1. $\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$은?

① 62500 ② 1000 ③ 500

④ 250 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2-248^2} &= \frac{1000\cdot 1000}{(252+248)(252-248)}\\ &= \frac{1000}{500}\cdot\frac{1000}{4}\\ &= 500\end{aligned}$$

2. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$, $1+\sqrt{-4}$, $3+4i$, 9, i^2+1

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a+bi$ 에서 $b=0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
$2i$ 의 허수 부분은 2, $1+\sqrt{-4}=1+2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
$3+4i$ 의 허수 부분은 4이다.
9와 $i^2+1=-1+1=0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 i^2+1 로 두 개다.

3. x에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k는 상수)

① -2　② $-\frac{5}{3}$　③ $-\frac{4}{3}$　④ -1　⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$를 대입하면

$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$

$4k - 2 - k - 7 = 0$, $3k = 9$,

$\therefore\ k = 3$

$3x^2 - x - 10 = 0$, $(3x+5)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 2, -\frac{5}{3}$

4. x에 대한 이차방정식 $x^2-6x+2k-1=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $k<-2$ ② $-1<k<0$ ③ $-1<k<4$
④ $k<5$ ⑤ $0<k<5$

해설

$x^2-6x+2k-1=0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$\dfrac{D}{4}=9-2k+1>0 \quad \therefore 2k<10 \quad \therefore k<5$

5. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$

② $y = 2x^2 - 2$

③ $y = -(x+3)^2 + 2$

④ $y = -(x-2)^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2
④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

6. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x + 5(2 \le x \le 5)$의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, ab의 값을 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 5$$

$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$x = 2$ 일 때 $y = 2\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 1$

$x = 5$ 일 때 $y = 2\left(5 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 25$

따라서 최댓값 $a = 25$ 이고, 최솟값 $b = 1$ 이므로 $ab = 25$

7. 등식 $3x-2yi=(2+i)^2$이 성립하는 x, y에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$3x-2yi=(2+i)^2=3+4i$

$x=1,\quad y=-2$

$\therefore\ xy=-2$

8. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}=13$, $z+\bar{z}=4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2-2i$ ② $2\pm3i$ ③ $2\pm\sqrt{3}i$

④ $3\pm2i$ ⑤ $4\pm3i$

해설

$z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$z\bar{z}=13$, $z+\bar{z}=4$ 에서

$(a+bi)(a-bi)=13$, $(a+bi)+(a-bi)=4$

$a^2+b^2=13$, $2a=4$

$\therefore\ A=2,\ b=\pm3$

$z=2\pm3i$

9. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$의 근이 <u>아닌</u> 것은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$

$(x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$

$(x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$

$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1) = 0$

$\therefore\ x = -3, -1, 1$ 또는 2

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

$(x-y)(x-2y)$

$\Rightarrow \quad (x-y)(x-2y) = 0$

$\Rightarrow \quad x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2 \quad \Rightarrow \quad y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

11. 다항식 $2x^2+5ax-a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x+3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x+a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2+2ax-2a^2$

② x^2-a^2

③ $2x^2+3ax+a^2$

④ $2x^2-3ax-a^2$

⑤ $2x^2+ax-a^2$

해설

$2x^2+5ax-a^2=P(x)(x+3a)+2a^2$ 이므로

$P(x)(x+3a)=2x^2+5ax-3a^2$

따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2+5ax-3a^2$ 을 $x+3a$ 로 나눈 몫이므로

$P(x)=2x-a$

$$\begin{aligned}\therefore\ (x+a)P(x) &= (x+a)(2x-a)\\ &= 2x^2+ax-a^2\end{aligned}$$

12. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① a^3+b^3 ② a^6+b^6 ③ a^6-b^6

④ a^9+b^9 ⑤ a^9-b^9

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

13. $x^3 - 4x^2 + ax + b$를 $(x+1)^2$으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$의 값은?

① -12 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$
\begin{array}{rrl}
 & & x-6 \\
x^2+2x+1 & \big) & \overline{x^3-4x^2+\qquad ax+b} \\
 & - & \underline{x^3+2x^2+\qquad\ \ x\qquad} \\
 & & \quad -6x^2+(a-1)x+b \\
 & - & \underline{\quad -6x^2-\quad 12x-6} \\
 & & \qquad\qquad (a+11)x+b+6
\end{array}
$$

나머지가 7이므로 $a+11=0,\ b+6=7$

$\therefore\ a=-11,\ b=1$

$\therefore\ a+b=-10$

해설

x^3-4x^2+ax+b

$=(x+1)^2(x+k)+7$

$=x^3+(k+2)x^2+(2k+1)x+k+7$

계수를 비교하면

$k+2=-4, 2k+1=a, k+7=b$

$k=-6$이므로 $a=-11, b=1$

$\therefore a+b=-10$

14. $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\
 & & -1 & 2 & -2 \\
\hline
-1 & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 3 & \\
\hline
-1 & 1 & -3 & \boxed{5} & \\
 & & -1 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{-4} & &
\end{array}$$

$\therefore\ a = -4,\ b = 5,\ c = 0$

$\therefore\ a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore\ a + b + c = 1$

15. 다항식 $f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지는 각각 1, 2이다. $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$일 때, $f(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지는?

① $Q(3)+3$ ② $Q(3)+4$ ③ $2Q(3)+3$

④ $2Q(3)+4$ ⑤ $Q(3)$

해설

$f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 몫이 $Q(x)$일 때, 나머지를 $ax+b$라고 하면

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$

$f(1)=1$에서 $a+b=1$ ······ ㉠

$f(2)=2$에서 $2a+b=2$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=1$, $b=0$

$\therefore\ f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+x$

$f(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지는 $f(3)$이므로 $f(3)=2Q(3)+3$

16. 두 다항식 $A = x^2 - x - 2$, $B = x^2 - 5x + 6$에 대하여 다음 설명 중 옳은 것은?

① 두 다항식의 최대공약수는 $x - 1$이다.

② 두 다항식의 최소공배수는 $x^3 - 4x^2 - 3x + 6$이다.

③ 두 다항식의 합은 최대공약수와 같다.

④ 두 다항식의 차는 최소공배수와 같다.

⑤ 두 다항식의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

해설

$A = (x-2)(x+1)$, $B = (x-2)(x-3)$

최대공약수 : $x - 2$

최소공배수 : $(x-2)(x+1)(x-3)$

$\therefore$(두 다항식의 곱) = (최대공약수)×(최소공배수) = $(x-2)^2(x+1)(x-3)$

17. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$에서 $a < 0,\ b > 0,\ c < 0,\ b^2 - 4ac > 0$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 두 근은 모두 양이고 서로 다르다.

② 두 근은 모두 음이고 서로 다르다.

③ 양근 하나, 음근 하나를 가진다.

④ 양근, 음근, 0 을 가리지 않고 가질 수 있다.

⑤ 두 근은 서로 다른 부호이고, 양근이 음근의 절대값보다 크다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 실근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$a < 0,\ b > 0,\ c < 0$이므로

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} > 0$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$$

$\therefore\ \alpha > 0,\ \beta > 0$

18. 이차함수 $y = x^2 + x - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때, 정수 m 의 최댓값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차함수 $y = x^2 + x - 1$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 1 만큼,
y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면
$y - m = (x-1)^2 + (x-1) - 1$
$\therefore\ y = x^2 - x - 1 + m$
이 함수의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식
$x^2 - x - 1 + m = 0$ 에서
$D = 1 - 4(-1 + m) > 0$
$5 - 4m > 0 \qquad \therefore\ m < \frac{5}{4}$
따라서 정수 m 의 최댓값은 1 이다.

19. 두 다항식 $A = x^3 + x^2 + ax - 3$, $B = x^3 - x^2 - ax + 5$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a 의 값은?

① -3　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 3

해설

$A + B = 2x^3 + 2 = 2(x^3 + 1)$

$= 2(x+1)((x^2 - x + 1)$

$G = x + 1$ 이므로

$x = -1$ 을 $A,\ B$ 에 대입하면 식의 값은 0

$\therefore\ a = -3$

※ $A = aG,\ B = bG$ ($a,\ b$ 는 서로소), $A + B = (a + b)G$

즉, 최대공약수는 두 식의 합의 인수이다.

20. 사차방정식 $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 1 = 0$의 한 근을 α라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

먼저 주어진 방정식을 x^2 으로 나누면

방정식은 $x^2 - 6x + 11 - \frac{6}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

$\rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 6\left(x + \frac{1}{x}\right) + 9 = 0$이 된다.

이 식에 α를 넣어도 성립하므로

$\alpha + \frac{1}{\alpha}$를 t로 치환하면

$\alpha + \frac{1}{\alpha}$는 3이 된다.

따라서 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$