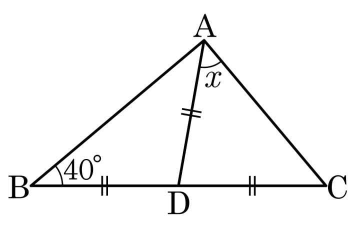
1. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이고 $\mathrm{B} = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

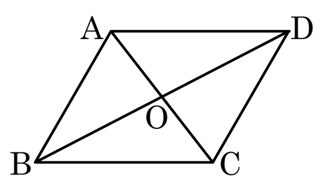
해설

$\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{BAD} = 40°$ 이므로

$\angle \mathrm{ADC} = 40° + 40° = 80°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?

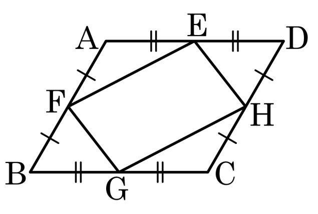


[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각　② 직각　③ 동위각
④ 엇각　⑤ 평각

해설
평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

3. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



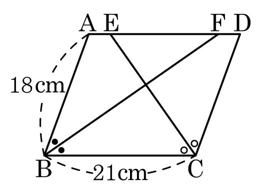
△AFE ≡ △CHG (SAS 합동)
∴ $\overline{EF} = \overline{GH}$
△BGF ≡ △DEH (SAS 합동)
∴ $\overline{FG} = \overline{HE}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 18\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 21\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이는?

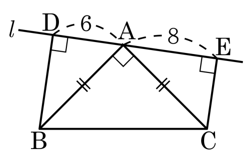


① 15cm ② 18cm ③ 20cm
④ 21cm ⑤ 23cm

해설

$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AB}} = 18$ (cm)
$\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}} = 18$ (cm)
$\overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{ED}} - \overline{\mathrm{EF}} = 21$ (cm) 이므로
$\overline{\mathrm{EF}} = 18 + 18 - 21 = 15$ (cm)

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B , C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?

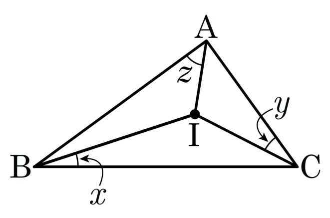


① 2 ② 6 ③ 8 ④ 14 ⑤ 16

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.
따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에 대하여 점 I는 내심이고, $x : y : z = 2 : 3 : 5$이다. 이때, $\angle y + \angle z$ 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$

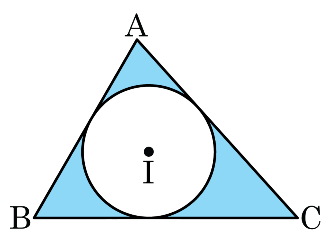
$x : y : z = 2 : 3 : 5$이므로 $\angle x = 2k,\ \angle y = 3k,\ \angle z = 5k$이다.

$2k + 3k + 5k = 90^\circ,\ k = 9$

$\therefore \angle x = 18^\circ,\ \angle y = 27^\circ,\ \angle z = 45^\circ$

$\therefore \angle y + \angle z = 27^\circ + 45^\circ = 72^\circ$

7. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle$ABC 의 내접원이다. 원 I 의 둘레의 길이가 6π , $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 32 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?

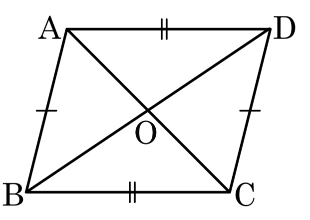


① $48-9\pi$　② $9\pi-24$　③ $24-6\pi$
④ $42-6\pi$　⑤ $52-9\pi$

해설

원 I 의 둘레의 길이가 6π 이므로 반지름의 길이 $r=3$ 이다.
점 I 가 $\triangle$ABC 의 내심일 때,
($\triangle$ABC 의 넓이) $=\dfrac{1}{2}\times r\times\triangle$ABC 의 둘레$=\dfrac{1}{2}\times 3\times 32=48$
이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle$ABC 의 넓이) $-$ (원 I 의 넓이) $=48-9\pi$ 이다.

8. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



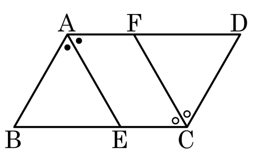
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} =$ $\boxed{ㄴ}$
[결론] $\boxed{ㄱ}$ $/\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{AD} =$ $\boxed{ㄴ}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{ㄷ}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{ㄹ}$ 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로
$\boxed{ㄱ}$ $/\!/ \overline{DC}$ ⋯ ㉣
$\angle ACB =$ $\boxed{ㅁ}$이므로
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : $\angle CAD$

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

9. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

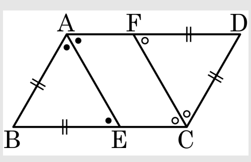


① $\overline{AB} = \overline{DF}$　　② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$　　④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

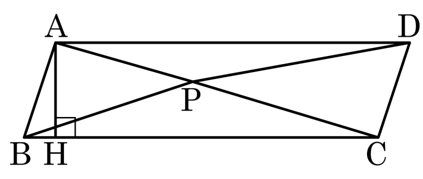
$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.
그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 15\text{cm}$, $\triangle PAB + \triangle PCD = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?

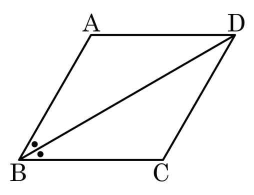


① 2cm ② 4cm ③ 6cm ④ 8cm ⑤ 10cm

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
$\triangle PAB + \triangle PCD = 30\text{cm}^2$ 이므로 평행사변형의 넓이는 $30 \times 2 = (60\text{cm}^2)$ 이다.
가로의 길이 $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 이므로 $\overline{AD} \times \overline{AH} = 15 \times \overline{AH} = 60(\text{cm}^2)$ 이다.
$\therefore\ \overline{AH} = 4(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림에서 사각형ABCD 가 평행사변형 이고,
$\angle ABD = \angle DBC$ 일 때, 사각형ABCD 에 해당하는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

② 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

③ 정사각형이 된다.

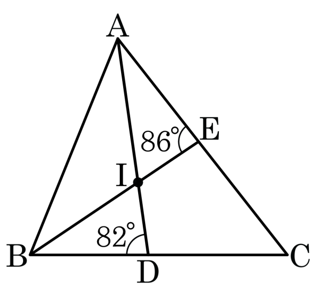
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle DBC = \angle ADB$ 이고, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로
$\angle ABD = \angle BDC$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AD}$
$\triangle CBD$ 도 이등변삼각형이므로
$\overline{BC} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD}$
그러므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
따라서 마름모에 관한 ①, ⑤ 설명이 옳다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ADB = 82°$, $\angle AEB = 86°$일 때, $\angle C = (\qquad)°$의 크기를 구하여라.



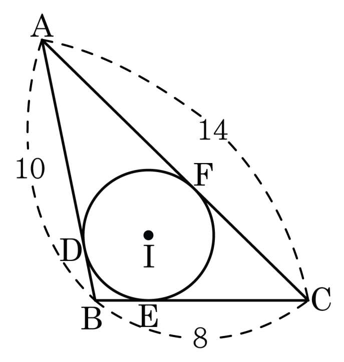
▶ 답 : $\underline{\qquad °}$

▷ 정답 : $52\underline{°}$

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$라 하면, $\triangle ABE$에서
$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots$ ㉠
$\triangle ADB$에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$
$\triangle ABC$에서 $60° + 68° + \angle C = 180°$이다.
$\therefore\ \angle C = 52°$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?

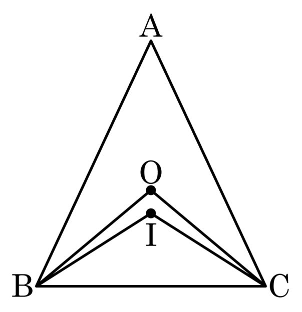


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$,
$\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14-x+8-x = 10$ 이므로 $22-2x = 10, 12 = 2x$ 이다.
$\therefore x = 6(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle BOC = 100°$ 이고, $\angle A = a°$, $\angle BIC = b°$ 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 65

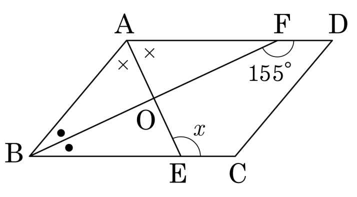
해설

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 100° = 50° \Rightarrow a = 50$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + 25° = 115° \Rightarrow b = 115$

따라서 $b - a = 115 - 50 = 65$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선의 교점을 O라 하자 $\angle BFD = 155°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

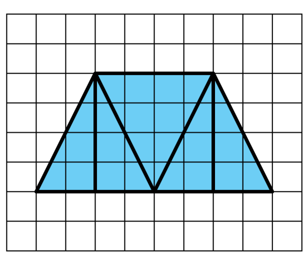
▷ 정답 : $115°$

해설

$\overline{AE}$에 의하여 이등분되는
$\angle A$를 $\angle DAE = \angle BAE = a$라 하고
$\overline{BF}$에 의하여 이등분되는
$\angle B$를 $\angle ABF = \angle EBF = b$라 하면
평행사변형에서 이웃하는 각의 크기의 합이 $180°$이므로
$2a + 2b = 180°$
$a + b = 90°$

$\angle AFB = 180° - 155° = 25°$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의하여 $b = 25°$
$a + b = 90°$이므로 $a + 25° = 90°$
$\therefore\ a = 65°$
$\triangle ABE$에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으므로 $a + 2b = \angle x$
$\therefore\ \angle x = 65° + 50° = 115°$

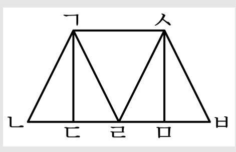
16. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

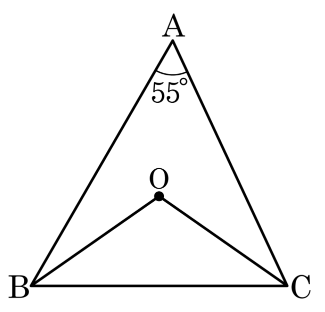
해설

위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은
□ㄱㄴㄹㅇ, □ㄱㄹㅂㅇ, □ㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$ABO + $\angle$ACO 의 크기는?

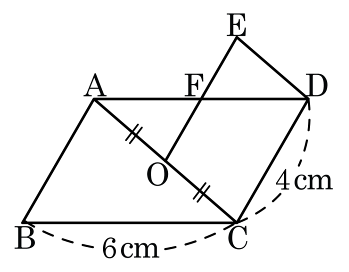


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

보조선 $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 그으면
$\angle$OAB = $\angle$OBA
$\angle$OAC = $\angle$OCA 이므로
$\angle$ABO + $\angle$ACO = $\angle$OAB + $\angle$OAC = $\angle$BAC = 55° 이다.

18. 주어진 그림에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고, □ABCD, □OCDE 는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}, \overline{BC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF} + \overline{OF}$ 의 길이를 구하여라.



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

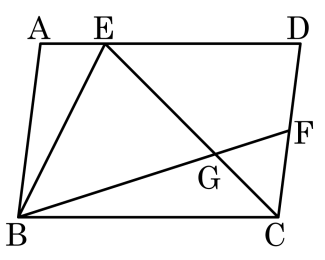
△AOF ≡ △DEF(ASA 합동)이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD}$

$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{CD}$

$\overline{AF} + \overline{OF} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{OE}) = \frac{1}{2}(6+4) = 5(\text{cm})$

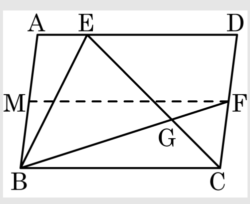
19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle \mathrm{BEC}=12$, $\triangle \mathrm{GFC}=2$ 이고 점 F 는 변 CD 의 중점일 때, $\triangle \mathrm{BCG}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



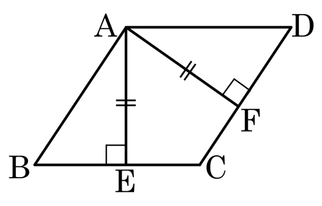
변 AB 의 중점을 M 이라 하면, $\triangle \mathrm{BEC}=\frac{1}{2}\square \mathrm{ABCD}$
$=\square \mathrm{MBCF}$
$=2\triangle \mathrm{BFC}$

$\therefore\ \triangle \mathrm{BFC}=\frac{1}{2}\triangle \mathrm{BEC}=\frac{1}{2}\times 12=6$

$\triangle \mathrm{BCG}=\triangle \mathrm{BFC}-\triangle \mathrm{GFC}=6-2=4$

따라서 $\triangle \mathrm{BCG}$ 의 넓이는 4 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 각각 내린 수선의 발을 E, F 라 하고, $\overline{AE} = \overline{AF} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $30\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 에서 $\angle B = \angle D$ 이고, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 □ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\text{cm}$ 이므로 □ABCD 의 넓이는 $5 \times 6 = 30(\text{cm}^2)$ 이다.