 1 - 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$-1 \leq x < \frac{3}{2}$$

가장 큰 정수 : 1

가장 작은 정수 : -1

$$\therefore 1 + (-1) = 0$$

15. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < x+3 \\ 5x \geq 3x-4 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 는 몇 개인가?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$\begin{cases} 2x-1 < x+3 \\ 5x \geq 3x-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-x < 3+1 \\ 5x-3x \geq -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\therefore -2 \leq x < 4$$

$$\therefore x = -2, -1, 0, 1, 2, 3 \text{ 이므로 } 6 \text{ 개}$$

17. 연립부등식 $3(2x - 1) \leq 2(x + 6)$, $2(x + 6) \leq 5(x + 1)$ 의 해가 모두 자연수일 때, 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A : 3(2x - 1) \leq 2(x + 6) \Rightarrow 6x - 3 \leq 2x + 12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$B : 2(x + 6) \leq 5(x + 1) \Rightarrow 2x + 12 \leq 5x + 5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

x 는 자연수이므로 부등식의 해는 3이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} 2(x+6) > 4a \\ -4(3x-2) > -28 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2(x+6) > 4a, x+6 > 2a$
 $\therefore x > 2a-6$
 $-4(3x-2) > -28, 3x-2 < 7$
 $\therefore x < 3$
 $2a-6 < x < 3$ 이므로 $2a-6 = -2$
 $\therefore a = 2$

19. 연립부등식 $\begin{cases} x+1 > \frac{4x-3}{3} \\ \frac{x-3}{2} > x-a \end{cases}$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

(i) $3(x+1) > 4x-3, x < 6$

(ii) $\frac{x-3}{2} > x-a, x-3 > 2x-2a, x < 2a-3$

연립부등식의 해가 $x < 1$ 이므로 $2a-3 = 1$

$\therefore a = 2$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 2-x \leq 6x+a \\ 4x-5 \geq 5x-6 \end{cases}$ 의 해가 $x=m$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$4x-5 \geq 5x-6$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1$$

$$2-x \leq 6x+a$$

$$-7x \leq a-2$$

$$x \geq \frac{a-2}{-7}$$

$$x=m \text{ 이므로 } \frac{a-2}{-7} = 1$$

$$\therefore a = -5$$

21. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 > 5 \\ 3x-2 < a \end{cases}$ 의 해가 $9 < x < 14$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$x-4 > 5$$

$$x > 9$$

$$3x-2 < a$$

$$3x < a+2$$

$$x < \frac{a+2}{3}$$

$$9 < x < \frac{a+2}{3} \text{ 가 } 9 < x < 14 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a+2}{3} = 14$$

$$a+2 = 42$$

$$\therefore a = 40$$

22. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
 ④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$

23. 연립부등식 $\begin{cases} x-5 \leq 3x+3 \\ \frac{-x+a}{3} \geq x \end{cases}$ 의 해가 $x=m$ 일때, $\frac{a}{m}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{cases} x-5 \leq 3x+3 \\ \frac{-x+a}{3} \geq x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x \leq 8 \\ -x+a \geq 3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq \frac{a}{4} \end{cases}$$

해가 $x=m$ 이므로 $m=-4$ 이다.

$$\frac{a}{4} = -4, a = -16$$

$$\therefore \frac{a}{m} = \frac{-16}{-4} = 4$$

24. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ 5-x \leq a+3 \end{cases}$ 이 해를 가질 때, a 의 값의 범위를 구하면?

① $a < 5$

② $a \leq 5$

③ $a > -1$

④ $a < -1$

⑤ $a \geq -1$

해설

i) $2x-1 < 5, x < 3$

ii) $5-x \leq a+3, x \geq 2-a$

$2-a < 3$

$\therefore a > -1$

25. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 3$ ② $a < 3$ ③ $a > 6$ ④ $a < 6$ ⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 & \rightarrow & a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 & \rightarrow & 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

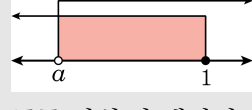
$$\therefore a \leq 6$$

26. 연립부등식 $\begin{cases} 3-x \geq 2 \\ x > a \end{cases}$ 의 해가 존재할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 1$ ② $a \leq 1$ ③ $a = 1$ ④ $a \geq 1$ ⑤ $a < 1$

해설

$$3-x \geq 2, \quad x \leq 1$$



공동 범위 가 생기려면 $a < 1$

27. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow x > a-3 \end{cases}$$

$$a-3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$